

Anna JODEJKO-PIETRUCZUK
Sylwia WERBIŃSKA-WOJCIECHOWSKA

ANALYSIS OF MAINTENANCE MODELS' PARAMETERS ESTIMATION FOR TECHNICAL SYSTEMS WITH DELAY TIME

ANALIZA PARAMETRÓW MODELI OBSŁUGIWANIA SYSTEMÓW TECHNICZNYCH Z OPÓŹNIENIEM CZASOWYM*

In the article authors are interested in BIP performance for three-element system ("k-out-of-n" reliability structure), the maintenance policy which is one of most commonly used in practice. The BIP may be implemented in technical systems when some information about reliability characteristics is known. The basic reliability parameters that have to be specified in such systems are: an estimation of system components' time to failure and some delay time characteristics. In order to determine the effects of possible errors and to specify sufficient accuracy of the estimation, the analysis of system costs was done for various values of the expected delay time, assuming three different probability distributions of the delay time (Weibull, Uniform, and Normal). The modelling process was based on the use of GNU Octave software. Test analysis of delay time parameter, assuming different types of probability distributions is the base to conclude: if the form of the distribution has any meaning for economic results of the system, and what kind of consequences may result from improper mean delay time estimation $E(h)$.

Keywords: delay-time, maintenance model, parameters estimation methods.

W pracy analizie poddano system trzejelementowy (struktura niezawodnościowa progowa), którego procesy obsługiwanie realizowane są zgodnie z założeniami Polityki Przeglądów Blokowych (BIP). Strategia ta może być zastosowana w procesie utrzymania systemów technicznych, gdy znane są pewne jego charakterystyki niezawodnościowe, bazujące m.in. na informacjach o czasach pomiędzy uszkodzeniami elementów systemu. W badaniach skupiono się na trzech rozkładach prawdopodobieństwa tej zmiennej losowej (normalny, Weibull, prostokątny). Model symulacyjny opracowano przy wykorzystaniu oprogramowania GNU Octave. Analiza okresu opóźnienia czasowego, przy założeniu różnych postaci rozkładów prawdopodobieństwa tej zmiennej losowej, pozwoliła na ocenę: czy znajomość typu rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej h ma istotne znaczenie dla wyników ekonomicznych funkcjonowania systemu, oraz jakie konsekwencje mogą wystąpić w wyniku niewłaściwej estymacji wartości średniej $E(h)$.

Słowa kluczowe: opóźnienie czasowe, model obsługiwanie, metody estymacji parametrów.

1. Introduction

In the case of complex systems, in which an important issue is a problem of modeling the relationship between two separate subsystems that have an impact on the overall system availability, a lot of works draw attention to the delay times occurrence during operational processes performance [8].

In the year 1976 Christer (following [16]) proposed the delay-time (DT) concept, used to this day in the renewal theory in order to optimize the technical system downtime due to not detected failures occurrence (e.g. [9, 10, 14, 16, 20]). The basic idea rests on an observation that a failure does not usually occur suddenly, but is preceded by a detectable fault for some time prior to actual failure, called a delay time and is denoted by h (Fig. 1) [8, 12]. This research area has been widely studied in the literature, e.g. in [2, 3, 6, 7, 8, 12, 13, 24, 25, 26, 27, 28], where reviews of delay-time models from the application point of view are provided, and in [22, 23, 25, 32] which focus on the possibilities of DT models use for multi-unit systems maintenance performance.

The correctness of maintenance model selection for technical systems with time delay is directly dependent on the accuracy of model parameters estimation process. Generally, there is no possibility to measure directly either the delay time associated with a defect, or the initial point u . There can be proven a possibility to estimate the delay

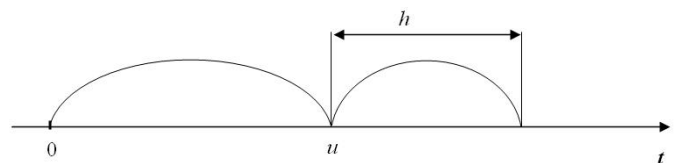


Fig. 1. Delay-time concept [15]

time for a set of specific faults and failures, and from this deduce the location of the initial point and estimate the delay-time and initial-point distributions [12, 25].

There are two methods to estimate delay-time h and initial point u parameters in the literature. When the operating data are available and reliable, it is possible to estimate the model parameters using the maximum likelihood method (e.g. [30]). Otherwise, there is applied a subjective estimation of parameters based on expert opinion (e.g. [29]). One of the first works in which authors have developed and investigated the method of subjective opinion of experts use in the parameter h estimation process are [10, 14, 15, 16, 20]. These works regarded to maintenance processes performed in civil engineering [10], industrial systems [16], manufacturing [15, 20] and transport maintenance [14].

