

Krystian SZOPA  
Marek IWANIEC  
Joanna IWANIEC

## IDENTIFICATION OF TECHNICAL CONDITION OF THE OVERHEAD POWER LINE SUPPORTING STRUCTURE

### IDENTYFIKACJA STANU TECHNICZNEGO KONSTRUKCJI WSPORCZEJ NAWIETRZNEJ LINII ELEKTROENERGETYCZNEJ\*

*Technical diagnostics of the overhead power line supporting structures is very important from the point of view of reliability and the national energy security. The paper presents a method of identification of technical condition of power line supporting structures. The technique is based on testing the correlation between the change of stress in the system and the change of modal parameters caused by damage. Presented approach is comprehensive and accounts for a number of problems related to the diagnostics of large-size objects of complex geometry. The basic advantage of the developed identification algorithm of the overhead power line supporting structures technical condition is low sensitivity to measurement errors, which is very important in the context of exploitational diagnostics.*

**Keywords:** modal analysis, technical diagnostics, finite element method.

*Diagnostyka techniczna konstrukcji wsporczych napowietrznych linii elektroenergetycznych jest zagadnieniem niezwykle istotnym z punktu widzenia niezawodności i bezpieczeństwa energetycznego kraju. W artykule przedstawiono metodę identyfikacji stanu technicznego kratownicowych konstrukcji wsporczych. Technika jest oparta na badaniu korelacji pomiędzy zmianą stanu naprężenia w układzie, a zmianą parametrów modalnych, spowodowanych uszkodzeniem. Zaprezentowane podejście jest kompleksowe i uwzględnia szereg problemów związanych z diagnostyką obiektów wielkogabarytowych o złożonej geometrii. Podstawową zaletą opracowanego algorytmu identyfikacji stanu technicznego konstrukcji wsporczych jest niska wrażliwość na błędy pomiarowe, co jest niezwykle istotne w kontekście diagnostyki eksploatacyjnej.*

**Słowa kluczowe:** analiza modalna, diagnostyka techniczna, metoda elementów skończonych.

#### 1. Introduction

Electric power is a basic energy medium, necessary for transport, industry, institutions, businesses and households. A reliable power distribution system is of key importance for the national energy security. Mechanical failure of a power line results in a blackout, which leaves thousands of people deprived of electricity and causes transport and industry stoppage. For the operator it entails not only the repair costs, but also penalties and compensations. In the recent years the largest power failures in Poland took place in Zachodniopomorskie Province in April of 2008 [2, 21], in Małopolskie Province in January of 2010 [6, 12] and also in Świebodzice (2012) on the Tarnów-Olszyny line [25]. In almost each case of catastrophe the expertises have proven that the failure resulted directly from poor weather conditions, and indirectly from negligence related to the infrastructure maintenance. The results presented in [4] confirm that in case of an overhead power line it is important to monitor not only the weather loads but also the line technical condition. In addition, according to the information given by Energy Regulatory Office in 2017, 54% of overhead power lines owned by the TSO (Transmission System Operator) and 36% lines owned by DSOs (Distribution System Operators) are more than 40 years old, and in the 1970s the lines were designed for 65% of currently permissible loads [21]. Such extensive infrastructure requires continuous inspections, modernization and renovation in order to ensure security and reliability. Identification of supporting

structures technical condition allows to focus these activities on the proper areas.

Most methods of non-destructive testing (NDT) find applications in detection of local damages, in small elements. In case of large and complex structures such methods are labour-consuming and often uneconomic. Therefore, vibroacoustic methods are an important group of the NDT. The essence of vibroacoustic methods consists in testing the changes in the object dynamic properties that occur as a result of local change of stiffness caused by damage. Modal parameters can describe a system in a global or local way. In case of damage detection in supporting structures of overhead power lines it is also important that the NDT methods can be used in the structural health monitoring system (SHM), which in recent years has played an increasingly important role in the diagnostics of engineering structures. The SHM involves a periodic reading of information from a network of sensors placed on the monitored object and then interpretation of such data in relation to the structure technical condition. Additional storage of information over such a long period of time allows for making statistics and foreseeing the structure life [5]. The essence of the system is a remote observation of an object based on data sent to the central unit [11].

The detailed analytical and critical research indicates that verification of the vibroacoustic diagnostic methods is usually limited to simple structures (single support beams, plates, simple frames) [8, 15, 19] or only to simulation tests in which the number of

(\*) Tekst artykułu w polskiej wersji językowej dostępny w elektronicznym wydaniu kwartalnika na stronie [www.ein.org.pl](http://www.ein.org.pl)

simplifications is introduced. In practice such techniques, often with a complex mathematical apparatus, are difficult to apply to objects of complex geometry. Even if some methods are used for such objects, simplifications are made in terms of limiting the damage search area and neglecting the impact of damage outside this area on the structure dynamic characteristics [17].

The basic problem in application of vibroacoustic methods to damage detection in objects of complicated geometry (particularly in overstiffed objects such as truss supporting structures) is low sensitivity of modal parameters to single damage, which in turn results in ill-conditioning of the inverse models. Even small measurement, estimation and modelling errors have a strong impact on the results, leading to ambiguity or a total loss of the solution convergence. Other obstacles in identification of technical condition of large-size objects include nonlinear relationship between modal parameters and the stiffness of individual elements, identification of natural frequencies between the damaged and undamaged structure without the measurement of mode shapes, identification of the numerical model parameters based on the *a priori* knowledge, limited number of measurement points and the amount of obtained information, changes in boundary conditions (e.g. ambient temperature). These conclusions arise from both the literature review [10] and many studies conducted by the authors of this paper [13, 14, 23, 24]. The state of art analysis indicates that the best solution for the diagnostics of supporting structures of overhead power lines can be the methods based on the analysis of the system mode shapes, assuming a limited number of measurement points.

**2. Research object and identification of its technical condition**

A simplified physical model of the overhead power line supporting structure was designed and made in order to conduct the studies (Fig. 1). The tower model was made of steel, and is a spatial, bolted truss structure. The tower height is 2.65 m, which is approximately 1/10 of the height of such objects used in power engineering. The main legs (kerbs) were made of L25 × 25 × 3 angles and each leg consists of two bars connected to each other 1.5 m above the base. The base frame made of identical sections is used to fasten the structure to the foundation. The cross-arms are made of L20 × 20 × 2 angles. Secondary elements placed horizontally and diagonals are 10 × 5 mm bars (Table 1). Usage of elements of square cross sections instead of elements of circular cross sections makes it possible to mount the elements in nodes with the application of bolting connections. Carried out research aimed at analysis of dynamic properties of a truss system of complex geometry and identification of its technical condition.

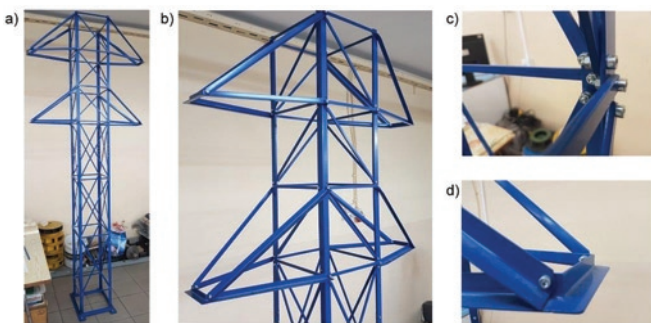


Fig. 1. Supporting structure physical model

Table 1. Cross sections and materials of supporting structure

	Legs	Secondary elements	Cross-arms
Cross section shape [mm]	L 25×25×3	Flat 10×5	L 20×20×2
Cross section [m <sup>2</sup> ]	1.42·10 <sup>-4</sup>	50·10 <sup>-6</sup>	73·10 <sup>-6</sup>
Geometrical moment of inertia [I <sub>z</sub> ] [m <sup>4</sup> ]	0.8·10 <sup>-8</sup>	1.04·10 <sup>-10</sup>	0.28·10 <sup>-8</sup>
Geometrical moment of inertia [I <sub>y</sub> ] [m <sup>4</sup> ]	0.8·10 <sup>-8</sup>	4.17·10 <sup>-10</sup>	0.28·10 <sup>-8</sup>
Young's modulus [Pa]	2.05·10 <sup>11</sup>	2.05·10 <sup>11</sup>	2.05·10 <sup>11</sup>
Kirchhoff's modulus [Pa]	8·10 <sup>10</sup>	8·10 <sup>10</sup>	8·10 <sup>10</sup>
Density [kg/m <sup>3</sup> ]	7870	7870	7870

The next stage of the research consisted in development of the algorithm for identification of the supporting structure technical condition (Fig. 2). The proposed method involves comparison of modal parameters (taking into account mode shapes) of the damaged and undamaged structure. The adjusted numerical model of the object is used to determine the measured (main) degrees of freedom and for the purposes of static strength analysis. In the course of the research damage was introduced to the structure and, based on the regression analysis, it was possible to develop the linear characteristics that accounts for relationship between maximum stress and the averaged value of MAC (Modal Assurance Criterion) as a result of changes in the stiffness. For determined characteristic the MAC<sub>av,g</sub> limit values are determined, which define intervals of the supporting structure technical conditions. Damage occurring during the operation is classified as one of the possible technical conditions based on the MAC<sub>av,d</sub> value that compares the mode shapes of the system in the present (investigated) condition to the mode shapes of the undamaged structure.

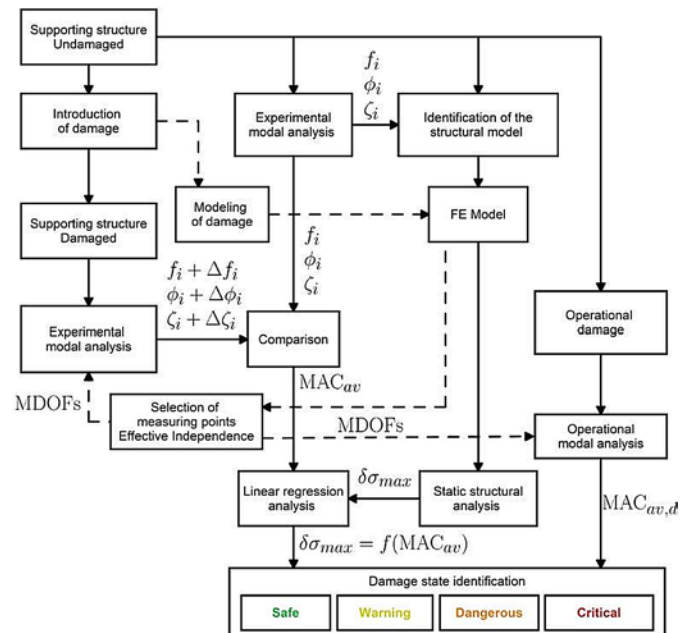


Fig. 2. Algorithm for identification of the supporting structure technical condition

### 3. Experimental modal analysis of supporting structure and identification of numerical model parameters

The next stage involved an experimental modal analysis of the object, determining an ordered set of natural frequencies, modal damping ratios and mode shapes. Fig. 3b shows 36 points in which the modal displacement was measured in directions  $X$  and  $Y$ . This means that mode shapes were determined based on 72 measured degrees of freedom. Two vibration sensors (uniaxial piezometric accelerometers for each direction  $X$  and  $Y$ ) were placed in point 26.

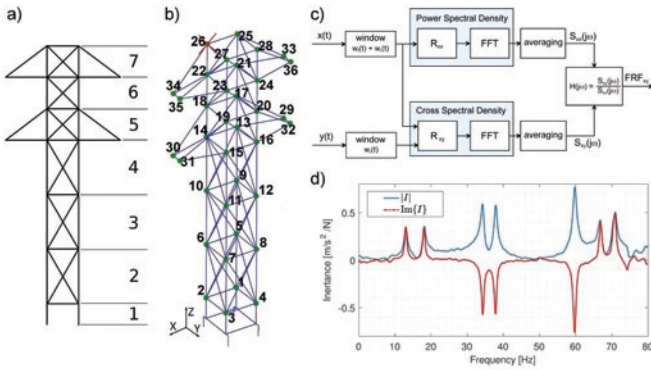


Fig. 3. Experimental modal analysis (a) division of geometric model into segments, (b) measurement points (measurements in directions  $X$  and  $Y$  were taken in each point), (c) scheme of processing the excitation and response time signals to the transfer function form, (d) system inertance for excitation in point 12X and response in point 26X

As the result of measurements time series of excitation and response signals were obtained (Fig. 5). Fast Fourier Transform (FFT) was applied to transform the signals from time to frequency domain. Since in lightly damped systems the response signal usually does not fade at the end of the signal recording time, the following exponential window was used in order to minimize the spectral leakages:

$$w_r = e^{-\beta t}, \quad \beta = \frac{1}{\tau}, \quad (1)$$

and a window with the Tikhonov filter function was used for the input signal:

$$w_f = 1 - \frac{t^n}{t^n + \alpha^n}. \quad (2)$$

Estimator  $H_1$  (Fig. 3c), expressed by relationship [9], was used to determine the system transfer functions:

$$H_{xy}(j\omega) = \frac{S_{xy}(j\omega)}{S_{xx}(j\omega)}, \quad (3)$$

where  $S_{xx}$  is the input signal spectral power density, a  $S_{xy}$  is the input and output cross-spectral density. Fig. 3d presents an example of frequency domain transfer function of the system in the form of inertance between points 12 and 26 in direction  $X$ .

Estimation of modal parameters was performed using the RFP (Rational Fraction Polynomial) method [22], which involves fitting the

characteristics in the frequency domain expressed in the form of a rational function. Determined modal parameters of the considered supporting structure are given in Table 2. The values of undamped natural frequencies were calculated using the corrected damping coefficients (due to the use of exponential window). Note an insignificant impact of the damping coefficient on the difference between damped and undamped natural frequencies of truss supporting structures. The maximum relative change of the first frequency amounted to 0.05%. Due to the limited conditions of the experiment, 6 mode shapes were fully determined.

Numerical model was built as a spatial frame structure (Fig. 4a). As a result of discretization, the numerical model connects 112 beam elements in 40 nodes, each element has 6 degrees of freedom. An additional degree of freedom for vertical translation at restraint, for each anchor, gives a model of 244 degrees of freedom. As the slenderness ratio of elements is relatively high, the elements conforming to the Euler-Bernoulli beam theory were used (Fig. 4b).

An additional finite element was introduced to connect two nodes and allow defining the stiffness coefficients between respective degrees of freedom of these nodes (Fig. 4c). This element was used to model the bolted joint between secondary elements and the tower legs (Fig. 4d). The model includes displacements of the fastening points between the structure and the base in global direction  $Z$ . The boundary conditions, according to Fig. 4c, are as follows:

$$u(L,t) = \theta(L,t) = v(L,t) = \frac{\partial v}{\partial x}(L,t) = \frac{\partial w}{\partial x}(L,t) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(L,t) \right) = k_f w(L,t),$$

where  $u(x,t)$  is the function of points displacements along axis  $x$ ,  $\Delta f_i$  is the function describing rotation of the cross sections,  $v(x,t)$  and  $w(x,t)$  are deflection functions in planes  $xy$  and  $xz$ , and  $k_f$  denotes stiffness of a single anchor bolt.

Numerical model of supporting structure was compared with the experimental model (Table 3). For five mode shapes the difference in obtained natural frequencies was small and did not exceed 3%. Only for the fifth natural frequency the difference is greater and equals 10%. Estimated mode shapes are shown in Fig. 5. The mode shapes were compared using the MAC criterion [1]

$$MAC_i = \frac{|\Psi_{i,exp}^H \cdot \Psi_{i,num}|^2}{(\Psi_{i,exp}^H \cdot \Psi_{i,exp}) \cdot (\Psi_{i,num}^H \cdot \Psi_{i,num})}, \quad (5)$$

Table 2. Structure modal parameters determined with the application of experimental modal analysis

Mode shape	$\hat{\sigma}_i$	$\sigma_i$	$\omega_i$	$f_i$	$\omega_i^i$	$f_i^i$	$\zeta_i$
	[rad/s]	[rad/s]	[rad/s]	[Hz]	[rad/s]	[Hz]	[%]
1	-2.51	-1.40	81.66	13.00	81.62	12.99	1.72
2	-2.76	-1.48	113.15	18.01	113.12	18.00	1.31
3	-2.78	-1.49	215.79	34.34	215.77	34.34	0.69
4	-2.51	-1.40	237.97	37.88	237.96	37.87	0.59
5	-3.02	-1.58	375.45	59.76	375.44	59.75	0.42
6	-2.55	-1.42	442.48	70.42	442.46	70.42	0.32

Designations in the Table:  $\hat{\sigma}_i$  – damping coefficient determined for the characteristics damped with exponential window,  $\sigma_i$  – adjusted damping coefficient,  $\omega_i$ ,  $f_i$  – angular frequency and frequency of undamped free vibration,  $\omega_i^i$ ,  $f_i^i$  – angular frequency and frequency of damped free vibration,  $\zeta_i$  – modal damping ratio (adjusted)



Table 3. Comparison of natural frequencies and mode shapes of the experimental and numerical models

Mode shape	$f_i^{exp}$	$f_i^{num}$	$\Delta f_i$ [Hz]	$\delta f_i$ [%]	MAC <sub><i>i</i></sub>
1	13.00	13.22	0.22	1.69	0.95
2	18.01	18.31	0.30	1.67	0.97
3	34.34	34.13	-0.21	-0.61	0.86
4	37.88	38.99	1.11	2.93	0.85
5	59.76	65.76	6.00	10.04	0.88
6	70.42	70.03	-0.39	-0.55	0.72

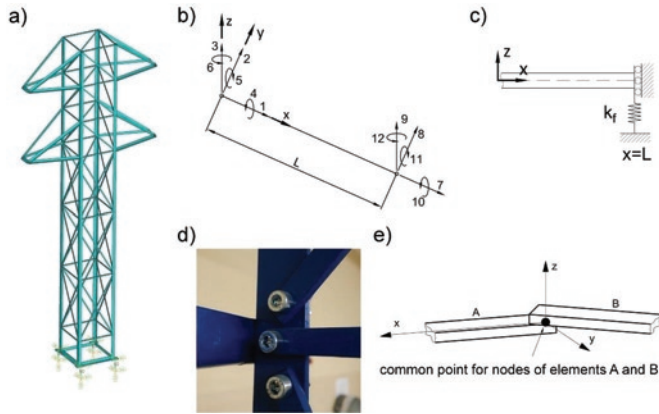


Fig. 4. Finite element model (a) supporting structure, (b) finite element in local system, (c) boundary condition for anchor joint, (d) bolted joints of physical model bars, (e) elastic joint model for bolted joint

which defines the correlation degree between the experimental model modal vectors  $\psi_{i,exp}$  and the numerical model modal vectors  $\psi_{i,num}$ . The first and the second mode shapes are bending modes similar to mode shapes of a cantilever beam, while the MAC value for these modes is very high. For mode shapes 3 ÷ 5, the obtained MAC values are not lower than 0.85, which is a good result for such structures. For the last, 6<sup>th</sup> mode shape the MAC value is lower than for the other mode shapes, which can result from the

Table 4. Comparison of natural frequencies for damage cases  $U_1$  and  $U_2$  to natural frequencies of undamaged structure  $Z_1$

Mode shape	$Z_1$		$U_1$			$U_2$			
	$f_i$ [Hz]	$f_i$ [Hz]	$\Delta f_i$ [Hz]	$\delta f_i$ [%]	MAC <sub><i>i</i></sub>	$f_i$ [Hz]	$f_i$ [Hz]	$\Delta f_i$ [%]	$\delta f_i$ [Hz]
1	13.00	11.15	-1.85	-14.25	0.75	12.98	-0.02	-0.13	0.99
2	18.01	15.21	-2.80	-15.56	0.62	17.63	-0.38	-2.13	0.99
3	34.34	23.94	-10.41	-30.3	0.61	31.56	-2.78	-8.1	0.93
4	37.88	37.40	-0.48	-1.26	0.89	37.85	-0.03	-0.07	0.97
5	59.76	59.70	-0.06	-0.09	0.77	59.74	-0.02	-0.03	0.95
6	70.42	66.82	-3.60	-5.11	0.72	70.14	-0.28	-0.4	0.92

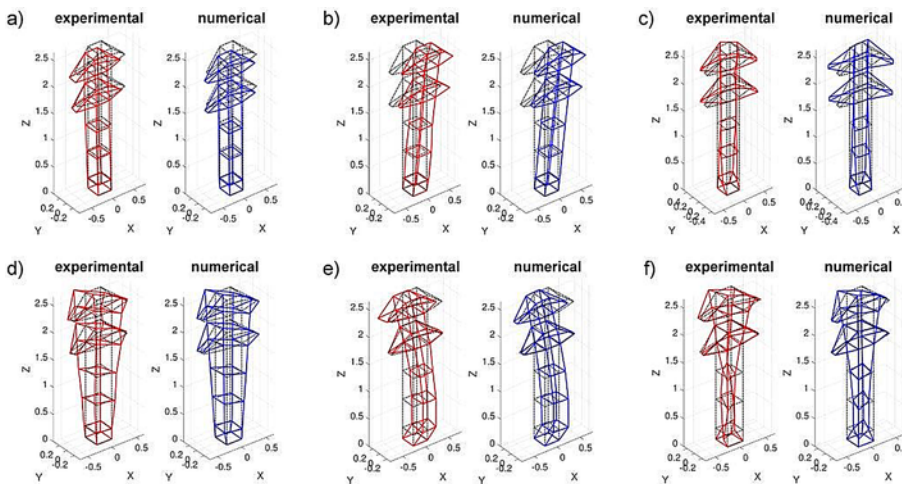


Fig. 5 Comparison of mode shapes obtained in the course of the experimental and numerical investigation: (a) 1<sup>st</sup>, (b) 2<sup>nd</sup>, (c) 3<sup>rd</sup>, (d) 4<sup>th</sup>, (e) 5<sup>th</sup>, (f) 6<sup>th</sup> mode shape

complicated shape of this mode (greater number of vibration nodes) and also from an additional connection of the top and bottom parts of the tower stem, which was not accounted for in then numerical model. The increased stiffness of the middle belt part affects the vibration node location with respect to the leg length.

#### 4. Preliminary damage impact analysis and measuring mesh

Two damage cases were analysed. Damage  $U_1$  was introduced by removing members denoted as 30, 59, 60 from the supporting structure (Fig. 9). All the elements are neighbouring with each other and form X-braced panel of one of the structure walls in its lower part. Damage  $U_2$  was introduced by removing elements 34, 57, 59, 68 from the supporting structure. These elements are located in successive tower sections, and none of them forms X-bracing with another one.

An experimental modal analysis was performed for both cases. Table 4 includes the analysis results and comparison with the dynamic response of undamaged model  $Z_1$ . Although more elements were damaged in case  $U_2$  than in case  $U_1$ , the changes in modal parameters were definitely greater in case  $U_1$ . This confirms a redundant character of the studied structure. Damages of single secondary elements in various tower sections and walls does not have a significant impact on the system response and the structure maintains high stiffness. However, a damage of bracing members in the same section and wall significantly affects the object dynamic behaviour.

For the purposes of more detailed analysis more damage cases must be considered. Unfortunately, in this case, estimation of the considered system mode shapes requires determination of modal displacement for 72 degrees of freedom. Measurement of such a large number of transfer functions is time-consuming. In addition, it should be em-

phasized that the measurement of the industrial supporting structure displacements in directions X and Y in all the nodes is not possible. Therefore, the number of measuring points must be limited and the sensors must be placed in such a manner as to obtain the maximum amount of information.

The measuring mesh for the studied supporting structure model was defined using the EI (Effective Independence) method [16], which is simple and gives good results. This technique was used in [26] for sensors placement on a plate with the application of genetic algorithms. The EI method allows for selecting a set of measuring points for which the analysed modal displacements are most linearly independent from each other, simultaneously containing enough information about the dynamic behaviour of the object. The method involves determination of a



vector that includes the elements lying on the diagonal of a matrix determined as follows:

$$EI = \text{diag} \left( \psi \left( \psi^T \psi \right)^{-1} \psi^T \right) \quad (6)$$

where  $\psi$  is a matrix of considered mode shapes and degrees of freedom. Each element of vector  $EI$  corresponds to a specific degree of freedom (potential measuring point) and is a component necessary to determine the rank of the matrix, which can be of the full rank only when the mode shapes are linearly independent. In order to determine the measuring points, the modal matrix must be limited to the measured mode shapes. In the subsequent iterations the degrees of freedom that have the least contribution to the linear independence between mode shapes must be rejected. Each time a new  $EI$  vector is calculated and the iterations are repeated until the dimension corresponding to the required number of measuring points  $N_m$  is reached.

Difference between the mean MAC value for limited number of sensors and the mean MAC value for the measurement of modal displacements at all 72 degrees of freedom was assumed as the sensors placement criterion:

$$\Delta MAC_{av} = MAC_{av}^{N_m} - MAC_{av} \quad (7)$$

while:

$$MAC_{av}^{N_m} = \sum_{i=1}^6 \frac{MAC_i^{N_m}}{6} \quad (8)$$

and:

$$MAC_{av} = \sum_{i=1}^6 \frac{MAC_i}{6} \quad (9)$$

where  $MAC_i$  and  $MAC_i^{N_m}$  were calculated between the modal vectors of undamaged and damaged structure, for respectively all 72 measured degrees of freedom and limited number of  $N_m$  degrees of freedom.

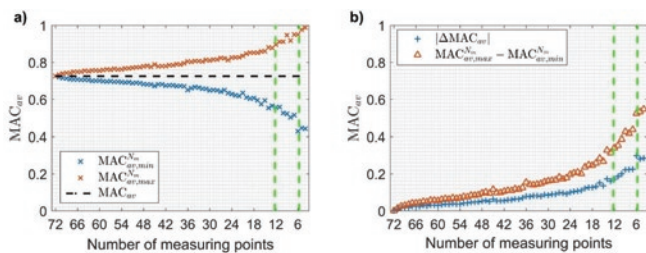


Fig. 6. Comparison of mode shapes for cases  $U_1$  and  $Z_1$  for extremely unfavourable placement of measuring points (a) maximum and minimum  $MAC_{av}^{N_m}$  values, (b)  $\Delta MAC_{av}$  value (7) and range of  $MAC_{av}^{N_m}$  values

Fig. 6 presents the results for an extremely unfavourable placement of measuring points. Mode shapes for conditions  $U_1$  and  $Z_1$  were compared using the MAC criterion. 10000 random measuring meshes were generated for each number of sensors, and two extreme cases were chosen for the maximum and minimum MAC value (Fig. 6a). Obtained results proved that decrease in the number of measured degrees of freedom results in the increase in range of MAC values. This means that for the same supporting structure technical condition the  $MAC_{av}$  value may differ depending on the selection of measuring

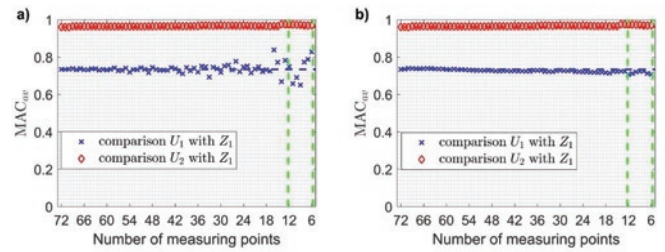


Fig. 7.  $MAC_{av}^{N_m}$  values comparing the mode shapes for states  $U_1$  and  $U_2$  to  $Z_1$  for different types of measuring points placement: (a) random, (b) according to the Effective Independence algorithm

points. For example, for 9 measuring points the measurement with a given measuring mesh will give the result equal to 0.95, whereas for a different sensors placement the result will be 0.52. The value range is 0.43 and the  $MAC_{av}$  value for the full number of sensors lies approximately in the middle and equals 0.73. This totally changes the structure classification in terms of technical condition. It is worth mentioning that the number of measuring points that we are interested in is between 6 and 12, where the range is the greatest (Fig. 6b). For this reason, the selection of measured degrees of freedom is so important.

The mesh of measuring points was determined according to the EI algorithm based on mode shapes obtained for the numerical model for each number of sensors from 6 to 71. Calculated  $MAC_{av}^{N_m}$  values are presented in Fig. 7b. The distance of these values from  $MAC_{av}$  determined for the full number of sensors is maximum 0.02 for 12 measuring points while comparing  $U_1$  and  $Z_1$ , which is a very small difference considering a significant benefit of a reduced number of measurements. The  $\Delta MAC_{av}$  values determined for conditions  $U_2$  and  $Z_1$  are even smaller. For comparison, Fig. 7a shows a case for random placement of sensors. The  $\Delta MAC_{av}$  value equals -0.09, while the range amounts to almost 0.18.

Fig. 8 presents 3 examples of sensors placement according to the EI algorithm. Selected measuring points are written in vectors  $MP_{N_m}$ . Designation of measuring points conforms to Fig. 5:

$$MP_{12} = [5X, 7X, 8X, 26X, 28X, 5Y, 25Y, 26Y, 27Y, 28Y, 33Y, 34Y]$$

$$MP_9 = [5X, 7X, 8X, 26X, 28X, 26Y, 28Y, 33Y, 34Y]$$

$$MP_6 = [7X, 8X, 26X, 26Y, 28Y, 33Y]$$

Since the EI algorithm is iterative, each mesh with a smaller number of measuring points is a subset of previous meshes.

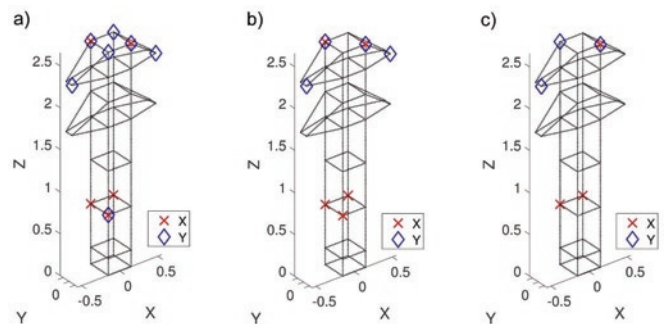


Fig. 8. Mesh of measuring points determined with the application of the Effective Independence algorithm for (a) 12, (b) 9 and (c) 6 measuring points

Most of the measuring points are located at the top of the transmission tower stem, which is influenced mainly by the 1<sup>st</sup> and the 2<sup>nd</sup> mode shapes; the largest modal displacements are observed there for these modes. The measuring points located on the cross-arms result mainly from the 3<sup>rd</sup> mode shape, which is a torsional mode. The measurement of modal displacements in the middle part of the tower stem, between section 2 and 4, allows for observing mainly the 5<sup>th</sup> but also 4<sup>th</sup> and 6<sup>th</sup> mode shapes (Fig. 5).

## 5. Identification of structure technical condition

Seven cases of supporting structure damages were analysed and, as a result of modal analysis, the sets of natural frequencies, modal damping ratios and mode shapes were determined. Six mode shapes were taken into account for each case. For the first and the second damage condition, the mode shapes include modal displacements in 72 degrees of freedom ( $1 \div 36 X, Y$ , acc. to Fig. 3b), whereas for cases  $3 \div 7$  they account for 12 degrees of freedom determined in accordance with the EI algorithm (6) (Fig. 8a). Since the number of determined modal displacements is large for all damage cases and all the mode shapes, this parameter was included in the MAC criterion by comparing the mode shapes of damaged and undamaged structures. All the results are given in Table 4.

Identified supporting structure numerical model was subjected to forces that simulate loading with wires at difficult weather conditions (Fig. 9b). The load values were determined analogously as in the case described in [4], however taking into account dimensions of the laboratory model. The analysed case included an asymmetric icing of

the wires along the overhead line, with an additional perpendicular force caused by the wind. Each of two separately analysed conditions results in structure bending in two planes perpendicular to each other. Combining the discussed cases into one loading condition makes it possible to take into account the impact of damaged elements in each structure wall on the change of maximum stress in the system. The calculated load values are as follows:

$$V = 114 \text{ N}, \quad H_1 = 583 \text{ N}, \quad H_2 = 852 \text{ N}, \quad P = 78 \text{ N},$$

according to the designations shown in Fig. 9b. The same load condition was used for each case, and the maximum stress that occurred in the structure was determined and compared with stress in the undamaged structure.

In case of damage  $U_1$ , the removed elements are X-bracing of section 2 of one of the walls (Fig. 9a). As the truss is located near the legs restraint to the base, where the highest stress for the set load occurs, such damage has a huge impact on the stress in the structure and is close to the yield stress of the S235JR material. There is a significant impact of the damage on the modal parameters for the first three natural frequencies. However, it must be emphasized that the change of modal damping ratio  $\zeta_1$  results mainly from the frequency change, whereas the damping coefficient value relative to  $\sigma_1$  did not change significantly. The MAC values reach an average of 0.72, indicating a noticeable change in the mode shape with respect to the undamaged condition. In case of damage condition  $U_3$  only one lower section diagonal was removed. The change in modal parameters is insignificant

Table 5. Comparison of modal parameters determined for considered damage cases to parameters of undamaged structure

Condition	$Z_1$	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$	$U_6$	$U_7$
Damaged elements acc. to Fig. 9a	--	30	34	30	34	38	38	30
	--	59	57	60	67	75	75	59
	--	60	59	--	68	76	76	60
	--	--	68	--	--	--	39	31
	--	--	--	--	--	--	77	61
	--	--	--	--	--	--	78	62
$f_1$ [Hz]	13.00	11.15	12.98	12.95	12.32	12.39	12.26	11.13
$f_2$ [Hz]	18.01	15.21	17.63	17.86	16.35	16.27	13.93	10.34
$f_3$ [Hz]	34.34	23.94	31.56	32.07	26.77	26.06	23.65	22.24
$f_4$ [Hz]	37.88	37.40	37.85	37.64	37.44	37.43	37.44	34.40
$f_5$ [Hz]	59.76	55.40	59.74	56.46	59.67	58.71	53.65	54.55
$f_6$ [Hz]	70.42	67.65	70.14	68.91	69.41	70.11	69.47	67.23
$\zeta_1$ [%]	1.72	2.02	1.72	1.74	1.81	1.80	1.83	2.04
$\zeta_2$ [%]	1.31	1.55	1.34	1.32	1.44	1.45	1.69	2.28
$\zeta_3$ [%]	0.69	0.99	0.75	0.73	0.88	0.90	1.00	1.06
$\zeta_4$ [%]	0.59	0.63	0.59	0.60	0.64	0.64	0.64	0.68
$\zeta_5$ [%]	0.42	0.48	0.43	0.46	0.46	0.46	0.51	0.49
$\zeta_6$ [%]	0.32	0.33	0.32	0.33	0.34	0.33	0.34	0.34
MAC <sub>1</sub>	1	0.754	0.992	0.977	0.866	0.856	0.950	0.933
MAC <sub>2</sub>	1	0.619	0.992	0.992	0.819	0.764	0.514	0.352
MAC <sub>3</sub>	1	0.607	0.934	0.941	0.821	0.776	0.626	0.477
MAC <sub>4</sub>	1	0.887	0.974	0.968	0.932	0.948	0.947	0.848
MAC <sub>5</sub>	1	0.768	0.947	0.710	0.719	0.697	0.676	0.702
MAC <sub>6</sub>	1	0.717	0.925	0.911	0.743	0.780	0.685	0.755
MAC <sub>av</sub>	1	0.725	0.961	0.916	0.817	0.803	0.733	0.678
$\sigma_{\max}$ [MPa]	154	221	157	183	196	190	203	231

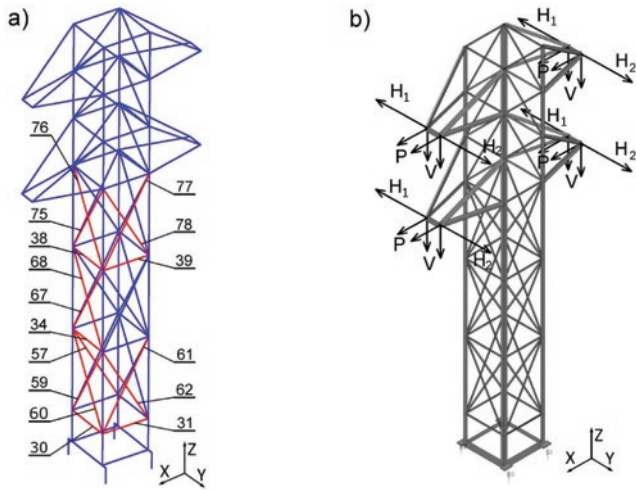


Fig. 9. Supporting structure (a) numbering of selected elements, (b) forces resulting from loading the structure with wires

while maximum stress increased by 20% with respect to the nominal condition.