(*) Tekst artykułu w polskiej wersji językowej dostępny w elektronicznym wydaniu kwartalnika na stronie www.ein.org.pl

In the next paper [13], authors continued their research on the delay time models parameter estimation issues. The authors presented an overview of the literature in the study area and discussed the revision delay-time models. Moreover, they investigated the issue of biased estimates determination in the analysed research area. This issue was later continued in [12], where e.g. the parameter estimation methods criteria used in maintenance decision processes have been analyzed. A literature review of the fields of subjective probability and the experts' opinions application in maintenance decision-making processes performance with the use of DT concept was presented in [7, 29].

In the next works, authors presented the implementation of subjective method of delay time parameters estimation in maintenance issues of industrial systems [19], manufacturing systems [1], and city bus transport companies [21].

On the other hand, for the first time, authors in [5] used an objective method in the process of delay time parameters estimation for the repairable object performance. Model parameters were estimated using maximum likelihood method and Akaike Information Criterion (AIC). The proposed model was developed in [4], where the authors investigated a technical system consisting of multiple components.

In the next work [17] authors considered a multi-element system, in which inspection actions are carried out systematically at time T and at failure. The issue of an objective estimation of the model parameters for complex system were analyzed e.g. in [18].

The problem of model parameters estimation, when there are available only data about the moments of failure occurrence (lack of information about system maintenance process performance), was analyzed in [11]. In other work [31], there is presented an example of time between maintenance actions performance for a manufacturing company.

Particularly noteworthy is the work [30], in which authors developed a model of delay time parameter estimation using both estimation methods.

Literature studies show that the problem of the proper estimation of the parameters of the random variable delay time h is extremely important and there are developed methods for continuous improvement of these estimates. In practice, there is not always the possibility of a correct and accurate approximation of all the delay time parameters for maintained system. In many cases, the available data allow only for estimation of the expected value and standard deviation of the delay time variable. Following this, there can be asked a question about possible consequences of incorrect estimation of the model parameters and the legitimacy of estimation improvement process performance. Therefore, the aim of this article is to assess:

- consequences - economic and reliability ones - which should be taken into account for maintained system, if only selected parameters of delay time will be possible to estimate in practice,
- the necessary delay time parameters estimation accuracy, allowing the selection of the correct time between inspection actions performance in multi-component system.

Achievement of such defined objectives has been performed by carrying out a simulation analysis of a technical system operation process with implementation of different delay time characteristics. The system is maintained according to Block Inspection Policy - BIP. Research results analysis allowed assessing the influence of selected delay time parameters changes on the obtained system maintenance costs and availability ratio. This process enables to assess the consequences connected with parameters under- and overestimation or with absence of delay time parameter data. Moreover, there is a possibility to define the influence of such consequences on performance outputs of multi-unit system, maintained according to BIP strategy. The article bases on simulation studies implementation because of the lack of analytical models development which could be used to define maintenance costs and system availability, depending on the multi-unit system characteristics and BIP strategy requirements and conditions.

In the next Sections, there are discussed the main assumptions used in BIP model, used simulation algorithm, and there are presented the obtained research results.

2. Block Inspection Policy Model

The study investigates system comprised of 3 identical elements, in a k -out-of- n reliability structure, working independently under the same conditions. The used maintenance policy is a BIP which assumes that the diagnosis operations of the state of a system are carried out at regular intervals of T time units. This maintenance strategy can be used in the maintenance process of technical system, where some of its reliability characteristics are known, based on e.g. the information about the time between failures of system components. It is assumed, that the system components are independent, as well as the first signs of forthcoming failures (defects occurrence). The inspections are assumed to be perfect. Thus, any component's defect, which occurred in the system till the moment of inspection, will be identified. All elements with identified defects will be replaced within the inspection period. The performance of the investigated system being illustrated in Fig. 2 is also defined by the additional assumptions:

- maintenance actions restores system to as good as new condition,
- failures of the system are identified immediately, and repairs or replacements are made as soon as possible,
- system incurs costs of: new elements, when they are replaced, inspection costs, and some additional, consequence costs, when system fails,
- elements' lifetime, repair time, replacement time and the length of the delay time before element's failure are random and their probability distributions are known.

The performance of the chosen system is modeled with the use of simulation processes. The modeling process was based on the use of GNU Octave software. The list of tested system parameters, which were used in the simulation models, is given in Table 1. The scheme of the simulation algorithm is given in Fig. 3.

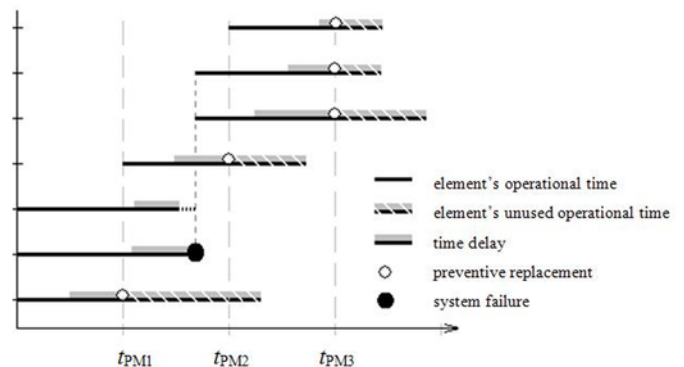


Fig. 2. Idea of the Block Inspection Policy for investigated system

The research analysis regards to the assessment of delay time parameters influence on the investigated system economic results. As a result, there is a necessity to define the expected costs per unit of operating time of the system resulting from BI maintenance policy performance $C_{BI}(T)$:

$$C_{BI}(T) = CE_{BI}(T) + CC_{BI}(T) + CI_{BI}(T) \quad (1)$$

where: C_{BI} – the expected cost resulting from BI maintenance policy performance, T – the period between two consecutive inspection actions performance, CE_{BI} – the expected costs of new elements per unit time for BI maintenance policy, CC_{BI} – the expected cost of the con-

Table 1. Modelled system parameters

Symbol	Description	Tested values
n	Number of system elements	3
k	Minimal number of up-stated elements keeping the system in upstate	1,3
c_e	The cost of new element	1
c_i	The cost of an inspection	1
c_c	The cost of a system failure	10 000
T_i	The time required for inspection	0
T	Constant time between maintenance actions performance	-
$F(t = u+h)$	C.d.f. of elements' lifetime	$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{100}\right)^{3.5}}$
$G_r(t)$	C.d.f. of single elements' repair time (resulting from a system failure)	$G_r(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{100}\right)^{2.3}}$
$G_p(t)$	C.d.f. of single element's replacement time (resulting from preventive replacement)	$G_p(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{10}\right)^{2.3}}$
$f_h(h)$	C.d.f. of elements' delay time	$f_h(h) = \frac{\alpha}{\beta^{\alpha h}} h^{\alpha h - 1} e^{-\left(\frac{h}{\beta h}\right)^{\alpha h}}$
		$f_h(h) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{if } a \leq h \leq b \\ 0, & \text{if } h \leq a \text{ or } b \leq h \end{cases}$
		$f_h(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\left(\frac{(h-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)}$

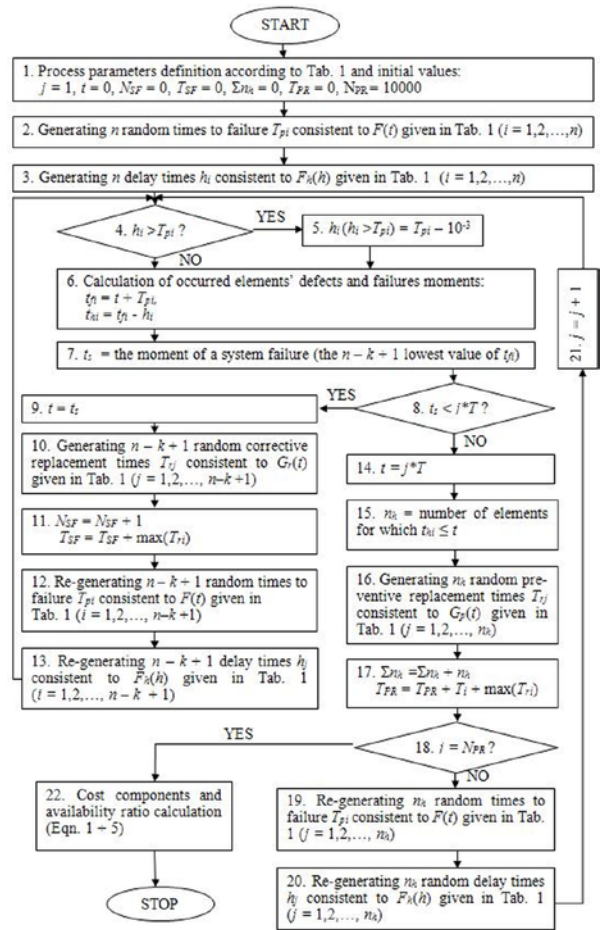


Fig. 3. Simulation algorithm

sequences resulting from a system failure for BI maintenance policy, CI_{BI} – the expected costs of performed inspections.

The expected costs of new elements per unit time can be obtained from the following formula:

$$CE_{BI}(T) = \frac{[(n-k+1) \cdot N_{SF}(T) + \sum n_{PR}(T)] \cdot c_e}{OT} \quad (2)$$

where: n – number of elements of the system, k – minimal number of up-stated elements for having system in an operational state, N_{SF} – the number of system failures during assumed time horizon, $\sum n_{PR}$ – the expected number of elements that were preventively replaced after inspection, c_e – the cost of new element, OT – the operating time of the system.

Moreover, the expected cost of the consequences resulting from a system failure for the investigated maintenance policy can be calculated from the following formula:

$$CC_{BI}(T) = \frac{N_{SF}(T) \cdot c_c}{OT} \quad (3)$$

where: c_c – the cost of the consequence resulting from a system failure occurrence.