In condition  $U_7$  (Fig. 11c) the same damage as in case  $U_1$  (Fig. 11a) was introduced. Additionally, X-bracing on the neighbouring wall in the same section was removed. This case is extremely unfavourable, and maximum stress increases by 50% with respect to  $Z_1$ . Natural frequencies decrease even more than in case  $U_1$ , note however that the frequency  $f_2$  for the second mode shape is lower than frequency  $f_1$  for the first mode shape. That is why during the analysis of natural frequencies and/or modal damping ratios it is important to determine the mode shapes for at least a few degrees of freedom in order to identify natural frequencies correctly. The averaged  $MAC_{av}$  reaches the lowest values of all analysed cases. However, it should be stressed that  $MAC_{av}$  is definitely higher than in case  $U_1$  where the system damage is smaller. The high MAC value results from the fact that damage of the neighbouring bracing restores the tower stem symmetry relative to the plane intersecting points 1, 3, 25, 27 (Fig. 3b), which in turn makes the first mode shape of the damaged structure again similar to the first mode shape of the undamaged structure (Fig. 5a).

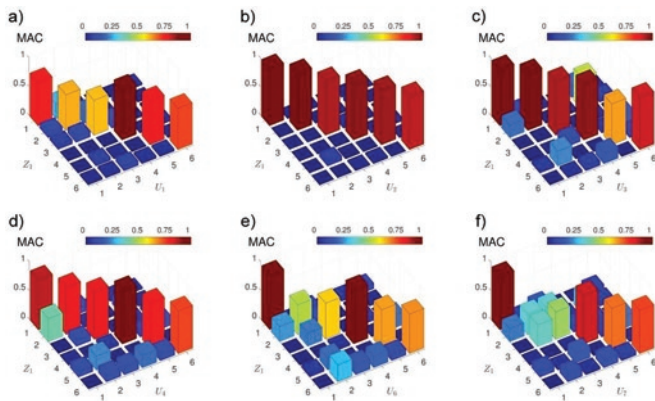


Fig. 10. Comparison of mode shapes of undamaged structure  $Z_1$  and damaged structure: (a)  $U_1$ , (b)  $U_2$ , (c)  $U_3$ , (d)  $U_4$ , (e)  $U_6$ , (f)  $U_7$  with the application of MAC criterion

Cases  $U_4$  and  $U_5$  are characterized by similar damages and involve removal of X-braced panels in segments 3 and 4. The differences between natural frequencies and modal damping ratios for these cases are unnoticeable, the differences can be observed in the 5<sup>th</sup> and 6<sup>th</sup> mode shapes, in which legs take the second bending mode. Both damage conditions cause the increase in maximum stress by about

25%, which is a noticeable change, however still about 40 MPa below the material yield stress. Condition  $U_6$  can be treated as an extension of case  $U_5$  – an additional X-bracing damage in the neighbouring wall takes place. Maximum stress exceeds 200 MPa and the structure enters the state of hazard. The averaged  $MAC_{av}$  value is lower than in case  $U_5$ , but  $MAC_1$  is definitely higher. Similarly to  $U_1$  and  $U_3$ , such values of  $MAC_{av}$  and  $MAC_1$  result from the fact that the damage restores the tower stem symmetry relative to the plane intersecting points 1, 3, 25, 27 (Fig. 3b) and makes the first mode shape of the damaged structure again similar to the first mode shape of the undamaged structure.

The last analysed case is  $U_2$  (Fig. 11b). The removed elements belong to neighbouring segments, but do not include a simultaneous damage of crossing elements of truss. The damage has a slight impact on the change of modal properties, loss of orthogonality (Fig. 10b) and also on the change of maximum stress in the system. Case  $U_2$  is a good illustration of the problem that it is not the number of damaged elements but their location that poses a threat to the structure stability.

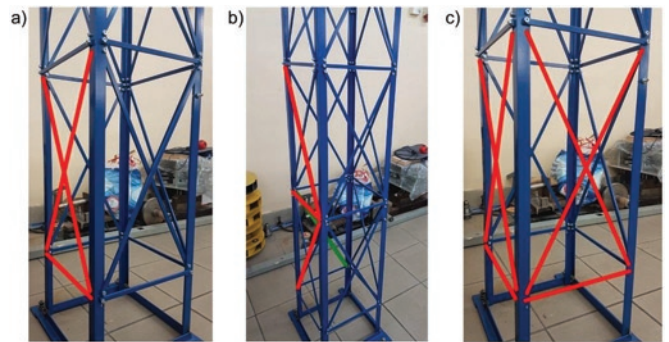


Fig. 11. Damage condition (a)  $U_1$ , (b)  $U_2$ , (c)  $U_7$ . The removed elements are marked in red and green

Among the examined natural frequencies, the highest sensitivity to damage is exhibited by  $f_3$ , then by  $f_2$  and  $f_1$ , the lowest by  $f_4$ , then by  $f_6$  and  $f_5$ . If the damage involved a removal of X-braced panel,  $f_3$  was reduced by at least 7.5 Hz (22%). In all the analysed cases and for all mode shapes, damping coefficients  $\sigma_i$  did not change noticeably and the increase in the modal damping ratio  $\zeta_i$  was caused mainly by the change in natural frequencies.

Damage of the whole bracing in one segment of the wall had a significant impact on  $MAC_1$  and  $MAC_2$ . For segments 3 and 4 the changes ranged from 0.15 to 0.25, and for segment 2, directly responsible for connection of legs near their restraint, from 0.25 to 0.4. What is important, an additional X-bracing damage in the neighbouring wall ( $U_6$  and  $U_7$ ) restored the tower stem symmetry relative to the plane that includes the opposite belts, and  $MAC_1$  reached a high value, unlike  $MAC_2$ .  $MAC_3$  for the torsional mode shape changed similarly to  $MAC_2$ , and for cases in which the maximum stress in the structure exceeded 200 MPa, it was less than 0.63. From among all analysed mode shapes, the fourth mode shape was least sensitive to damage. Damage of middle segments and the truss connecting the legs next to the restraint to the base could be noticed in changes of the fourth and the fifth mode shapes.

For each damage case and applied load, maximum stress in the structure and averaged  $MAC_{av}$  for six mode shapes were determined (Fig. 9b). The interrelation of these parameters is shown in Fig. 12. In reality, for a complex-geometry structure this relation is not linear, but it can be approximated using a linear regression model. It should be stressed that the supporting structure load should be selected in a way making it possible to force the work of all bars in the structure while analysed mode shapes should exhibit high sensitivity to damages of all elements.

Damage in the form of local change in structure stiffness affects both the input parameters of the dynamic and static model subject-



ed to the strength analysis. The analysed damage cases indicate that maximum stress in the structure increases as the  $MAC_{av}$  decreases. The Pearson correlation coefficient equals  $r = -0.963$ . The  $p$ -value, that is the probability of getting a random variable with at least the same correlation as the observed correlation, when the null hypothesis is fulfilled ( $H_0: r = 0$ ), is equal to  $1.18 \cdot 10^{-4}$ . These values indicate a very strong negative correlation between quantities and prove that the studies are representative.

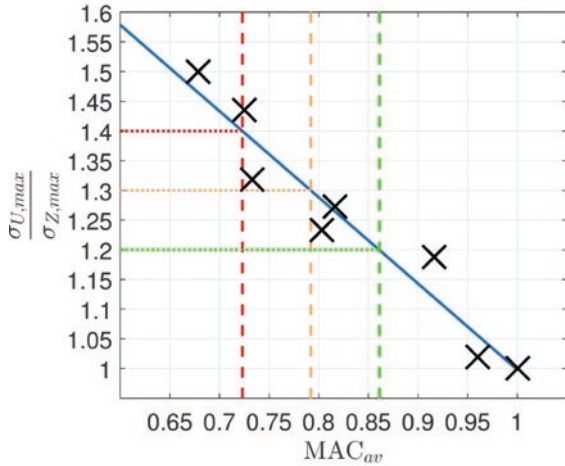


Fig. 12. Relationship between maximum stress in the structure and averaged  $MAC_{av}$  value

Four variability ranges of maximum stress in the damaged structure with respect to the undamaged structure were determined, as described by the equation:

$$\delta\sigma_{max} = \frac{\sigma_{U,max} - \sigma_{Z,max}}{\sigma_{Z,max}} \cdot 100\% \quad (10)$$

and based on the linear regression model, the  $MAC_{av}$  variability range was assigned to each of these ranges, to define 4 technical conditions

1.  $MAC_{av,d} \geq MAC_{av,g1}$ :  $\delta\sigma_{max} \leq 20\%$  - safe condition, no significant damage,
2.  $MAC_{av,g2} \leq MAC_{av,d} < MAC_{av,g1}$ :  $20\% < \delta\sigma_{max} \leq 30\%$  - warning condition, slight damage
3.  $MAC_{av,g3} \leq MAC_{av,d} < MAC_{av,g2}$ :  $30\% < \delta\sigma_{max} \leq 40\%$  - dangerous condition, significant damage,
4.  $MAC_{av,d} < MAC_{av,g3}$ :  $\delta\sigma_{max} > 40\%$  - critical condition, damage that directly threatens the stability of the structure

The first condition includes cases where damage has a slight impact on both modal parameters and the change of maximum stress in the system. The  $MAC_{av,g1}$  should not exceed 0.9, as this range should also include the errors related to both estimation of the mode shape and the limited number of measuring points. Otherwise, there will be false information indicating more hazard to the structure than in reality. The second warning condition informs about some changes in the structure geometry. The changes are small and are not a hazard for the structure stability, however the modal parameters should be closely monitored. It is recommended to check the structure assigned to condition 2 during the field maintenance. In structures classified

as condition 3, the stress increase significantly in comparison with undamaged structures. Accurate field tests should be performed at the earliest possible occasion and maintenance should be carried out. The fourth case is the critical condition of the structure. If a load occurs that is similar to the simulated load, the maximum stress in the structure will be close to the material yield stress or even will exceed it. The critical condition poses a real threat to the structure stability in the event of loads caused by difficult weather conditions. In the event of a condition 4 message, a technical team should be dispatched immediately to repair the damage. The following limit values were determined in the analysed case:  $MAC_{av,g1} = 0.861$ ,  $MAC_{av,g2} = 0.792$ ,  $MAC_{av,g3} = 0.723$ . Of course, it should be stressed that  $MAC_{av}$  and  $\delta\sigma_{max}$  values may be different for various structure types and applied safety criteria.

Verification was performed in two stages. Due to the experiment limitations, the damage shown in Fig. 1 was assumed as one from the damage set from  $U_1$  to  $U_7$ , and the experimental analysis was performed instead of the operational modal analysis. In the first stage, the linear regression function was defined based on all damage conditions (Fig. 12). Then it was checked if each condition considered separately is correctly classified based on the  $MAC_{av}$  values. In stage two the characteristics defining relationships between the stress change and the  $MAC_{av}$  value were determined based on 6 damage conditions, and the seventh condition (not included in the regression analysis) was subject to identification. Seven characteristics were determined in stage two, and each time the data for the damage condition being identified were excluded from calculations.

Table 6 contains identification results for individual damage conditions. All damage cases were correctly identified in the first stage of the method verification. In the second stage only damage no. 6 was identified incorrectly. The error was caused by the fact that the change of the regression input data entails the change in the  $MAC_{av,g}$  limit values. It should be emphasized that the maximum absolute difference of any limit value, for all 7 characteristics referred to the characteristics from stage 1 (Fig. 12) did not exceed 0.013 and it was for  $MAC_{av,g}$  in case six. In addition, the Fig. 12 indicates that condition  $U_6$  lies at the border of individual technical conditions. It is important that for all determined characteristics the Pearson correlation coefficient was greater than 0.95, indicating a very strong linear relationship.

Considering the obtained results, the proposed identification method of the supporting structure technical condition performs well in the analysed case. Its basic advantage is resistance to measurement, estimation and modelling errors which makes it useful for application under operational conditions.

## 6. Summary

The supporting structure damage results in the local stiffness decrease, leading to change of both the dynamic response and the stress. Carried out research has proven a strong negative linear correlation between the maximum stress in the system and mode shapes, which makes it possible to identify technical condition of the overhead power line supporting structures. The developed approach is comprehensive and accounts for a number of problems related to the diagnostics of large-size objects of complex geometry.

Truss supporting structures are lightly damped systems, and for the studied case the maximum difference between the damped and undamped natural frequencies amounted to about 0.05%. This means that such a difference is below the modal parameters estimation accu-

Table 6. Identification of supporting structure technical condition

Identification	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$	$U_6$	$U_7$
Stage 1	3	1	1	2	2	3	4
Stage 2	3	1	1	2	2	4	4

racy and that, in many cases, simplified models (treating such system as conservative) can be used. Identified numerical model proved to be fine-tuned to the experimental model. Quality criteria were defined for 6 natural frequencies and 6 mode shapes, linking 438 modal parameters. The difference in natural frequencies for five mode shapes was up to 3%, for one - 10% and the MAC for the first five mode shapes was not lower than 0.85.

Under operational conditions the measurement of modal displacements for all degrees of freedom is not possible, so the applied method involved optimum placement of a limited number of sensors in a dynamic system of distributed parameters. By limiting the number of measuring points the experiments were accelerated by 6 to 12 times.

The damping coefficients in analysed cases showed a low sensitivity to damage. The change in modal damping ratios resulted mainly from the change in natural frequency. Therefore, during the identification of damage or technical condition it should be taken into account that the information may be duplicated in some cases.

The basic advantage of the developed algorithm for identification of technical condition of the overhead power line supporting structures is its low sensitivity to measurement errors, which is very important in the context of diagnostics of large-size, complex geometry objects under operational conditions.

## References

1. Allemang R J. The Modal Assurance Criterion – Twenty Years of Use and Abuse. *Sound and Vibration*, 2003; August: 14–21.
2. Bartodziej G, Tomaszewski M. Blackout w rejonie Szczecina. *Uwagi i wnioski. Energetyka* 2008; nr 10.
3. Chen H P. Application of regularization methods to damage detection in large scale plane frame structures using incomplete noisy modal data. *Engineering Structures*, 2008; 20(11): 3219–3227, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2008.04.038>.
4. Ciesielka W, Szopa K, Gołaś A. The analysis of load of overhead power line due to weather condition and design of smart system of its recognition. *Polish Journal of Environmental Studies* 2016; 25(5A): 27–36.
5. Dawson B. Vibration condition monitoring techniques for rotating machinery. *The Shock and Vibration Digest*, 1976; 8: 3, <https://doi.org/10.1177/058310247600801203>.
6. Dymek D, Jastrzębska E, Kurbiel W. Awaryjne linie elektroenergetycznych wywołane oblodzeniem. *XXVI Konferencja Naukowo Techniczna Awaryjne Budowlane, Szczecin-Międzyzdroje*, 2013; 477–484.
7. Escobar J A, Sosa J J, Gomez R. Structural damage detection using transformation matrix. *Computer and Structures* 2005; 83: 357–368, <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2004.08.013>.
8. Esfandiari A, Bakhtiari-Nejad F, Rahai A. Theoretical and experimental structural damage diagnosis method using natural frequencies through an improved sensitivity equation. *International Journal of Mechanical Sciences* 2013; 70: 79–89, <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2013.02.006>.
9. Ewins D J. *Modal testing: Theory and practice*. Letchworth, Research Studies Press, 1984.
10. Farrar C R, Doebling S W. An Overview of modal-based damage identification methods. *Proceedings of DAMAS Conference*, Sheffield, UK, June, 1997.
11. Gołaś A, Iwaniec M, Szopa K. Hashed data transfer in SHM distributed systems with the use of Power Line Communication technology. *Key Engineering Materials* 2012; 518: 154–159, <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.518.154>.
12. Instytut Meteorologii i gospodarki wodnej. *Biuletyn monitoringu klimatu Polski*. Warszawa Styczeń 2010.
13. Iwaniec J, Kurowski P. Experimental verification of selected methods sensitivity to damage size and location. *Journal of Vibration and Control* 2017; 23(7): 1133–1151, <https://doi.org/10.1177/1077546315589677>.
14. Iwaniec J. Sensitivity analysis of an identification method dedicated to nonlinear systems working under operational loads. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011; 49(2): 419–438.
15. Jassim Z, Ali N, Mustapha F, Abdul Jalil N. A review on the vibration analysis for a damage occurrence of a cantilever beam. *Engineering Failure Analysis* 2013; 31 442–461, <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2013.02.016>.
16. Kammer D C. Sensor placement for on-orbit modal identification and correlation of large space structures. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 1991; 14(2): 251–259, <https://doi.org/10.2514/3.20635>.
17. Lam H F, Yin T. Dynamic reduction-based structural damage detection of transmission towers: Practical issues and experimental verification. *Engineering Structures* 2011. 33: 1459–1478, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.01.009>.
18. Li D S, Li H N, Fritzen C P. A note on fast computation of effective independence through QR downdating for sensor placement. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2009; 23(4): 1160–1168, <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2008.09.007>.
19. Maia N M M, Almeida R A B, Uguieira A P V, Sampaio R P C. Damage detection and quantification using transmissibility. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2011; 25: 2475–2483, <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2011.04.002>.
20. Nobahari M, Seyedpoor M. Structural damage detection using an efficient correlation-based index and a modified genetic algorithm. *Mathematical and Computer Modelling* 2011; 53 1798–1809, <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2010.12.058>.
21. Paczkowska T, Paczkowski W.: *Aspekty budowlane katastrofy energetycznej w rejonie szczecińskim*. XXIV Konferencja Naukowo Techniczna Awaryjne Budowlane, Szczecin-Międzyzdroje 2009; 151–176.
22. Richardson M H, Formenti D L. Parameter estimation from frequency response measurements using rational fraction polynomials. *Proceedings, 1st IMAC* 1982, Orlando, FL.
23. Szopa K. Identyfikacja uszkodzeń wielokrotnych konstrukcji mechanicznych z wykorzystaniem modeli zredukowanych. 57. Sympozjon Modelowanie w mechanice, 2018.
24. Szopa K, Iwaniec M, Gołaś A. Low frequency identification of critical states of transmission tower structures. *Mechanics and Control* 2013; 32(3): 102–109, <https://doi.org/10.7494/mech.2013.32.3.102>.
25. Urząd Regulacji Energetyki. Podsumowanie dotyczące awarii sieci w grudniu 2009 r. i styczniu 2010 r. na obszarach objętych właściwością poszczególnych operatorów systemów dystrybucyjnych. [www.ure.gov.pl](http://www.ure.gov.pl), 2010.
26. Worden K, Burrows A P. Optimal sensor placement for fault detection. *Engineering Structures* 2001; 23(8): 885–901, [https://doi.org/10.1016/S0141-0296\(00\)00118-8](https://doi.org/10.1016/S0141-0296(00)00118-8).