There is also a necessity to define the expected costs of performed inspections:

$$CI_{BI}(T) = \frac{N_{PR}(T) \cdot c_i}{OT} \quad (4)$$

where: N_{PR} – the number of preventive replacements of system elements, c_i – the cost of an inspection performance.

The next step is connected with availability analysis. Thus, the availability ratio is calculated with the use of the following formula:

$$A_{BI}(T) = \frac{OT(T)}{OT(T) + T_{PR}(T) + T_{SF}(T)} \quad (5)$$

where: T_{PR} – the expected time of preventive replacements of system elements, T_{SF} – the expected time of corrective replacements of system elements.

3. Estimation of delay time parameter h – analysis of obtained simulation results

While performing the simulation analysis, it was assumed that there are tested three systems, built and operated in the same way and differing only in the area of delay time characteristics of its components. It was assumed, that the systems delay time differs in the form of the probability distribution of the variable h (Weibull, rectangular, normal distributions), but the expected value of the variable is the same ($E(h) = 35$). Analysis of the delay time period, assuming the different forms of probability distributions of variable h , allows assessing:

- if the form of the probability distribution of the random variable h is important for system performance in terms of obtained economic and availability results, and hence - if the knowledge of the form of its probability distribution function is necessary for the proper selection of time between inspections T ,

- what kind of the economical and reliability consequences can arise in a maintained system in the case of incorrect estimation of parameters describing the variable h .

The Figures 4 – 9 show the economic results and availability ratio level of three-element system performing according to BIP policy depending on the expected value $E(h)$, the length of the period T , and the type of the probability distribution of the random variable h . Moreover, the presented analysis results refer to the technical system performing in two extreme reliability structures “1-out-of-3” (parallel reliability structure – bright markers) and “3-out-of-3” (serial reliability structure - dark markers).

For all the three investigated cases, the obtained economic results are very similar regardless of the type of the probability distribution of the variable h . Both parameters: the time between maintenance action performance (T) and the expected value of time delay ($E(h)$) have a significant impact on the level of expected maintenance costs. However, obtained results rather do not depend on the type of the probability distribution of the variable h . Areas of maintenance costs for both systems, performing in serial and parallel reliability structures, have the same characteristics, e.g. for the cases of the longest delay time ($E(h) = MTTF = 100$) maintenance costs for serial system range 0–200 depending on the desired length of time between inspections T , but independently of the type of the probability distribution of the elements delay time h (Fig. 4, 6, 8). Exactly the same effect can be observed for the other tested values of $E(h)$ in both system’s reliability structures – the same maintenance costs boundaries, as well as the same curvature of the maintenance cost surfaces. This fact leads to the conclusion that the optimization process of BIP policy parameters for the analysed system requires no knowledge about the type of the probability distribution of the random variable h . Hence, the wrong assumption of the type of probability distribution of the random delay time h does not cause significant differences in the system maintenance cost assessment. A similar effect can be observed in the analysis of system availability ratio level (Fig. 5, 7, 9).

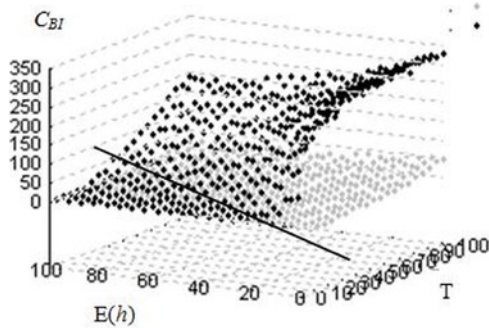


Fig. 4. The expected costs C_{BI} when probability distribution of delay time variable is Weibull distribution

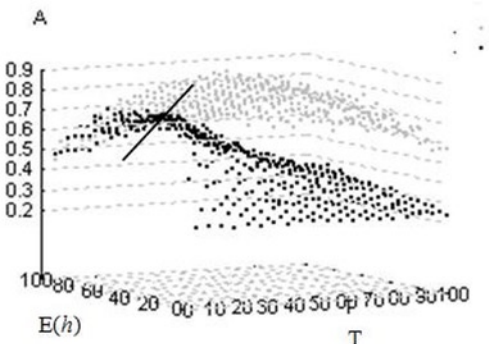


Fig. 5. System availability ratio (A) when probability distribution of delay time variable is Weibull distribution

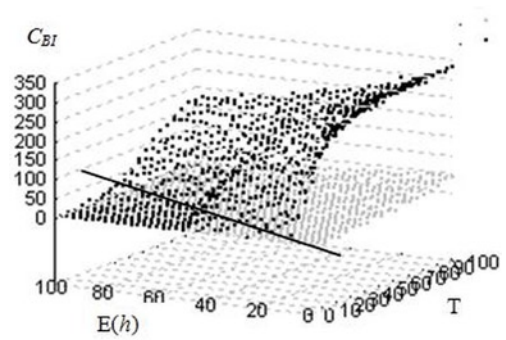


Fig. 6. The expected costs C_{BI} when probability distribution of delay time variable is rectangular distribution