**Krystian SZOPA**

AGH University of Science and Technology  
Faculty of Mechanical Engineering and Robotics  
Department of Power Systems and Environmental Protection Facilities  
al. Mickiewicza 30, 30-059 Krakow, Poland

**Marek IWANIEC**

AGH University of Science and Technology  
Faculty of Mechanical Engineering and Robotics  
Department of Process Control  
al. Mickiewicza 30, 30-059 Krakow, Poland

**Joanna IWANIEC**

AGH University of Science and Technology  
Faculty of Mechanical Engineering and Robotics  
Department of Robotics and Mechatronics  
al. Mickiewicza 30, 30-059 Krakow, Poland

E-mails: [kszopa@agh.edu.pl](mailto:kszopa@agh.edu.pl), [iwaniec@agh.edu.pl](mailto:iwaniec@agh.edu.pl), [jiwaniec@agh.edu.pl](mailto:jiwaniec@agh.edu.pl)

---



**dr inż. Krystian Szopa<sup>1</sup>**  
**dr hab. inż. Marek Iwaniec, prof. AGH<sup>2</sup>**  
**dr hab. inż. Joanna Iwaniec<sup>3</sup>**

Akademia Górniczo-Hutnicza im. S. Staszica w Krakowie  
Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki

<sup>1</sup> Katedra Systemów Energetycznych i Urządzeń Ochrony Środowiska

<sup>2</sup> Katedra Automatykacji Procesów

<sup>3</sup> Katedra Robotyki i Mechatroniki

Al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Polska

e-mail: kszopa@agh.edu.pl<sup>1</sup>, iwaniec@agh.edu.pl<sup>2</sup>, jiwaniec@agh.edu.pl<sup>3</sup>

## **Identyfikacja stanu technicznego konstrukcji wsporczej napowietrznej linii elektroenergetycznej**

**Słowa kluczowe:** *analiza modalna, diagnostyka techniczna, metoda elementów skończonych*

**Streszczenie:** Diagnostyka techniczna konstrukcji wsporczych napowietrznych linii elektroenergetycznych jest zagadnieniem niezwykle istotnym z punktu widzenia niezawodności i bezpieczeństwa energetycznego kraju. W artykule przedstawiono metodę identyfikacji stanu technicznego kratownicowych konstrukcji wsporczych. Technika jest oparta na badaniu korelacji pomiędzy zmianą stanu naprężenia w układzie, a zmianą parametrów modalnych, spowodowanych uszkodzeniem. Zaprezentowane podejście jest kompleksowe i uwzględnia szereg problemów związanych z diagnostyką obiektów wielkogabarytowych o złożonej geometrii. Podstawową zaletą opracowanego algorytmu identyfikacji stanu technicznego konstrukcji wsporczych jest niska wrażliwość na błędy pomiarowe, co jest niezwykle istotne w kontekście diagnostyki eksploatacyjnej.

### **1. Wprowadzenie**

Energia elektroenergetyczna jest podstawowym medium energetycznym, niezbędnym do funkcjonowania transportu, zakładów przemysłowych, instytucji, działalności gospodarczych oraz gospodarstw domowych. Niezawodny system jej dystrybucji jest niezbędny do zapewnienia bezpieczeństwa energetycznego kraju. Awaria mechaniczna linii elektroenergetycznej powoduje przerwę w dostawie energii, co z kolei może skutkować pozostawieniem tysięcy ludzi bez energii elektrycznej, unieruchomieniem przemysłu i transportu. Dla operatora wiąże się to nie tylko z kosztami naprawy infrastruktury przesyłowej, ale również karami i odszkodowaniami. W Polsce największe katastrofy energetyczne w ostatnich latach miały miejsce w województwie zachodniopomorskim w kwietniu 2008 roku [2, 21], w województwie małopolskim w styczniu 2010 [6, 12], a także w Świebodzicach (2012), na linii Tarnów-Olszyny [25]. W prawie każdym przypadku katastrofy energetycznej ekspertyzy wykazywały, że bezpośrednią przyczyną awarii były złe warunki atmosferyczne, a pośrednią nieprawidłowości związane z nieutrzymywaniem infrastruktury w należytych stanie technicznym. Wyniki badań przedstawione w [4]

potwierdzają, że w przypadku napowietrznej linii elektroenergetycznej ważne jest nie tylko monitorowanie obciążenia wywołanego warunkami atmosferycznymi, ale również nadzorowanie stanu technicznego linii. Dodatkowo, według informacji Urzędu Regulacji Energetyki z 2017 roku, 54% linii napowietrznych należących do OSP (Operatora Systemu Przesyłowego) i 36% linii należących do OSD (Operatorów Systemów Dystrybucyjnych) przekracza wiek 40 lat, przy czym w latach '70 linie projektowano na 65% obowiązujących obecnie obciążeń [21]. W celu zapewnienia bezpieczeństwa i niezawodności sieci elektroenergetycznych, tak rozległa infrastruktura wymaga ciągłych przeglądów, modernizacji i renowacji. Identyfikacja stanu technicznego konstrukcji wsporczych może pozwolić ukierunkować te działania na obszary, w których są one niezbędne.

Większość metod badań nieniszczących (NDT) znajduje zastosowanie w detekcji uszkodzeń w obszarze lokalnym, dla niewielkich elementów. W przypadku dużych i złożonych konstrukcji stosowanie takich technik jest bardzo pracochłonne i często nieopłacalne. Dlatego istotną grupą badań NDT są metody wibroakustyczne. Istotą metod wibroakustycznych jest badanie zmian własności dynamicznych obiektu zachodzących na skutek lokalnej zmiany sztywności, będącej efektem uszkodzenia. Parametry modalne mogą opisywać układ w sposób globalny lub lokalny. W przypadku wykrywania uszkodzeń w konstrukcjach wsporczych napowietrznych linii elektroenergetycznych ważne jest również, aby metody NDT można było zastosować w systemie monitoringu strukturalnego (SHM), który w ostatnich latach odgrywa coraz ważniejszą rolę w diagnostyce konstrukcji inżynierskich. SHM polega na okresowym sczytywaniu informacji z sieci czujników rozmieszczonych na obserwowanym obiekcie, a następnie interpretacji tych danych w odniesieniu do stanu technicznego badanej konstrukcji. Dodatkowe przechowywanie informacji w długim okresie czasu pozwala sporządzić statystykę i przewidzieć czas życia konstrukcji [5]. Istotą systemu jest zdalna obserwacja obiektu na podstawie danych przesyłanych do jednostki centralnej [11].

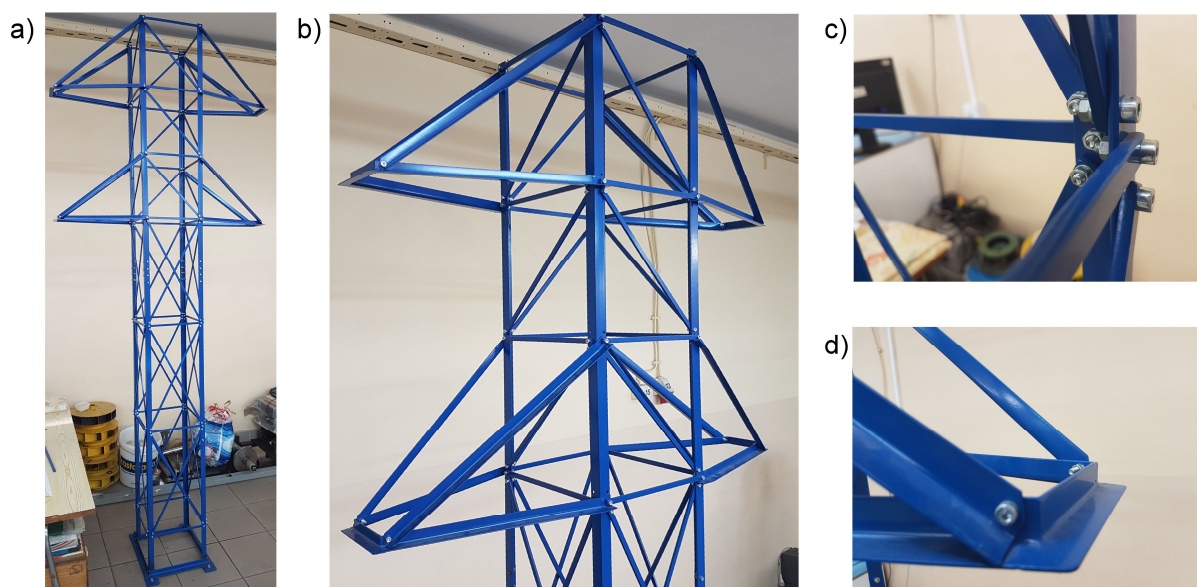
Szczegółowe studium analityczno-krytyczne wskazuje, że weryfikacja wibroakustycznych metod diagnostycznych jest zazwyczaj ograniczona do prostych konstrukcji (pojedyncze belki wspornikowe, płyty, proste ramy) [8, 15, 19] lub jedynie badań symulacyjnych [3, 7, 20], w których przyjmowany jest szereg uproszczeń. W praktyce trudno jest zastosować te techniki, często o bardzo rozbudowanym aparacie matematycznym, do obiektów o skomplikowanej geometrii. Nawet jeżeli niektóre z metod są stosowane do takich obiektów, to przyjmowane są uproszczenia w postaci ograniczenia obszaru poszukiwań uszkodzenia, bez uwzględniania wpływu uszkodzeń elementów spoza tego obszaru na globalne charakterystyki dynamiczne konstrukcji [17].

Podstawowym problemem w zastosowaniu metod wibroakustycznych w diagnostyce uszkodzeń konstrukcji o złożonej geometrii (szczególnie tak przeszywnionych jak kratownicowe konstrukcje wsporcze) jest niska wrażliwość parametrów modalnych na pojedyncze uszkodzenia, co z kolei powoduje złe uwarunkowanie zadania podczas rozwiązywania modeli odwrotnych. Nawet niewielkie błędy pomiarowe estymacji parametrów oraz modelowania silnie wpływają na wyniki, prowadząc do ich niejednoznaczności lub całkowitej utraty zbieżności rozwiązania. Inne przeszkody w identyfikacji stanu technicznego obiektów wielkogabarytowych o złożonej geometrii to: nieliniowa zależność parametrów modalnych od zmiany sztywności poszczególnych elementów konstrukcji, identyfikacja częstotliwości drgań własnych pomiędzy konstrukcją uszkodzoną i nieuszkodzoną przy braku pomiaru postaci drgań własnych, identyfikacja parametrów modelu numerycznego na podstawie wiedzy *a priori*, ograniczona liczba punktów pomiarowych i ilość pozyskiwanej informacji, zmiana warunków brzegowych (np. temperatury otoczenia). Wnioski te wynikają zarówno z przeglądu literatury [10] jak i wielu badań przeprowadzonych przez autorów tej pracy m.in. [13, 14, 23, 24]. Analiza stanu wiedzy

wskazuje, że najlepszymi metodami w diagnostyce konstrukcji wsporczych napowietrznych linii elektroenergetycznych mogą być metody oparte o analizę postaci drgań własnych, przy założeniu ograniczonej liczby punktów pomiarowych.

## 2. Obiekt badań i procedura identyfikacji stanu technicznego konstrukcji

W celu przeprowadzenia badań zaprojektowano i wykonano uproszczony model fizyczny stalowej konstrukcji wsporczej napowietrznej linii elektroenergetycznej (rys. 1). Model słupa został wykonany ze stali konstrukcyjnej i jest przestrzenną, skręcaną konstrukcją prętową. Wysokość słupa wynosi 2,65 m, co stanowi w przybliżeniu 1/10 wysokości tego typu obiektów spotykanych w przemyśle elektroenergetycznym. Nogi (krawężniki) modelu słupa zostały wykonane z kątownika L25 × 25 × 3 i każda z nich składa się z dwóch prętów połączonych ze sobą na wysokości 1,5 m od podstawy. Z takich samych kształtowników wykonana jest rama podstawy, za pomocą której konstrukcja jest przymocowana do fundamentu, natomiast poprzeczniki są zbudowane z kątownika L20 × 20 × 2. Elementy drugorzędne ułożone poziomo oraz ukośniki są prętami o przekroju prostokątnym 10 × 5 mm (tabela 1). Zastąpienie kątowników prętami o przekroju prostokątnym umożliwia montaż elementów w węzłach połączeniami śrubowymi, co w przypadku zastosowania kątowników o małym przekroju byłoby znacznie utrudnione. Praca jest ukierunkowana na analizę własności dynamicznych układu prętowego o złożonej geometrii oraz identyfikację jego stanu technicznego.



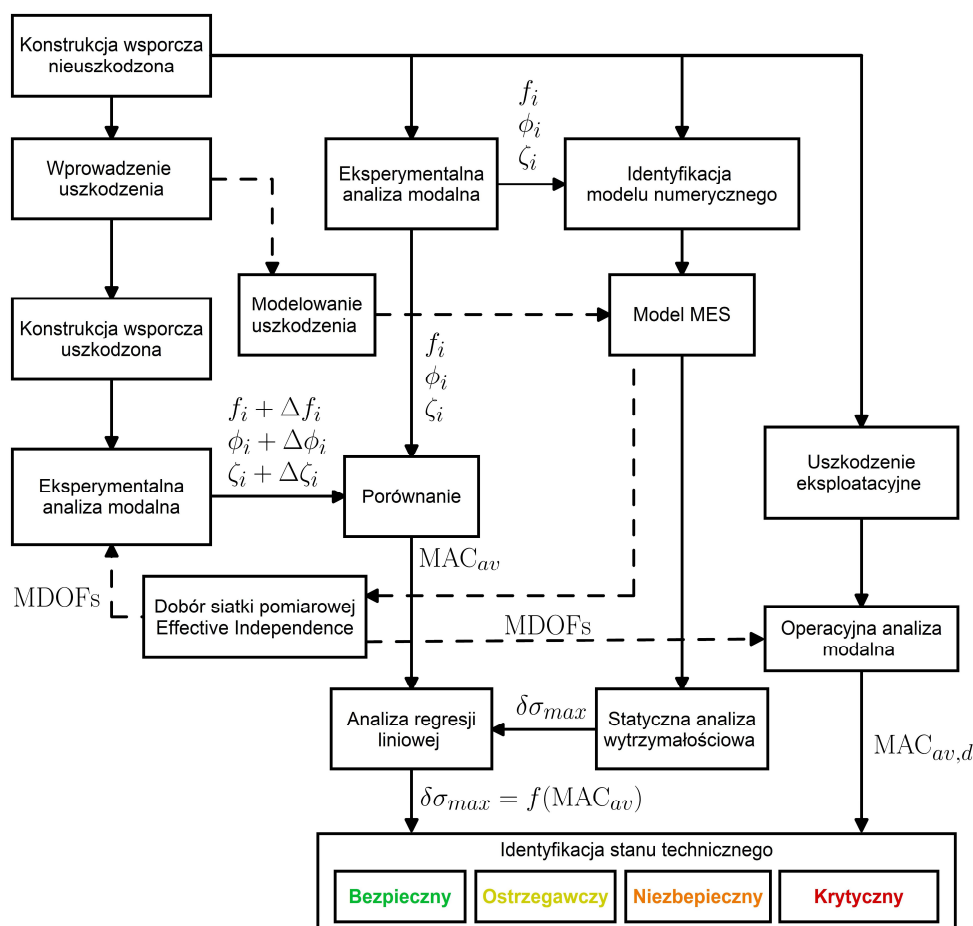
Rys. 1. Model fizyczny konstrukcji wsporczej

Tabela 1. Parametry przekroju poprzecznego i materiałowe elementów konstrukcji

	Krawężniki	Elementy drugorzędne	Poprzeczniki
Kształt przekroju [mm]	L 25×25×3	Prost. 10×5	L 20×20×2
Pole przekroju poprzecznego [m <sup>2</sup> ]	$1,42 \cdot 10^{-4}$	$50 \cdot 10^{-6}$	$73 \cdot 10^{-6}$
Geometryczny moment bezwładności $I_z$ [m <sup>4</sup> ]	$0,8 \cdot 10^{-8}$	$1,04 \cdot 10^{-10}$	$0,28 \cdot 10^{-8}$
Geometryczny moment bezwładności $I_y$ [m <sup>4</sup> ]	$0,8 \cdot 10^{-8}$	$4,17 \cdot 10^{-10}$	$0,28 \cdot 10^{-8}$
Moduł Younga [Pa]	$2,05 \cdot 10^{11}$	$2,05 \cdot 10^{11}$	$2,05 \cdot 10^{11}$
Moduł Kirchhoffa [Pa]	$8 \cdot 10^{10}$	$8 \cdot 10^{10}$	$8 \cdot 10^{10}$
Masa właściwa [kg/m <sup>3</sup> ]	7870	7870	7870



Kolejny etap przeprowadzonych prac badawczych obejmował opracowanie algorytmu identyfikacji stanu technicznego konstrukcji wsporczej napowietrznej linii elektroenergetycznej (rys. 2). Zaproponowana metoda polega na porównaniu parametrów modalnych (ze szczególnym uwzględnieniem postaci drgań własnych) konstrukcji uszkodzonej względem zdrowej. Dostrojony model numeryczny obiektu służy do wyznaczenia mierzonych (głównych) stopni swobody oraz przeprowadzenia statycznej analizy wytrzymałościowej. Do konstrukcji wprowadzane są uszkodzenia i na podstawie analizy regresji tworzona jest liniowa charakterystyka uwzględniająca zależność naprężeń maksymalnych od uśrednionej wartości wskaźnika MAC (Modal Assurance Criterion), na skutek zmiany sztywności. Dla wyznaczonej charakterystyki określone są graniczne wartości  $MAC_{av,g}$  które definiują przedziały stanów technicznych konstrukcji wsporczej. Uszkodzenie powstałe w warunkach eksploatacyjnych jest klasyfikowane jako jeden z możliwych stanów technicznych na podstawie wartości kryterium  $MAC_{av,d}$  porównującego postaci drgań własnych aktualnego stanu konstrukcji wsporczej z postaciami obiektu nieuszkodzonego.