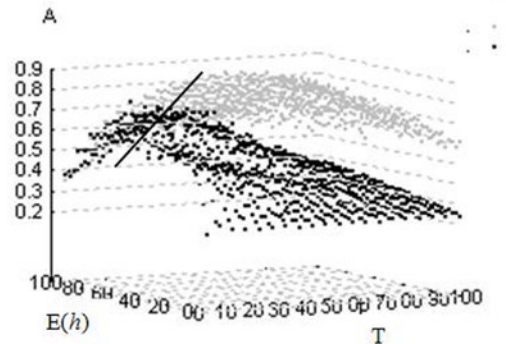


Fig. 7. System availability ratio (A) when probability distribution of delay time variable is rectangular distribution

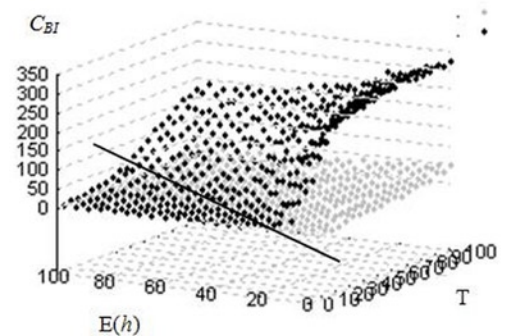


Fig. 8. The expected costs C_{BI} when probability distribution of delay time variable is normal distribution

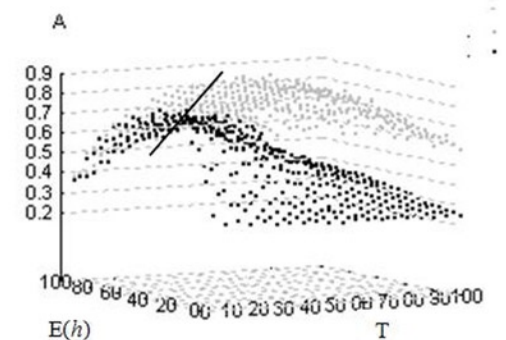


Fig. 9. System availability ratio (A) when probability distribution of delay time variable is normal distribution

The research works [22, 23], which investigate the BIP policy in multi-unit systems performance implementation, determine the relationship between time T and the expected value of the variable h in systems with serial reliability structure, which is obtained for the lowest maintenance cost and highest system availability:

$$\frac{E(h)}{T} \approx 2 \quad (6)$$

This relationship is shown in the Figures 4 – 9 as an additional line, near which are the best solutions for the economic and availability criteria and analysed expected values $E(h)$. Expression (6) and the results presented in the Figures show that “nearly optimal” period between inspections of the series system performed according to BIP strategy should be determined on the basis of information about the expected value of the delay time.

In order to confirm the fact that the type of the probability distribution of the random variable h has no significant effect on the obtained economical results of BIP use, the relationship described by equation (6) was subjected to further analysis (Figures 10 – 15). For this purpose, all maintenance cost results and system availability ratios, obtained during the simulation experiments are shown in the form of the relationship $E(h)/T$. The ratio of $E(h)/T \approx 0$ means systems in which:

- the expected value of the elements delay time is very low (short time of defect occurrence before failure),
- the time between inspections T is very overestimated in the relation to the length of the expected elements delay time (wrongly defined time T).

As it can be seen, in both the investigated cases the system economical results, as well as the availability ratio level are very unfavorable. With the increase of the relation $E(h)/T$, the economic results seem to improve (maintenance costs decrease), there is also observable an increasing system’s availability ratio level. The expected maintenance costs of system C_{BI} reaches a minimum at the values of the $E(h)/T \approx 2$ for technical system performing in series reliability structure. The optimal values of costs C_{BI} for the system operating in parallel reliability structure are observed for the smaller value of the relationship $E(h)/T$, regardless of the type of the probability distribution of the random variable h . In the case, where $E(h)/T \gg 2$, maintenance costs are still low what is connected with the “safe” maintenance variant including frequent system elements inspections performance. However, the availability ratio decreases due to the existence of unnecessary, redundant maintenance actions performance. The discussed analysis results are the same for all the studied probability distributions characterizing the elements delay times.