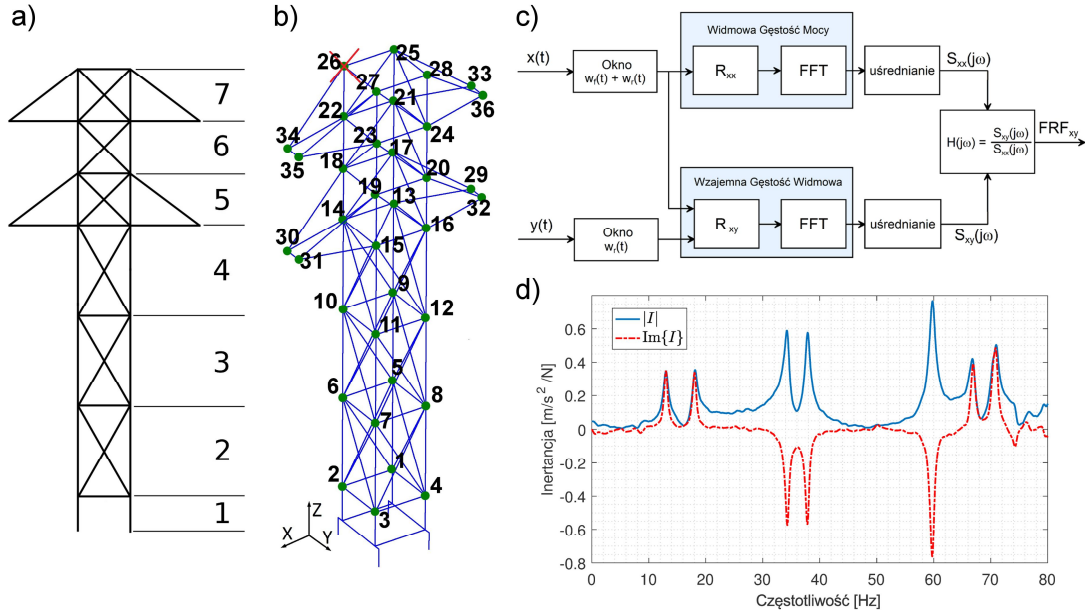


Rys.2. Algorytm identyfikacji stanu technicznego konstrukcji wsporczej

### 3. Eksperymentalna analiza modalna konstrukcji wsporczej i identyfikacja parametrów modelu numerycznego

W kolejnym etapie badań przeprowadzono eksperymentalną analizę modalną obiektu, wyznaczając uporządkowany zbiór częstości własnych, współczynników tłumienia modalnego oraz postaci drgań własnych. Na rys. 3b zaznaczono 36 punktów, w których dokonano pomiaru przemieszczeń modalnych na kierunkach  $X$  i  $Y$ . Oznacza to, że postaci

drgań własnych zostały wyznaczone na podstawie 72 mierzonych stopni swobody. Dwa czujniki drgań w postaci jednoosiowych akcelerometrów piezoelektrycznych (dla każdego z dwóch kierunków  $X$  i  $Y$ ) zostały umieszczone w punkcie 26.



Rys. 3. Eksperymentalna analiza modalna (a) podział modelu geometrycznego układu na segmenty, (b) punkty pomiarowe (w każdym punkcie przeprowadzono pomiary w kierunkach  $X$  i  $Y$ ), (c) schemat przetwarzania sygnałów czasowych wymuszenia i odpowiedzi do postaci transmitancji widmowej, (d) inercyjność układu dla wymuszenia w punkcie  $12X$  i odpowiedzi w punkcie  $26X$

W wyniku przeprowadzonych pomiarów, otrzymano przebiegi czasowe sygnałów wymuszenia i odpowiedzi (rys. 5). W procesie transformacji sygnału z dziedziny czasu do dziedziny częstotliwości zastosowano szybką transformację Fouriera FFT. Ponieważ w układach słabo tłumionych sygnał odpowiedzi zazwyczaj nie wygasa z końcem czasu rejestracji sygnału poddawanego analizie, w celu minimalizacji przecieków widma zastosowano okno wykładnicze wyrażone zależnością:

$$w_r = e^{-\beta t}, \quad \beta = \frac{1}{\tau}, \quad (1)$$

natomiast dla sygnału wejściowego zastosowano okno wykorzystujące funkcję filtru Tichonowa:

$$w_f = 1 - \frac{t^n}{t^n + \alpha^n}. \quad (2)$$

Do wyznaczenia charakterystyki częstotliwościowej układu zastosowano estymator  $H_1$  (rys. 3c), wyrażony zależnością [9]:

$$H_{xy}(j\omega) = \frac{S_{xy}(j\omega)}{S_{xx}(j\omega)}, \quad (3)$$

gdzie  $S_{xx}$  jest gęstością widmową mocy własnej sygnału wejściowego, a  $S_{xy}$  gęstością widmową mocy wzajemnej wejścia i wyjścia. Na rys. 3d przedstawiono przykładową

charakterystykę częstościową układu w postaci inertancji pomiędzy punktami 12 i 26 na kierunku  $X$ .

Estymacji parametrów modalnych dokonano za pomocą metody RFP (**R**ational **F**raction **P**olynomial) [22], która polega na dopasowywaniu charakterystyki w dziedzinie częstości, zapisanej w postaci funkcji wymiernej. Wyznaczone parametry modalne konstrukcji wsporczej zestawiono w tabeli 2. Wartości częstości drgań własnych nietłumionych zostały obliczone z zastosowaniem skorygowanych (ze względu na zastosowanie okna wykładniczego) współczynników tłumienia. Warto zwrócić uwagę jak niewielki wpływ w kratowych konstrukcjach wsporczych ma współczynnik tłumienia na różnicę częstości drgań własnych tłumionych względem nietłumionych. Maksymalna względna zmiana dla pierwszej częstości wyniosła 0,05%. Ze względu na ograniczone warunki eksperymentu w pełni udało się wyznaczyć 6 postaci drgań własnych.

Tabela 2. Parametry modalne konstrukcji wyznaczone poprzez eksperymentalną analizę modalną

Postać	$\hat{\sigma}_i$	$\sigma_i$	$\omega_i$	$f_i$	$\omega_t^i$	$f_t^i$	$\zeta_i$
	[rad/s]	[rad/s]	[rad/s]	[Hz]	[rad/s]	[Hz]	[%]
1	-2,51	-1,40	81,66	13,00	81,62	12,99	1,72
2	-2,76	-1,48	113,15	18,01	113,12	18,00	1,31
3	-2,78	-1,49	215,79	34,34	215,77	34,34	0,69
4	-2,51	-1,40	237,97	37,88	237,96	37,87	0,59
5	-3,02	-1,58	375,45	59,76	375,44	59,75	0,42
6	-2,55	-1,42	442,48	70,42	442,46	70,42	0,32

W tabeli przyjęto następujące oznaczenia:  $\hat{\sigma}_i$  – wsp. tłumienia wyznaczony z charakterystyki tłumionej oknem wykładniczym,  $\sigma_i$  - skorygowany wsp. tłumienia,  $\omega_i$ ,  $f_i$  - częstość i częstość drgań własnych nietłumionych,  $\omega_t^i$ ,  $f_t^i$  - częstość i częstość drgań własnych tłumionych,  $\zeta_i$  - bezwymiarowy współczynnik tłumienia (skorygowany)

Model numeryczny został zbudowany jako przestrzenna konstrukcja ramowa (rys. 4a). W wyniku dyskretyzacji model numeryczny łączy 112 elementów belkowych w 40 węzłach, z których każdy ma 6 stopni swobody. Dodatkowy stopień swobody dla translacji na kierunku pionowym przy utwierdzeniu, dla każdej z kotew, daje model o 244 stopniach swobody. Ponieważ smukłość elementów jest stosunkowo duża, zastosowano elementy zgodne z teorią belki Eulera-Bernoullego (rys. 4b).

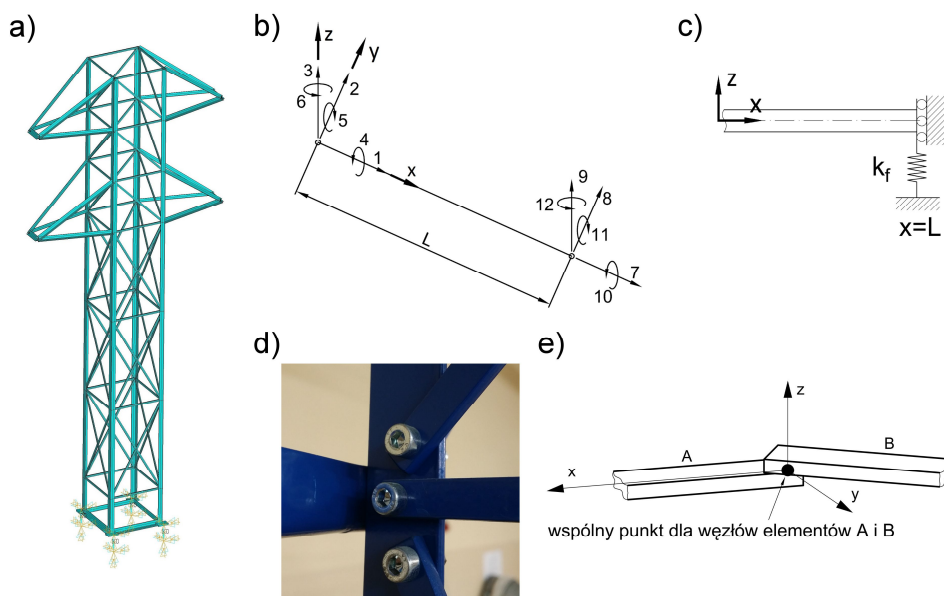
Wprowadzono dodatkowy element skończony łączący dwa węzły i pozwalający na zdefiniowanie współczynników sztywności pomiędzy odpowiednimi stopniami swobody tych węzłów (rys. 4e). Element ten został wykorzystany do zamodelowania połączenia śrubowego pomiędzy drugorzędnymi elementami, a nogami słupa (rys. 4d). W modelu uwzględniono przemieszczenia węzłów zamocowania konstrukcji do podłoża, na globalnym kierunku  $Z$ . Przyjęte warunki brzegowe, zgodnie z rys. 4c, mają postać:

$$u(L, t) = \theta(L, t) = v(L, t) = \frac{\partial v}{\partial x}(L, t) = \frac{\partial w}{\partial x}(L, t) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(L, t) \right) = k_f w(L, t), \quad (4)$$

gdzie  $u(x, t)$  jest funkcją przemieszczenia punktów wzdłuż osi  $x$ ,  $\theta(x, t)$  funkcją opisującą obrót przekrojów,  $v(x, t)$  i  $w(x, t)$  są funkcjami ugięcia w płaszczyznach  $xy$  i  $xz$ , natomiast  $k_f$  oznacza sztywność pojedynczej śruby kotwowej.





Rys. 4. Model elementów skończonych (a) konstrukcja wsporcza, (b) element skończony w układzie lokalnym, (c) warunek brzegowy dla połączenia kotwowego, (d) połączenie śrubowe prętów modelu fizycznego, (e) model przegubu sprężystego dla połączenia śrubowego

Zbudowany model numeryczny konstrukcji wsporczej porównano z modelem eksperymentalnym (tab. 3). Dla pięciu postaci drgań własnych różnica otrzymanych częstotliwości drgań własnych była niewielka i nie przekraczała 3%. Jedynie dla piątej częstotliwości drgań własnych błąd jest wyraźnie większy i wynosi 10%. Postaci drgań własnych przedstawiono w formie graficznej na rys. 5. Pominięcie na rysunku ukośników pozwoliło zwiększyć czytelność wykresów. Postaci drgań własnych porównano za pomocą kryterium MAC [1]

$$MAC_i = \frac{|\psi_{i,exp}^H \cdot \psi_{i,num}|^2}{(\psi_{i,exp}^H \cdot \psi_{i,exp}) \cdot (\psi_{i,num}^H \cdot \psi_{i,num})} \quad (5)$$

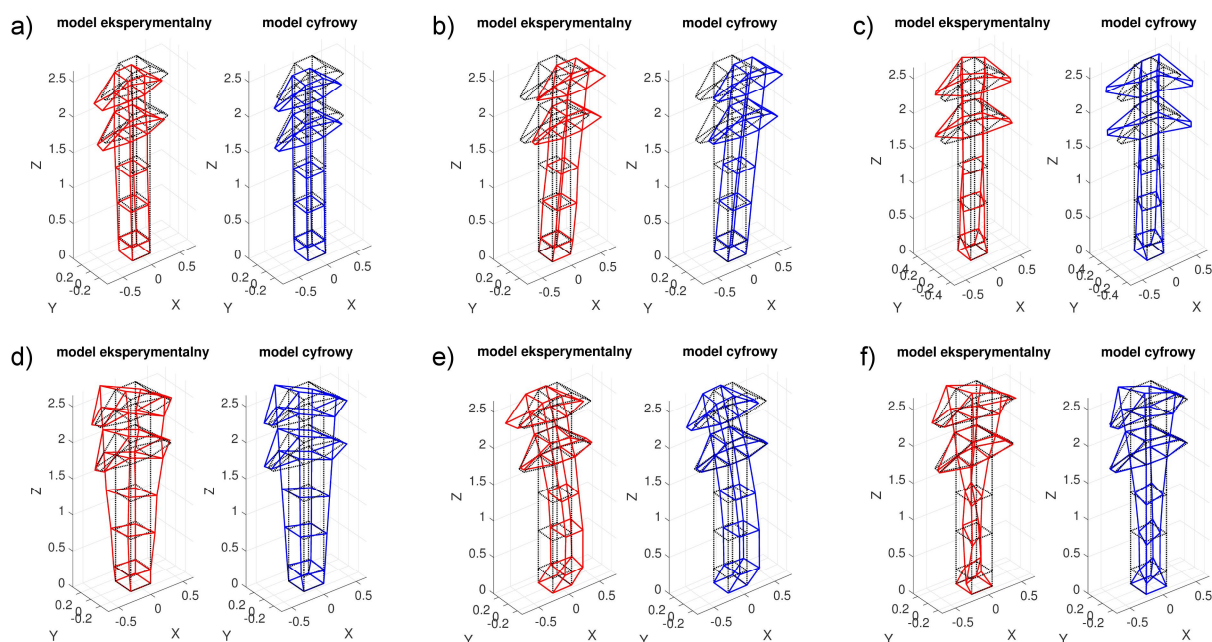
które określa stopień korelacji pomiędzy wektorami modalnymi modelu eksperymentalnego  $\psi_{i,exp}$  i modelu numerycznego  $\psi_{i,num}$ .

Tabela 3. Porównanie częstotliwości i postaci drgań własnych modeli eksperymentalnego i numerycznego

Postać	$f_i^{pom}$	$f_i^{num}$	$\Delta f_i$ [Hz]	$\delta f_i$ [%]	$MAC_i$
1	13,00	13,22	0,22	1,69	0,95
2	18,01	18,31	0,30	1,67	0,97
3	34,34	34,13	-0,21	-0,61	0,86
4	37,88	38,99	1,11	2,93	0,85
5	59,76	65,76	6,00	10,04	0,88
6	70,42	70,03	-0,39	-0,55	0,72

Pierwsza i druga postać drgań własnych to formy giętne, przypominające postaci drgań dla belki jednostronnie utwierdzonej, a wskaźnik MAC dla tych postaci osiąga bardzo wysoką wartość. Dla postaci 3 ÷ 5 otrzymano wartości wskaźników MAC nie mniejsze niż 0,85, co dla konstrukcji tego typu jest dobrym wynikiem. Dla ostatniej zidentyfikowanej, szóstej postaci drgań własnych, wskaźnik MAC jest niższy niż dla pozostałych postaci, co

może wynikać ze skomplikowanego kształtu tej postaci (większa liczba węzłów drgań), a także dodatkowego połączenia górnej części trzonu słupa z dolną, którego nie uwzględniono w modelu cyfrowym. Zwiększona sztywność środkowego fragmentu pasa wpływa na położenie węzła drgań względem długości tego krawężnika.



Rys. 5. Porównanie postaci drgań własnych otrzymanych z badań eksperymentalnych i numerycznych (a) postać 1, (b) postać 2, (c) postać 3, (d) postać 4, (e) postać 5, (f) postać 6

#### 4. Wstępna analiza wpływu uszkodzeń i dobór siatki pomiarowej

Rozpatrzono dwa przypadki uszkodzeń. Uszkodzenie  $U_1$  wprowadzono poprzez usunięcie z konstrukcji wsporczej elementów nr 30, 59, 60 (rys. 9). Wszystkie 3 elementy sąsiadują ze sobą i stanowią skratowanie jednej ze ścian konstrukcji w jej dolnej części. Drugie uszkodzenie,  $U_2$ , uzyskano poprzez usunięcie z konstrukcji zdrowej elementów 34, 57, 59, 68. Elementy te znajdują się w kolejnych sekcjach słupa, jednak żadne z nich wzajemnie się nie krzyżują.

Tabela 3. Porównanie parametrów modalnych dla przypadków z uszkodzeniem  $U_1$  i  $U_2$  względem konstrukcji nieuszkodzonej  $Z_1$

Postać	$Z_1$	$U_1$				$U_2$			
	$f_i$ [Hz]	$f_i$ [Hz]	$\Delta f_i$ [Hz]	$\delta f_i$ [Hz]	MAC <sub>i</sub>	$f_i$ [Hz]	$f_i$ [Hz]	$\Delta f_i$ [Hz]	$\delta f_i$ [Hz]
1	13,00	11,15	-1,85	-14,25	0,75	12,98	-0,02	-0,13	0,99
2	18,01	15,21	-2,80	-15,56	0,62	17,63	-0,38	-2,13	0,99
3	34,34	23,94	-10,41	-30,3	0,61	31,56	-2,78	-8,1	0,93
4	37,88	37,40	-0,48	-1,26	0,89	37,85	-0,03	-0,07	0,97
5	59,76	59,70	-0,06	-0,09	0,77	59,74	-0,02	-0,03	0,95
6	70,42	66,82	-3,60	-5,11	0,72	70,14	-0,28	-0,4	0,92

Dla obu przypadków przeprowadzono eksperymentalną analizę modalną a wyniki zestawiono w tabeli 3, porównując je z odpowiedzią modelu nieuszkodzonego  $Z_1$ . Mimo, że w przypadku  $U_2$  uszkodzono więcej elementów niż w przypadku  $U_1$ , to zdecydowanie większe zmiany parametrów modalnych wystąpiły dla przypadku  $U_1$ . Potwierdza to redundantny charakter badanej konstrukcji. Uszkodzenia pojedynczych elementów drugorzędnych w różnych sekcjach i ścianach słupa nie mają dużego wpływu na odpowiedź

układu, a konstrukcja zachowuje wysoką sztywność. Dopiero uszkodzenia elementów należących do skratowania tej samej sekcji oraz ściany mają wyraźny wpływ na zmianę charakterystyki dynamicznej obiektu.

W celu przeprowadzenia bardziej szczegółowych analiz należy rozpatrzyć większą liczbę stanów uszkodzeń. Niestety, wyznaczenie postaci drgań własnych wiąże się dla tego przypadku z wyznaczeniem przemieszczeń modalnych dla 72 stopni swobody. Pomiar tak dużej liczby charakterystyk częstościowych jest bardzo czasochłonny. Dodatkowo należy podkreślić, że pomiar przemieszczeń przemysłowej konstrukcji wsporczej na kierunkach  $X$  i  $Y$  we wszystkich węzłach jest niemożliwy. Dlatego należy ograniczyć liczbę punktów pomiarowych i rozmieścić czujniki w taki sposób, aby pozyskać jak największą ilość informacji.

Dobór siatki pomiarowej dla badanego modelu konstrukcji wsporczej przeprowadzono z wykorzystaniem metody EI (ang. Effective Independence) [16], która cechuje się dużą prostotą przy jednocześnie dobrych rezultatach. Technika ta została wykorzystana między innymi w [26] do doboru rozmieszczenia czujników na płycie z dodatkowym wykorzystaniem algorytmów genetycznych. EI pozwala wybrać taki zbiór punktów pomiarowych, dla których rozpatrywane przemieszczenia modalne są od siebie jak najbardziej liniowo niezależne, jednocześnie zawierając wystarczającą ilość informacji potrzebnej do estymacji parametrów modalnych. Metoda sprowadza się do wyznaczenia wektora zawierającego elementy leżące na diagonalu macierzy, będącej odpowiednio przedstawionym iloczynem postaci drgań własnych układu:

$$EI = \text{diag}(\psi(\psi^T\psi)^{-1}\psi^T) \quad (6)$$

gdzie  $\psi$  jest macierzą postaci drgań własnych dla rozpatrywanych postaci i stopni swobody. Każdy z elementów wektora  $EI$  odpowiada konkretnemu stopniowi swobody (potencjalnemu punktowi pomiarowemu) i jest czynnikiem składowym, niezbędnym do wyznaczenia rzędu macierzy, która może być pełnego rzędu tylko wówczas, gdy postaci drgań własnych są liniowo niezależne. W celu wyznaczenia punktów pomiarowych należy ograniczyć macierz modalną do mierzonych postaci drgań własnych oraz rozpatrywanych stopni swobody, w których można dokonać pomiaru, a następnie w kolejnych iteracjach odrzucać te stopnie swobody, które wnoszą najmniejszy udział do niezależności liniowej pomiędzy postaciami. Za każdym razem obliczany jest nowy wektor  $EI$ , aż do momentu osiągnięcia wymiaru odpowiadającego żądanej liczbie punktów pomiarowych  $N_m$ .

Kryterium oceny doboru rozmieszczenia czujników określono jako różnicę pomiędzy średnią wartością MAC przy ograniczonej liczbie czujników, a średnią wartością MAC przy pomiarze przemieszczeń modalnych we wszystkich 72 rozpatrywanych stopniach swobody:

$$\Delta MAC_{av} = MAC_{av}^{N_m} - MAC_{av} \quad (7)$$

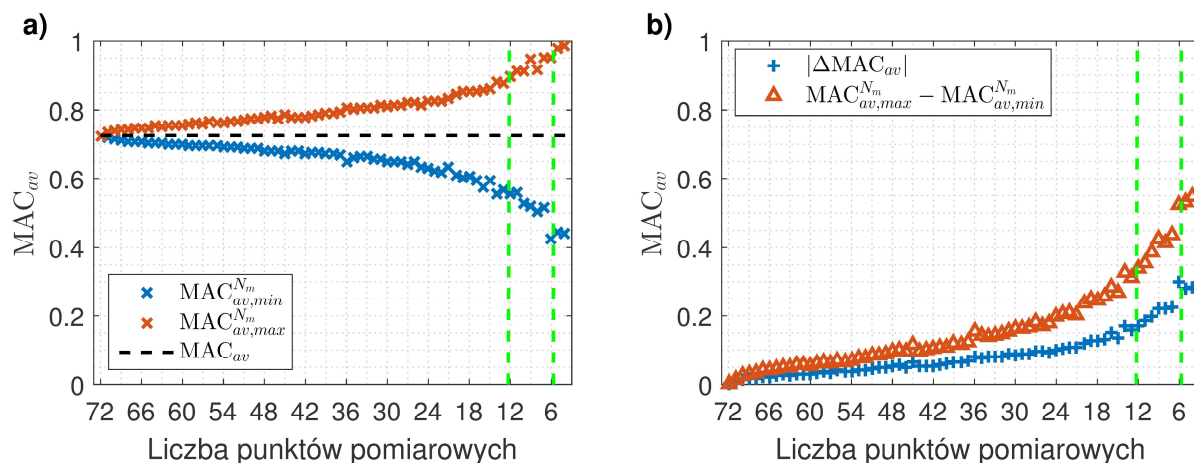
przy czym:

$$MAC_{av}^{N_m} = \sum_{i=1}^6 \frac{MAC_i^{N_m}}{6} \quad (8)$$

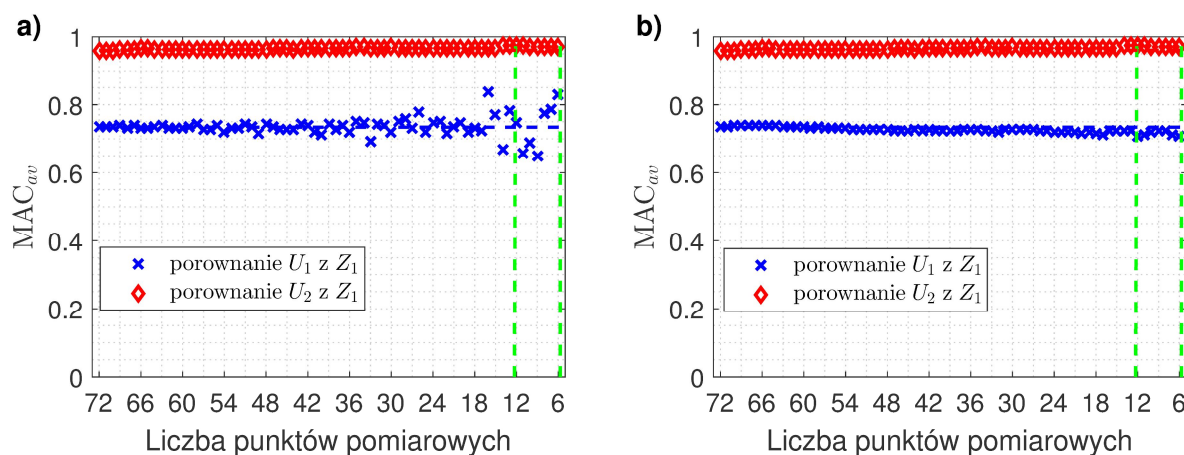
oraz:

$$MAC_{av} = \sum_{i=1}^6 \frac{MAC_i}{6} \quad (9)$$

gdzie  $MAC_i$  i  $MAC_i^{N_m}$  zostały obliczone pomiędzy wektorami modalnymi konstrukcji nieuszkodzonej i uszkodzonej, dla odpowiednio wszystkich 72 mierzonych stopni swobody i ograniczonej liczby mierzonych stopni swobody  $N_m$ .



Rys. 6. Rezultaty porównania postaci drgań własnych stanu  $U_1$  z  $Z_1$  dla skrajnie źle dobranych rozmieszczeń punktów pomiarowych (a) maksymalne i minimalne wartości  $MAC_{av}^{N_m}$ , (b) wartość  $\Delta MAC_{av}$  wg (7) i rozstęp wartości  $MAC_{av}^{N_m}$



Rys. 7. Wartości  $MAC_{av}^{N_m}$  porównujące postaci stanów  $U_1$  i  $U_2$  z  $Z_1$  dla rozmieszczenia punktów pomiarowych (a) losowego, (b) zgodnego z algorytmem Effective Independence

Na rys. 6 przedstawiono wyniki dla skrajnie niekorzystnych rozmieszczeń punktów pomiarowych. Za pomocą kryterium MAC porównano postaci drgań własnych stanu  $U_1$  i  $Z_1$ . Dla każdej liczby czujników wygenerowano po 10000 losowych siatek pomiarowych i wybrano dwa skrajne przypadki dla maksymalnej i minimalnej wartości MAC (rys. 6a). Można zauważyć, że wraz ze spadkiem liczby mierzonych stopni swobody rozstęp wartości jest coraz większy. Oznacza to, że dla tego samego stanu technicznego konstrukcji wsporczej wskaźnik  $MAC_{av}$  może bardzo się różnić w zależności od wyboru punktów pomiarowych. Przykładowo dla 9 punktów pomiarowych, pomiar jedną siatką czujników da wynik 0,95, podczas gdy dla innego rozmieszczenia czujników 0,52. Rozstęp wartości wynosi 0,43, a wartość  $MAC_{av}$  dla pełnej liczby czujników leży w przybliżeniu pośrodku tych wartości i wynosi 0,73. Całkowicie zmienia to klasyfikację konstrukcji pod względem stanu technicznego. Warto nadmienić, że interesująca nas liczba punktów pomiarowych wynosi



między 6 a 12, gdzie rozstęp jest największy (rys. 6b). Dlatego tak ważny jest prawidłowy wybór mierzonych stopni swobody.

Na podstawie postaci drgań własnych otrzymanych z modelu numerycznego, dla każdej liczby czujników od 6 do 71, wyznaczono siatkę punktów pomiarowych zgodnie z algorytmem EI. Obliczone wartości  $MAC_{av}^{N_m}$  przedstawiono na rys. 7b. Odległość tych wartości od  $MAC_{av}$  dla pełnej liczby czujników wynosi maksymalnie 0,02 dla 12 punktów pomiarowych przy porównaniu stanu  $U_1$  i  $Z_1$ , co jest bardzo małą różnicą biorąc pod uwagę znaczny zysk związany z ograniczeniem liczby pomiarów. Wartości  $\Delta MAC_{av}$  wyznaczone dla stanów  $U_2$  i  $Z_1$  są jeszcze mniejsze. Dla porównania, na rys. 7a przedstawiono przypadek dla losowego rozmieszczenia czujników. Maksymalna wartość  $\Delta MAC_{av}$  wynosi -0,09, a rozstęp niemal 0,18.

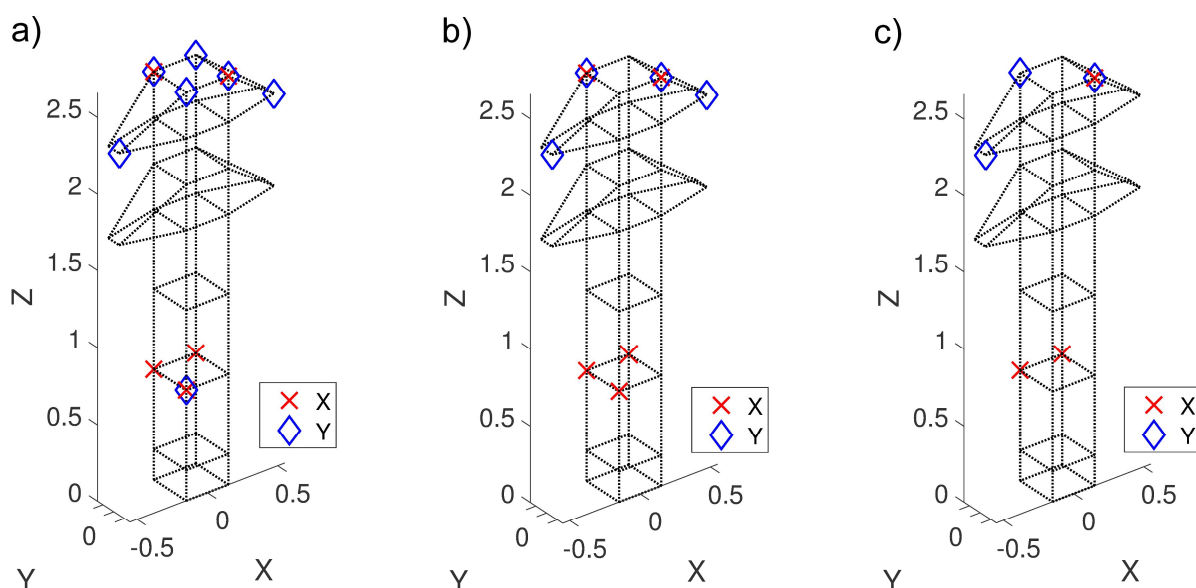
Na rys. 8 przedstawiono 3 przykładowe warianty rozmieszczenia czujników zgodnie z algorytmem EI. Mierzone punkty pomiarowe zapisano w wektorach  $MP_{N_m}$ . Oznaczenie punktów pomiarowych jest zgodne z rys. 5:

$$MP_{12} = [5X, 7X, 8X, 26X, 28X, 5Y, 25Y, 26Y, 27Y, 28Y, 33Y, 34Y]$$

$$MP_9 = [5X, 7X, 8X, 26X, 28X, 26Y, 28Y, 33Y, 34Y]$$

$$MP_6 = [7X, 8X, 26X, 26Y, 28Y, 33Y]$$

Każda siatka o mniejszej liczbie punktów pomiarowych jest podzbiorem poprzednich siatek, co wynika z iteracyjnego charakteru algorytmu EI.



Rys. 8. Siatka punktów pomiarowych wyznaczona na podstawie algorytmu Effective Independence dla (a) 12, (b) 9 i (c) 6 punktów pomiarowych

Najwięcej punktów pomiarowych położonych jest na szczycie trzonu słupa, na co mają wpływ przede wszystkim 1 i 2 postać drgań własnych; to właśnie tam obserwowane są największe przemieszczenia modalne dla tych postaci. Punkty pomiarowe zlokalizowane na poprzecznikach wynikają przede wszystkim z uwzględnienia trzeciej postaci drgań własnych, będącej formą skrętną. Pomiar przemieszczeń modalnych w środkowej części trzonu słupa, pomiędzy 2 i 3 sekcją, umożliwia obserwację przede wszystkim postaci 5, a także 4 i 6 (rys. 5).