To sum up, the obtained results (Figures 10 – 15) confirm the conclusions reached in the works [22, 23] and lead to the conclusion that the optimal length of time between every inspections performance T can be determined even when we do not have complete information about the form of the probability distribution of the random variable h . The basic parameter of BIP model, which must be evaluated as precisely as possible, is the expected value of the delay time $E(h)$. This is due to its significant impact on all of the system analysed results. On the other hand, for the system in which the random variable h is

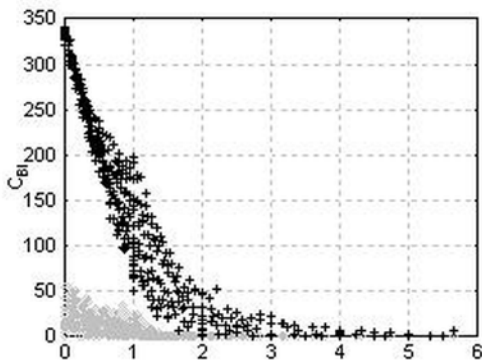


Fig. 10. The expected costs C_{BI} when probability distribution of delay time variable is Weibull distribution

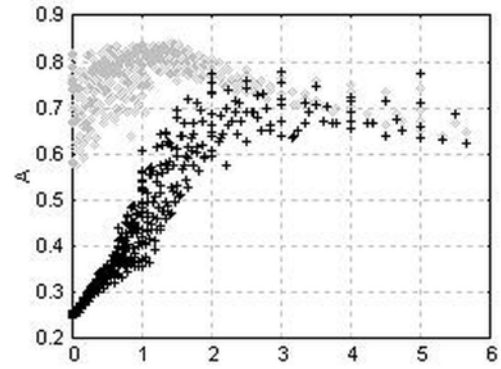


Fig. 11. System availability ratio (A) when probability distribution of delay time variable is Weibull distribution

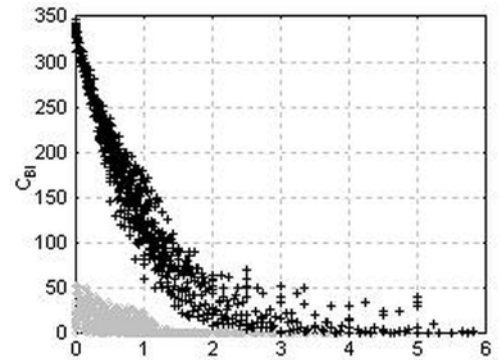


Fig. 12. The expected costs C_{BI} when probability distribution of delay time variable is rectangular distribution

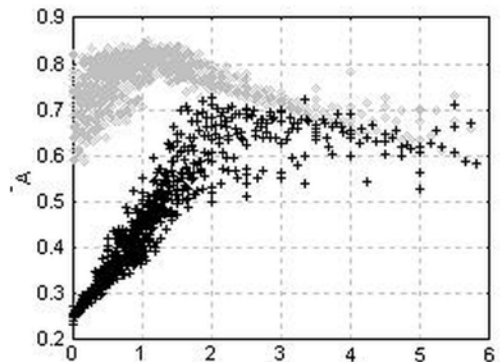


Fig. 13. System availability ratio (A) when probability distribution of delay time variable is rectangular distribution

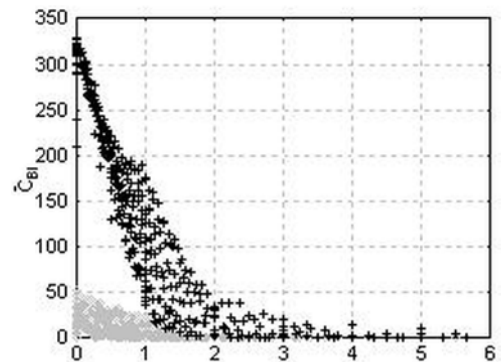


Fig. 14. The expected costs C_{BI} when probability distribution of delay time variable is normal distribution

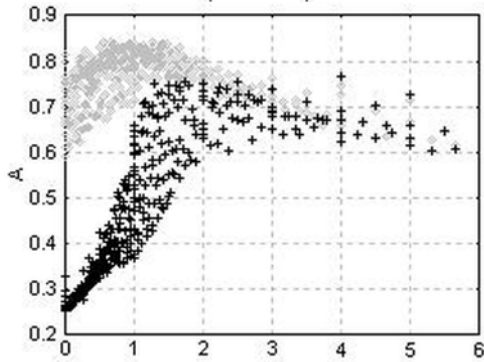


Fig. 15. System availability ratio (A) when probability distribution of delay time variable is normal distribution

described by the rectangular probability distribution, one can detect an economic results variability in the area of their obtained minimum point (Figures 12, 13, $E(h)/T \approx 2$). Unlike the results obtained for other types of probability distributions of the random variable h , even for the relation $E(h)/T > 3$ there are cases where the costs $C_{BI} > 30$. These results confirm that greater dispersion of the values of the variable h (and hence its less predictability) reduces the effectiveness of the BIP strategy implementation. It also means, that if there is a practical possibility, there should be estimated the standard deviation of the random variable – delay time. The exemplary results, obtained for different values of variation coefficient (v) and identical expected delay time ($E(h) = 35$) for two probability distributions of the variable h : rectangular and Weibull ones, are presented in the Fig. 16 – 17. These results give us the possibility to conclude, that:

- despite various forms of the probability distributions of random variable h , the economical results are very similar for a similar range of variation coefficient v and time period T ,
- when $v = 0$, the system components should be inspected when $T = E(h)$,
- the increasing variation coefficient of the variable h causes, that the “optimum” time between inspections T should be reduced in relation to the expression (6),
- in order to choose the best period between inspections T , one should try to estimate the variability range of the delay time real values, such as the variation coefficient.

The results shown in the Figures 4 – 17 are the basis for the response to the second question defined in the initial part of the chapter relating to the potential consequences of improper estimation of the parameters of the variable h . The consequences level (e.g. financial ones) depends on the level of committed error. Basic observations of obtained results indicate, that the bad estimation of the parameter

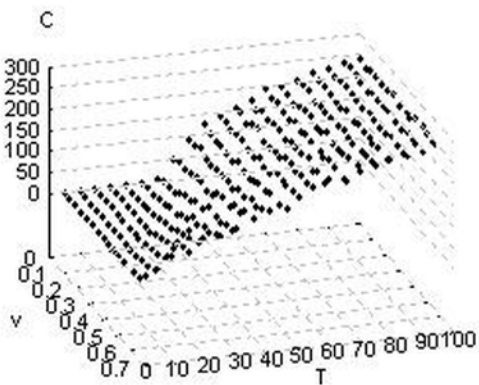


Fig. 16. The expected costs C_{BI} for various values of variation coefficient (v) of delay time parameter when probability distribution of delay time variable is rectangular distribution

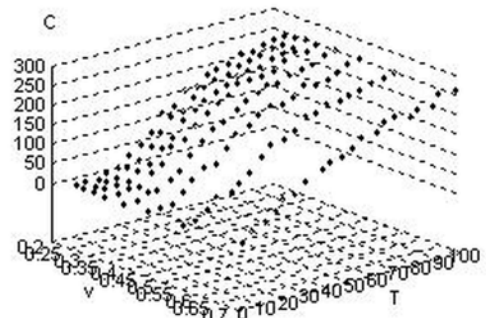


Fig. 17. The expected costs C_{BI} for various values of variation coefficient (v) of delay time parameter when probability distribution of delay time variable is Weibull distribution

$E(h)$ value causes a significant difference between the value of estimated time between inspections T and the value obtained from equation (6). As a result, it can impair the efficiency of the results of BIP strategy implementation. This effect is particularly easy to observe when the expected value of the variable h is overvalued relative to its actual value. Following this, the selected time between inspections T (too long) will cause, that the ratio satisfies the following inequality: $E(h)/T < 2$. Thus, this can cause significant financial and reliability consequences.

4. Summary

The obtained research results of the BIP model analysis allow obtaining a preliminary answer to the question of how the level of delay time parameter estimation may affect the performance of the technical system. The analysis involved observation of the impact of the expected value of the variable h and the forms of the three selected probability distributions of this random variable on the performance level of multi-element technical system in “ k -out-of- n ” reliability structure. There were also analysed certain rules of BIP policy implementation, defined by the authors in [22, 23].

On the basis of this carried out research study, it can be concluded that:

- the main parameter that must be estimated as accurately as it is possible, based on the available statistical data, is the expected duration of the delay time; this parameter unequivocally influences the analyzed cost and reliability results,
- the knowledge about the form of probability distribution of random variable h is important only from the point of view of its dispersion and need not be estimated on the basis of statistical data,
- when there is a possibility to estimate the dispersion of random variable h results, it should be assessed to properly define the time between inspections T ,
- there should be conducted further research to determine type of influence of the variation coefficient on optimization formula, described in equation (6).

In the article, authors continue their research related to the DT modelling for multi-unit systems developed in [22, 23, 25, 32]. The next step of our research analysis should be connected with its complementation for assumption of a constant mean value and standard deviation of a variable h . Moreover, authors focus on definition of the DT models implementation possibilities for real technical systems performance optimization (e.g. imperfect maintenance assumption). This will allow defining the basic principles of preventive maintenance policy selection process from the point of view of the person who manages the operational processes of technical system.