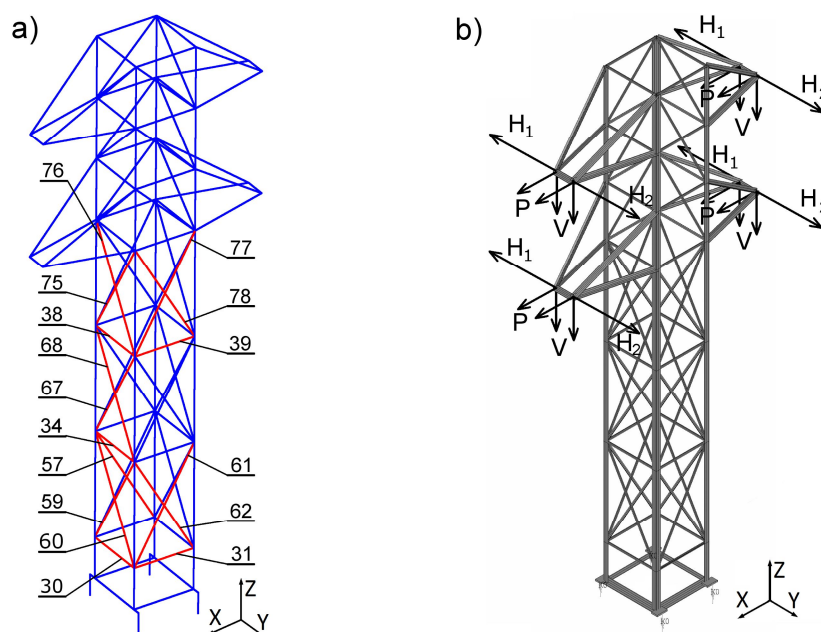
## 5. Identyfikacja stanu technicznego konstrukcji

Rozpatrzono siedem przypadków uszkodzeń konstrukcji wsporczej i w wyniku przeprowadzonej analizy modalnej wyznaczono zbiory częstotliwości drgań własnych, bezwymiarowych współczynników tłumienia i postaci drgań własnych. W każdym przypadku uwzględniono 6 postaci drgań własnych. Dla pierwszego i drugiego stanu uszkodzenia postaci drgań własnych zawierają przemieszczenia modalne w 72 stopniach swobody ( $1 \div 36 X, Y$ , wg rys. 3b), natomiast dla przypadków  $3 \div 7$  postaci uwzględniają 12 stopni swobody wyznaczonych zgodnie z algorytmem EI (6) (rys. 8a). Ponieważ liczba wyznaczonych przemieszczeń modalnych dla wszystkich przypadków uszkodzeń i wszystkich postaci jest duża, dlatego też parametr ten ujęto w kryterium MAC porównując postać konstrukcji uszkodzonej z nieuszkodzoną. Wszystkie wyniki zestawiono w tabeli 4.

Zidentyfikowany model numeryczny konstrukcji wsporczej obciążono siłami symulującymi oddziaływanie pochodzące od przewodów dla trudnych warunków atmosferycznych (rys. 9b). Wartości obciążeń zostały wyznaczone analogicznie do przypadku opisanego w [4], jednak z uwzględnieniem gabarytów modelu laboratoryjnego. Rozpatrzono przypadek asymetrycznego oblodzenia przewodów wzdłuż linii, z dodatkową siłą prostopadłą do trasy linii, pochodzącą od wiatru. Każdy z tych dwóch stanów rozpatrywany z osobna powoduje zginanie konstrukcji w dwóch prostopadłych do siebie płaszczyznach. Połączenie omawianych przypadków w jeden stan obciążenia pozwala uwzględnić wpływ uszkodzeń elementów każdej ze ścian konstrukcji na zmianę naprężeń maksymalnych w układzie. Obliczone wartości obciążeń to:

$$V = 114 \text{ N}, \quad H_1 = 583 \text{ N}, \quad H_2 = 852 \text{ N}, \quad P = 78 \text{ N},$$

zgodnie z oznaczeniem przedstawionym na rys. 9b. Dla każdego przypadku uszkodzenia przyjęto taki sam stan obciążenia, wyznaczono naprężenia maksymalne jakie wystąpiły w konstrukcji i porównano je z naprężeniami w konstrukcji nieuszkodzonej.



Rys. 9. Konstrukcja wsporcza (a) numeracja wybranych elementów, (b) siły pochodzące od przewodów

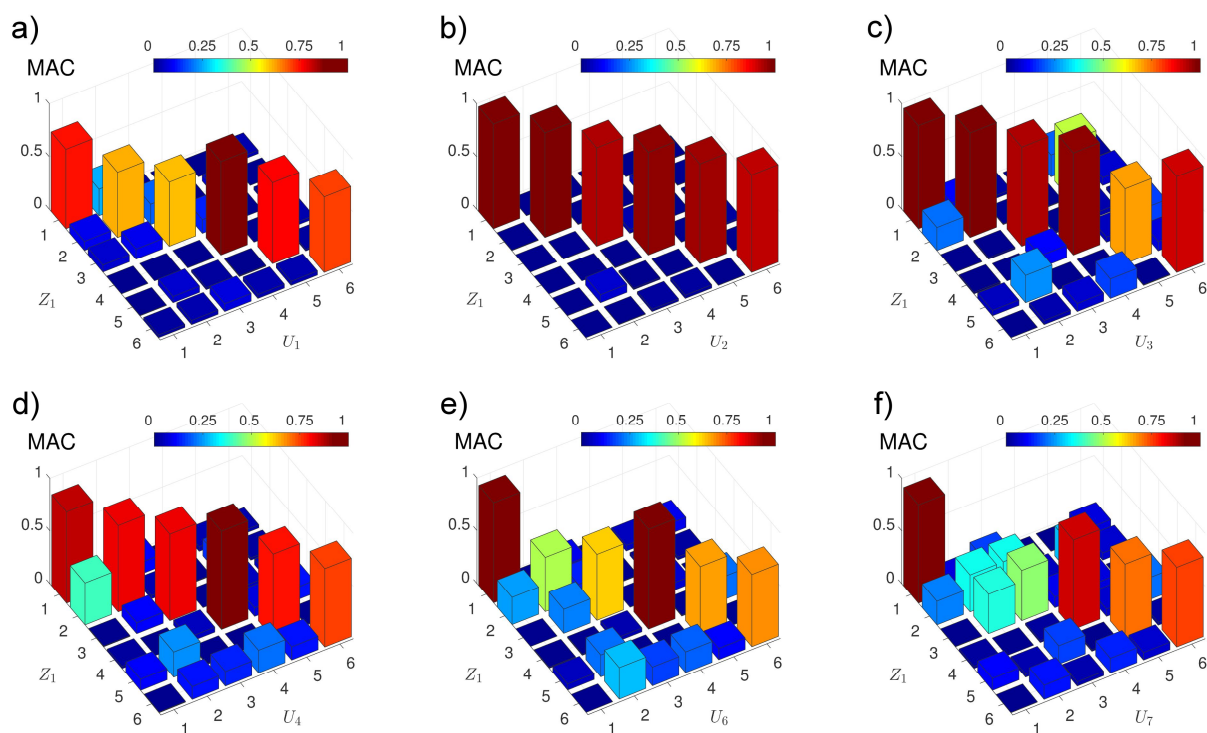
W przypadku uszkodzenia  $U_1$  usunięte elementy stanowią skratowanie sekcji 2 jednej ze ścian (rys. 9a). Ponieważ skratowanie znajduje się blisko utwierdzenia krawężników do podłoża, gdzie występują największe naprężenia dla zadanego stanu obciążenia, uszkodzenie to ma bardzo duży wpływ na naprężenia maksymalne w konstrukcji i jest bliskie granicy plastyczności materiału S235JR. Wpływ uszkodzenia na parametry modalne jest wyraźny szczególnie dla pierwszych trzech częstotliwości drgań własnych, aczkolwiek trzeba tutaj zaznaczyć, że zmiana bezwymiarowego współczynnika tłumienia modalnego  $\zeta_1$  jest spowodowana w głównej mierze zmianą częstotliwości, podczas gdy wartość współczynnika tłumienia odniesionego do częstości drgań własnych nietłumionych  $\sigma_1$  nie uległa większej zmianie. Wartości MAC osiągają średnią wartość 0,72, co oznacza zauważalną zmianę postaci drgań własnych względem stanu nieuszkodzonego. Podobnym przypadkiem jest stan uszkodzenia  $U_3$ , gdzie usunięto tylko jeden z ukośników dolnej sekcji. Zmiana parametrów modalnych jest nieznaczna, a maksymalne naprężenia wzrosły o 20% względem stanu nominalnego.

Tabela. 4. Porównanie parametrów modalnych wyznaczonych dla rozpatrywanych przypadków uszkodzeń z parametrami konstrukcji nieuszkodzonej

Stan	$Z_1$	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$	$U_6$	$U_7$
Uszkodzone elementy wg rys. 9a	--	30	34	30	34	38	38	30
	--	59	57	60	67	75	75	59
	--	60	59	--	68	76	76	60
	--	--	68	--	--	--	39	31
	--	--	--	--	--	--	77	61
	--	--	--	--	--	--	78	62
$f_1$ [Hz]	13,00	11,15	12,98	12,95	12,32	12,39	12,26	11,13
$f_2$ [Hz]	18,01	15,21	17,63	17,86	16,35	16,27	13,93	10,34
$f_3$ [Hz]	34,34	23,94	31,56	32,07	26,77	26,06	23,65	22,24
$f_4$ [Hz]	37,88	37,40	37,85	37,64	37,44	37,43	37,44	34,40
$f_5$ [Hz]	59,76	55,40	59,74	56,46	59,67	58,71	53,65	54,55
$f_6$ [Hz]	70,42	67,65	70,14	68,91	69,41	70,11	69,47	67,23
$\zeta_1$ [%]	1,72	2,02	1,72	1,74	1,81	1,80	1,83	2,04
$\zeta_2$ [%]	1,31	1,55	1,34	1,32	1,44	1,45	1,69	2,28
$\zeta_3$ [%]	0,69	0,99	0,75	0,73	0,88	0,90	1,00	1,06
$\zeta_4$ [%]	0,59	0,63	0,59	0,60	0,64	0,64	0,64	0,68
$\zeta_5$ [%]	0,42	0,48	0,43	0,46	0,46	0,46	0,51	0,49
$\zeta_6$ [%]	0,32	0,33	0,32	0,33	0,34	0,33	0,34	0,34
MAC <sub>1</sub>	1	0,754	0,992	0,977	0,866	0,856	0,950	0,933
MAC <sub>2</sub>	1	0,619	0,992	0,992	0,819	0,764	0,514	0,352
MAC <sub>3</sub>	1	0,607	0,934	0,941	0,821	0,776	0,626	0,477
MAC <sub>4</sub>	1	0,887	0,974	0,968	0,932	0,948	0,947	0,848
MAC <sub>5</sub>	1	0,768	0,947	0,710	0,719	0,697	0,676	0,702
MAC <sub>6</sub>	1	0,717	0,925	0,911	0,743	0,780	0,685	0,755
MAC <sub>av</sub>	1	0,725	0,961	0,916	0,817	0,803	0,733	0,678
$\sigma_{max}$	154	221	157	183	196	190	203	231

Stan  $U_7$  (rys. 11c) zawiera to samo uszkodzenie co stan  $U_1$  (rys. 11a) z dodatkowo usuniętym skratowaniem sąsiedniej ściany w tej samej sekcji. Przypadek ten jest skrajnie niekorzystny, a maksymalne naprężenia wzrastają o 50% względem  $Z_1$ . Częstotliwości drgań własnych maleją jeszcze bardziej niż w przypadku  $U_1$ , jednak należy zwrócić szczególną uwagę na to, że wartość częstotliwość dla drugiej postaci drgań własnych  $f_2$  jest mniejsza niż częstotliwość  $f_1$  dla pierwszej postaci. Dlatego podczas analizy samych częstotliwości drgań własnych i/lub współczynników tłumienia modalnego istotne jest wyznaczenie postaci drgań własnych przynajmniej dla kilku stopni swobody, celem poprawnej identyfikacji

częstotliwości drgań własnych. Uśredniona wartości  $MAC_{av}$  osiąga najniższą wartość ze wszystkich rozpatrywanych przypadków. Należy jednak zwrócić uwagę na wartość  $MAC_{av}$ , zdecydowanie wyższą niż w przypadku  $U_1$ , gdzie przecież uszkodzenie słupa jest mniejsze. Wysoka wartość MAC wynika z faktu, że uszkodzenie sąsiedniego skratowania przywraca symetrię geometrii trzonu słupa względem płaszczyzny przechodzącej przez punkty 1, 3, 25, 27 (rys. 3b), co z kolei sprawia, że pierwsza postać drgań własnych stanu uszkodzonego ponownie jest zbliżona do pierwszej postaci drgań własnych konstrukcji nieuszkodzonej (rys. 5a).

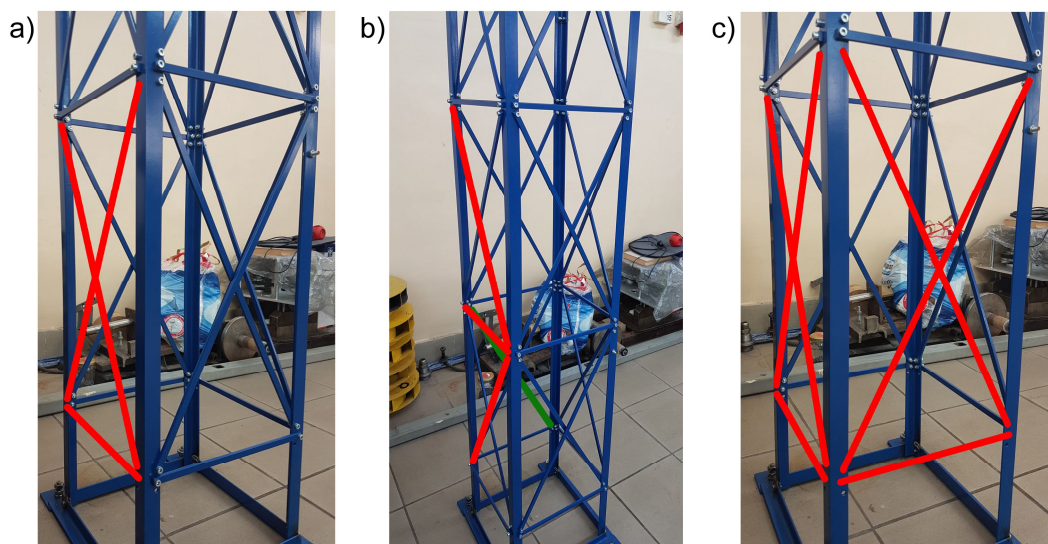


Rys. 10. Porównanie za pomocą kryterium MAC postaci drgań własnych konstrukcji nieuszkodzonej  $Z_1$  z uszkodzoną dla (a) stanu  $U_1$ , (b) stanu  $U_2$ , (c) stanu  $U_3$ , (d) stanu  $U_4$ , (e) stanu  $U_6$ , (f) stanu  $U_7$

Przypadki  $U_4$  i  $U_5$  charakteryzują się podobnymi uszkodzenia i obejmują usunięcie elementów skratowania segmentów 3 i 4. Różnica pomiędzy częstotliwościami drgań własnych i bezwymiarowymi współczynnikami tłumienia dla tych dwóch postaci drgań własnych jest niezauważalna, różnice można dostrzec w postaciach 5 i 6, czyli tych, gdzie krawężniki przyjmują drugą formę giętą. Oba stany uszkodzeń powodują wzrost naprężeń maksymalnych o około 25%, co jest zmianą zauważalną aczkolwiek jeszcze około 40 MPa poniżej granicy plastyczności materiału. Stan  $U_6$  to rozszerzenie przypadku  $U_5$  o uszkodzenie skratowania w sąsiedniej ścianie. Naprężenia maksymalne przekraczają już 200 MPa i konstrukcja wchodzi w stan zagrożenia. Uśredniona wartość  $MAC_{av}$  jest mniejsza niż w przypadku  $U_5$ , jednak wartość  $MAC_1$  jest zdecydowanie większa. Podobnie jak w przypadku  $U_1$  i  $U_3$ , takie wartości parametrów  $MAC_{av}$  i  $MAC_1$  wynikają z faktu, że uszkodzenie układu przywraca symetrię geometrii trzonu słupa względem płaszczyzny przechodzącej przez punkty 1, 3, 25, 27 (rys. 3b) i powoduje, że pierwsza postać drgań własnych stanu uszkodzonego ponownie jest zbliżona do pierwszej postaci drgań własnych konstrukcji nieuszkodzonej.



Ostatni rozpatrywany przypadek to  $U_2$  (rys. 11b). Usunięte elementy należą do sąsiadujących segmentów, jednak nie obejmują jednoczesnego uszkodzenia dwóch krzyżujących się elementów. Stan uszkodzenia ma znikomy wpływ nie tylko na zmianę parametrów modalnych, utratę ortogonalności postaci (rys. 10b), ale również na zmianę maksymalnych naprężeń w układzie. Przykład  $U_2$  dobrze ukazuje problem, że wpływ na zagrożenie stateczności konstrukcji ma przede wszystkim nie liczba uszkodzonych elementów, ale ich lokalizacja.



Rys. 11. Stan uszkodzenia (a)  $U_1$ , (b)  $U_2$ , (c)  $U_7$ . Kolorami czerwonym i zielonym zaznaczono wykręcone elementy

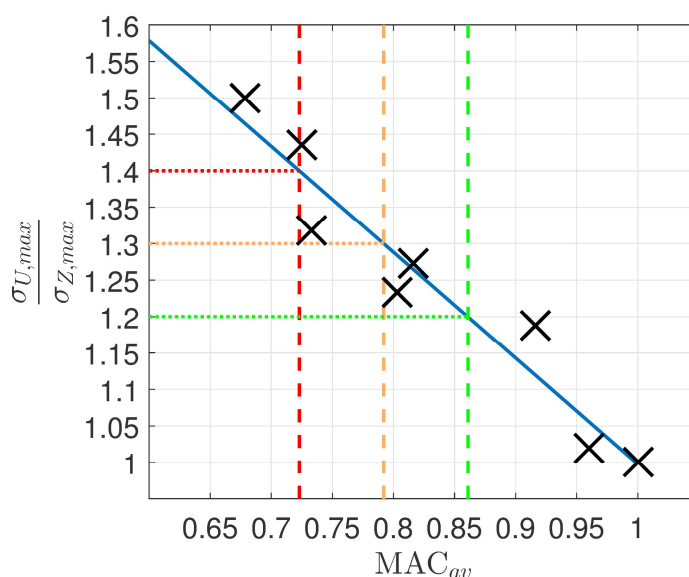
Spośród zbadanych częstotliwości drgań własnych największą wrażliwość na uszkodzenia wykazuje  $f_3$  potem  $f_2$  i  $f_1$ , najniższą  $f_4$ , następnie  $f_6$  i  $f_5$ . Jeżeli stan uszkodzenia obejmował usunięcie dwóch krzyżujących się elementów, to wartość  $f_3$  malała co najmniej o 7,5 Hz (22%). We wszystkich rozpatrywanych przypadkach, dla wszystkich postaci drgań własnych, współczynniki tłumienia  $\sigma_i$  nie ulegały zauważalnej zmianie, natomiast wzrost wartości bezwymiarowych współczynników tłumienia  $\zeta_i$  był spowodowany przede wszystkim zmianą częstotliwości drgań własnych.

Uszkodzenie całego skratowania jednego segmentu ściany miało wyraźny wpływ na wartości  $MAC_1$  i  $MAC_2$ . Dla segmentów 3 i 4 zmiany te wynosiły od 0,15 do 0,25, natomiast dla segmentu 2, bezpośrednio odpowiadającego za połączenie krawężników w pobliżu ich utwierdzenia, od 0,25 do 0,4. Co ważne, dodatkowe uszkodzenie skratowania w sąsiadującej ścianie ( $U_6$  i  $U_7$ ) sprawiało, że geometria trzonu słupa odzyskiwała symetrię względem płaszczyzny zawierającej przeciwległe pasy i wskaźnik  $MAC_1$  osiągał wysoką wartość w przeciwieństwie do  $MAC_2$ . Wskaźnik  $MAC_3$  dla postaci skrętnej zmieniał się podobnie jak  $MAC_2$  i dla przypadków, dla których maksymalne naprężenia w konstrukcji przekraczały 200 MPa wynosił mniej niż 0,63. Spośród wszystkich zbadanych postaci drgań własnych, dla rozpatrzonych przypadków, najniższą wrażliwość na uszkodzenia wykazywała postać czwarta. Uszkodzenia segmentów środkowych oraz skratowania łączącego krawężniki w pobliżu ich utwierdzenia do podłoża można było zauważyć w zmianach postaci piątej i szóstej.

Dla każdego przypadku uszkodzenia wyznaczono maksymalne naprężenia w konstrukcji dla zadanego stanu obciążenia (rys. 9b) oraz uśrednioną wartość  $MAC_{av}$  z sześciu postaci drgań własnych. Wzajemną zależność tych parametrów przedstawiono na rys. 12. W rzeczywistości, dla konstrukcji o skomplikowanej geometrii, zależność ta nie jest

liniowa, aczkolwiek można ją przybliżyć za pomocą modelu regresji liniowej. Należy jednak pamiętać, że stan obciążenia konstrukcji wsporczej powinien być tak dobrany, aby wymusić pracę wszystkich prętów konstrukcji, podobnie jak rozpatrywane postaci drgań własnych powinny wykazywać możliwie dużą wrażliwość na uszkodzenia wszystkich elementów.

Uszkodzenie, w postaci lokalnej zmiany sztywności konstrukcji wpływa zarówno na parametry wyjściowe modelu dynamicznego jak i statycznego poddanego analizie wytrzymałościowej. Na podstawie zbadanych przypadków uszkodzeń zaobserwowano, że wraz ze spadkiem wartości  $MAC_{av}$  wrastają maksymalne naprężenia w konstrukcji. Współczynnik korelacji Pearsona jest równy  $r = -0,963$ . Z kolei  $p$ -wartość, mówiąca o prawdopodobieństwie wylosowania próby losowej o co najmniej tak dużej korelacji jak obserwowana, przy spełnieniu hipotezy zerowej ( $H_0: r = 0$ ) jest równa  $1,18 \cdot 10^{-4}$ . Wartości te wskazują na bardzo silną ujemną liniową zależność pomiędzy wielkościami oraz świadczą o tym, że przeprowadzone doświadczenia są reprezentatywne.



Rys. 12. Zależność maksymalnych naprężeń w konstrukcji od uśrednionej wartości  $MAC_{av}$

Ustalono cztery zakresy zmienności naprężeń maksymalnych konstrukcji uszkodzonej względem nieuszkodzonej opisane zależnością:

$$\delta\sigma_{max} = \frac{\sigma_{U,max} - \sigma_{Z,max}}{\sigma_{Z,max}} \cdot 100\% \quad (10)$$

i na podstawie modelu regresji liniowej przypisano każdemu z tych zakresów, zakres zmienności  $MAC_{av}$ , określając 4 stany techniczne

1.  $MAC_{av,d} \geq MAC_{av,g1}$ :  $\delta\sigma_{max} \leq 20\%$  - stan bezpieczny, brak znaczących uszkodzeń,
2.  $MAC_{av,g2} \leq MAC_{av,d} < MAC_{av,g1}$ :  $20\% < \delta\sigma_{max} \leq 30\%$  - stan ostrzegawczy, niewielkie uszkodzenia
3.  $MAC_{av,g3} \leq MAC_{av,d} < MAC_{av,g2}$ :  $30\% < \delta\sigma_{max} \leq 40\%$  - stan niebezpieczny, znaczące uszkodzenia,
4.  $MAC_{av,d} < MAC_{av,g3}$ :  $\delta\sigma_{max} > 40\%$  - stan krytyczny, uszkodzenia bezpośrednio zagrażające stateczności konstrukcji

Pierwszy stan obejmuje przypadki gdzie uszkodzenia mają nikły wpływ zarówno na parametry modalne jak i zmianę naprężeń maksymalnych w układzie. Graniczna wartość  $MAC_{av,g1}$  nie powinna być większa niż 0,9, gdyż ten zakres powinien obejmować również

błędy związane zarówno z estymacją postaci drgań własnych jak i ograniczoną liczbą punktów pomiarowych. W przeciwnym wypadku pojawią się fałszywe informacje wskazujące na wyższy stan zagrożenia konstrukcji niż ma to miejsce w rzeczywistości. Drugi stan ostrzegawczy informuje, że w geometrii konstrukcji wystąpiły pewne zmiany. Są one niewielkie i nie powodują zagrożenia dla stateczności konstrukcji, jednak należy uważnie monitorować parametry modalne dla tego obiektu. Podczas prac konserwacyjnych prowadzonych w terenie, wskazane jest sprawdzenie słupa przypisanego do stanu technicznego nr 2. W konstrukcjach zaklasyfikowanych do trzeciego stanu technicznego naprężenia maksymalne wyraźnie wzrastają w stosunku do konstrukcji nieuszkodzonej. Przy możliwie najbliższej okazji należy przeprowadzić dokładne badania na miejscu i wykonać niezbędne prace konserwacyjne. Czwarty przypadek to krytyczny stan konstrukcji. W razie pojawienia się stanu obciążenia zbliżonego do symulowanego, naprężenia maksymalne konstrukcji znajdują się blisko granicy plastyczność materiału lub je przekroczą. Stan krytyczny realnie zagraża stateczności konstrukcji w przypadku wystąpienia oddziaływań pochodzących od trudnych warunków atmosferycznych. W momencie pojawienia się komunikatu o wystąpieniu stanu nr 4, należy bezzwłocznie desygnować zespół techniczny w celu naprawienia powstałych uszkodzeń. W zbadanym przypadku wyznaczono następujące wartości graniczne:  $MAC_{av,g1} = 0,861$ ,  $MAC_{av,g2} = 0,792$ ,  $MAC_{av,g3} = 0,723$ . Oczywiście należy pamiętać, że dla różnych typów konstrukcji wsporczych oraz przyjętych kryteriów bezpieczeństwa wartości graniczne  $MAC_{av}$  i  $\delta\sigma_{max}$  mogą się różnić.

Weryfikacji dokonano w dwóch etapach. Ze względu na ograniczenia związane z prowadzonym eksperymentem, uszkodzenie eksploatacyjne przedstawione na rys. 1, zostało przyjęte jako jedno ze zbioru uszkodzeń od  $U_1$  do  $U_7$ , a zamiast operacyjnej analizy modalnej przeprowadzono eksperymentalną. W pierwszym etapie liniowa funkcja regresji została wyznaczona na podstawie wszystkich stanów uszkodzenia (rys. 12), a następnie sprawdzono, czy każdy stan rozpatrywany z osobna jest poprawnie klasyfikowany na podstawie wartości  $MAC_{av}$ . W drugim etapie charakterystyki określające zależność zmiany naprężenia od wartości  $MAC_{av}$  zostały wyznaczone na podstawie 6 stanów uszkodzenia, a siódmy (niebędący częścią analizy regresji) podlegał identyfikacji. Łącznie w drugim etapie wyznaczono 7 charakterystyk, za każdym razem wyłączając z obliczeń dane dla identyfikowanego stanu uszkodzenia.

Tabela 5. Identyfikacja stanu technicznego konstrukcji wsporczej

Identyfikacja	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$	$U_6$	$U_7$
Etap 1	3	1	1	2	2	3	4
Etap 2	3	1	1	2	2	4	4

W tabeli 5 przedstawiono wyniki identyfikacji poszczególnych stanów uszkodzeń. W pierwszym etapie weryfikacji metody wszystkie uszkodzenia zostały poprawnie sklasyfikowane. W etapie drugim tylko uszkodzenie nr 6 zostało przypisane do złego stanu technicznego. Błąd wynika z faktu, że zmieniając dane wejściowe do analizy regresji zmieniają się wartości graniczne  $MAC_{av,g}$ . Należy jednak podkreślić, że maksymalna różnica bezwzględna dowolnej wartości granicznej, dla wszystkich siedmiu charakterystyk odnoszonych do charakterystyki z etapu 1 (rys. 12), była nie większa niż 0,013 i to właśnie dla wartości  $MAC_{av,g}$  w przypadku szóstym. Dodatkowo z wykresu 11 można odczytać, że punkt stanu  $U_6$  leży na granicy poszczególnych stanów technicznych. Ważną informacją jest, że dla każdej z wyznaczonych charakterystyk wartość bezwzględna współczynnika korelacji Pearsona była większa niż 0,95, co wskazuje na bardzo silną zależność liniową.

Biorąc pod uwagę otrzymane wyniki, zaproponowana metoda identyfikacji stanu technicznego konstrukcji wsporczej dla rozpatzonego przypadku spełnia zadanie. Jej

podstawową zaletą jest odporność na błędy pomiarowe, estymacji i modelowania, co umożliwia jej zastosowanie w warunkach eksploatacyjnych.

## 6. Podsumowanie

Uszkodzenie konstrukcji wsporczej powoduje lokalne zmniejszenie sztywności, co prowadzi do zmiany zarówno odpowiedzi dynamicznej jak i stanu naprężenia. Przeprowadzone badania wykazały silną ujemną korelację liniową pomiędzy maksymalnymi naprężeniami w układzie i postaciami drgań własnych, co umożliwia identyfikację stanu technicznego konstrukcji wsporczej napowietrznej linii elektroenergetycznej. Opracowane podejście jest kompleksowe i uwzględnia szereg problemów, związanych z diagnostyką obiektów wielkogabarytowych o złożonej geometrii.

Kratowe konstrukcje wsporcze są układami słabo tłumionymi, a dla zbadanego przypadku maksymalna różnica pomiędzy częstotliwościami drgań własnych tłumionymi i nietłumionymi wynosiła około 0,05%. Oznacza to, że różnica ta jest poniżej błędu estymacji parametrów modalnych i w wielu przypadkach można zastosować uproszczone, pomijające tłumienie modele opisujące taki układ jako zachowawczy. Zidentyfikowany model numeryczny wykazywał dobrą zgodność z modelem eksperymentalnym. Kryteria jakości zostały zdefiniowane dla 6 częstotliwości i 6 postaci drgań własnych, łącząc 438 parametrów modalnych. Różnica częstotliwości drgań własnych dla pięciu postaci wynosiła do 3%, dla jednej 10%, a wskaźnik MAC dla pierwszych pięciu postaci był nie mniejszy niż 0,85.

W warunkach eksploatacyjnych pomiar przemieszczeń modalnych we wszystkich stopniach swobody konstrukcji wsporczej nie jest możliwy, dlatego zastosowano metodę umożliwiającą dobór najlepszego rozmieszczenia ograniczonej liczby czujników w układzie dynamicznym o parametrach rozłożonych. Ograniczenie liczby punktów pomiarowych przyczyniło się do przyspieszenia przeprowadzanych doświadczeń od 6 do 12 razy.

Dla zbadanych przypadków współczynniki tłumienia wykazywały niską wrażliwość na uszkodzenia, a zmiana bezwymiarowych współczynników tłumienia wynikała przede wszystkim ze zmiany częstotliwości drgań własnych. W związku z czym podczas identyfikacji uszkodzeń lub stanu technicznego na podstawie tych parametrów, należy mieć na uwadze, że w niektórych przypadkach informacja może zostać powielona.

Podstawową zaletą opracowanego algorytmu identyfikacji stanu technicznego konstrukcji wsporczych napowietrznych linii elektroenergetycznych jest niska wrażliwość na błędy pomiarowe, co jest niezwykle istotne w kontekście diagnostyki wielkogabarytowych konstrukcji, o złożonej geometrii w warunkach eksploatacyjnych.

## Literatura

1. Allemang R.J.: The Modal Assurance Criterion – Twenty Years of Use and Abuse. *Sound and Vibration*, 2003; August: 14–21.
2. Bartodziej G., Tomaszewski M.: Blackout w rejonie Szczecina. *Uwagi i wnioski. Energetyka* 2008; nr 10.
3. Chen H.P.: Application of regularization methods to damage detection in large scale plane frame structures using incomplete noisy modal data. *Engineering Structures*, 2008; 20(11): 3219–3227.
4. Ciesielka W., Szopa K., Gołaś A.: The analysis of load of overhead power line due to weather condition and design of smart system of its recognition. *Polish Journal of Environmental Studies* 2016; 25(5A): 27–36.



5. Dawson B.: Vibration condition monitoring techniques for rotating machinery. *The Shock and Vibration Digest*, 1976; 8: 3.
6. Dymek D., Jastrzębska E., Kurbiel W.: Awarie linii elektroenergetycznych wywołane oblodzeniem. XXVI Konferencja Naukowo Techniczna Awarie Budowlane, Szczecin-Międzyzdroje, 2013; 477–484.
7. Escobar J.A., Sosa J.J., Gomez R.: Structural damage detection using transformation matrix. *Computer and Structures*, 2005; 83, pp. 357–368, 2005.
8. Esfandiari A., Bakhtiari-Nejad F., Rahai A.: Theoretical and experimental structural damage diagnosis method using natural frequencies through an improved sensitivity equation. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2013; 70: 79–89.
9. Ewins D.J.: *Modal testing: Theory and practice*. Letchworth, Research Studies Press, 1984.
10. Farrar C.R., Doebling S.W.: An Overview of modal-based damage identification methods. *Proceedings of DAMAS Conference*, Sheffield, UK, June, 1997.
11. Gołaś A., Iwaniec M., Szopa K.: Hashed data transfer in SHM distributed systems with the use of Power Line Communication technology. *Key Engineering Materials*, 2012; 518: 154–159.
12. Instytut Meteorologii i gospodarki wodnej. *Biuletyn monitoringu klimatu Polski*. Warszawa Styczeń 2010.
13. Iwaniec J., Kurowski P.: Experimental verification of selected methods sensitivity to damage size and location. *Journal of Vibration and Control*, 2017; 23(7): 1133–1151.
14. Iwaniec J.: Sensitivity analysis of an identification method dedicated to nonlinear systems working under operational loads. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011; 49(2): 419–438.
15. Jassim Z., Ali N., Mustapha F., Abdul Jalil N.: A review on the vibration analysis for a damage occurrence of a cantilever beam. *Engineering Failure Analysis*, 2013; 31 442–461.
16. Kammer D.C.: Sensor placement for on-orbit modal identification and correlation of large space structures. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1991; 14(2): 251–259.
17. Lam H.F., Yin T.: Dynamic reduction-based structural damage detection of transmission towers: Practical issues and experimental verification. *Engineering Structures*, 2011. 33: 1459–1478.
18. Li D.S., Li H.N., Fritzen C.P.: A note on fast computation of effective independence through QR downdating for sensor placement. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2009; 23(4): 1160–1168.
19. Maia N.M.M., Almeida R.A.B., Urgueira A.P.V., Sampaio R.P.C.: Damage detection and quantification using transmissibility. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2011; 25: 2475–2483.
20. Nobahari M., Seyedpoor M.: Structural damage detection using an efficient correlation-based index and a modified genetic algorithm. *Mathematical and Computer Modelling*, 2011; 53 1798–1809.

21. Paczkowska T., Paczkowski W.: Aspekty budowlane katastrofy energetycznej w rejonie szczecińskim. XXIV Konferencja Naukowo Techniczna Awarie Budowlane, Szczecin-Międzyzdroje, 2009; 151–176.
22. Richardson M.H., Formenti D.L.: Parameter estimation from frequency response measurements using rational fraction polynomials, Proceedings, 1st IMAC 1982, Orlando, Fl.
23. Szopa K.: Identyfikacja uszkodzeń wielokrotnych konstrukcji mechanicznych z wykorzystaniem modeli zredukowanych. 57. Sympozjon Modelowanie w mechanice, 2018.
24. Szopa K., Iwaniec M., Gołaś A.: Low frequency identification of critical states of transmission tower structures. Mechanics and Control, 2013; 32(3): 102–109.
25. Urząd Regulacji Energetyki. Podsumowanie dotyczące awarii sieci w grudniu 2009 r. i styczniu 2010 r. na obszarach objętych właściwością poszczególnych operatorów systemów dystrybucyjnych. [www.ure.gov.pl](http://www.ure.gov.pl), 2010.
26. Worden K, Burrows A.P.: Optimal sensor placement for fault detection. Engineering Structures, 2001; 23(8): 885–901.