References

1. Akbarov A, Christer AH, Wang W. Problem identification in maintenance modeling: a case study. *International Journal of Production Research* 2008; 46(4): 1031-1046.
2. Alzubaidi HJ. Maintenance modelling of a major hospital complex. PhD thesis. Salford: University of Salford, 1993.
3. Baker RD, Christer AH. Review of delay-time OR modelling of engineering aspects of maintenance. *European Journal of Operational Research* 1994; 73: 407-422.
4. Baker RD, Wang W. Developing and testing the delay-time model. *Journal of the Operational Research Society* 1993; 44: 361-374.
5. Baker RD, Wang W. Estimating the delay-time distribution of faults in repairable machinery from failure data. *IMA Journal of Mathematics Applied in Business & Industry* 1992; 3: 259-281.
6. Choi K-M. Semi-Markov and Delay Time Models of Maintenance. PhD thesis. Salford: University of Salford, 1997.
7. Christer AH. A Review of Delay Time Analysis for Modelling Plant Maintenance. in: *Stochastic Models in Reliability and Maintenance*, Osaki S. (ed.), Springer, 2002.
8. Christer AH. Developments in delay time analysis for modelling plant maintenance. *Journal of the Operational Research Society* 1999; 50: 1120-1137.
9. Christer AH. Delay-time model of reliability of equipment subject to inspection monitoring. *Journal of the Operational Research Society* 1987; 38, (4): 329-334.
10. Christer AH. Modelling inspection policies for building maintenance. *Journal of the Operational Research Society* 1982; 33: 723-732.
11. Christer AH, Lee C, Wang W. A data deficiency based parameter estimating problem and case study in delay time PM modelling. *International Journal of Production Economics* 2000; 67: 63-76.
12. Christer AH, Redmond DF. Revising models of maintenance and inspection. *International Journal of Production Economics* 1992; 24: 227-234.
13. Christer AH, Redmond DF. A recent mathematical development in maintenance theory. *IMA Journal of Mathematics Applied in Business and Industry* 1990; 2: 97-108.
14. Christer AH, Waller WM. An operational research approach to planned maintenance: modelling P.M. for a vehicle fleet. *Journal of the Operational Research Society* 1984; 35(11): 967-984.
15. Christer AH, Waller WM. Reducing production downtime using delay-time analysis. *Journal of the Operational Research Society* 1984; 35(6): 499-512.
16. Christer AH, Waller WM. Delay Time Models of Industrial Inspection Maintenance Problems. *Journal of the Operational Research Society* 1984; 35(5): 401-406.
17. Christer AH, Wang W. A delay-time-based maintenance model of a multi-component system. *IMA Journal of Mathematics Applied in Business & Industry* 1995; 6: 205-222.
18. Christer AH, Wang W, Baker R, Sharp J. Modelling maintenance practice of production plant using delay-time concept. *IMA Journal of Mathematics Applied in Business and Industry* 1995; 6: 67- 84.
19. Christer AH, Wang W, Sharp J, Baker R. A case study of modelling preventive maintenance of production plant using subjective data. *Journal of the Operational Research Society* 1998; 49: 210-219.
20. Christer AH, Whitelaw J. An operational research approach to breakdown maintenance: problem recognition. *Journal of the Operational Research Society* 1983; 34(11): 1041-1052.
21. Desa MI, Christer AH. Modelling in the absence of data: a case study of fleet maintenance in a developing country. *Journal of the Operational Research Society* 2001; 52(3): 247-260.
22. Jodejko-Pietruczuk A, Werbińska-Wojciechowska S. Economical effectiveness of Delay Time approach using in Time-Based maintenance modelling. Proc. of PSAM 11 & ESREL 2012 Conference, 25-29 June 2012, Helsinki, Finland.
23. Jodejko-Pietruczuk A, Werbińska-Wojciechowska S. Analysis of Block-Inspection Policy parameters from economical and availability point of view. Proc. of PSAM 11 & ESREL 2012 Conference, 25-29 June 2012, Helsinki, Finland.
24. Lee Ch. Applications of Delay Time Theory to Maintenance Practice of Complex Plant. PhD thesis. Salford: University of Salford, 1999.
25. Nowakowski T, Werbińska-Wojciechowska S. Developments of time dependencies modeling concepts. Proc. of the European Safety and Reliability Conference, ESREL 2011, Troyes, France, 18-22 September 2011: 832-838.
26. Redmond DF. Delay Time Analysis in Maintenance. PhD thesis. Salford: University of Salford, 1997.
27. Wang W. An overview of the recent advances in delay-time-based maintenance modelling. *Reliability Engineering and System Safety* 2012; 106: 165-178.
28. Wang H. A survey of maintenance policies of deteriorating systems. *European Journal of Operational Research* 2002; 139: 469-489.
29. Wang W. Subjective estimation of delay-time distribution in maintenance modelling. *European Journal of Operational Research* 1997; 99: 511-529.
30. Wang W, Jia X. An empirical Bayesian based approach to delay time inspection model parameters estimation using both subjective and objective data. *Quality and Reliability Engineering International* 2007; 23: 95-105.
31. Wen-yuan LV, Wang W. Modelling preventive maintenance of production plant given estimated PM data and actual failure times. Proc. of International Conference on Management Science and Engineering ICMSE'06, Lille, 2006.
32. Werbińska-Wojciechowska S. Problems of logistics systems modelling with the use of DTA approach. *Logistics and Transport* 2012; 2: 63-74.

Anna JODEJKO-PIETRUCZUK
Sylwia WERBIŃSKA-WOJCIECHOWSKA
 Mechanical Engineering Faculty
 Wrocław University of Technology
 Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370, Wrocław, Poland
 E-mail: sylwia.werbinska@pwr.wroc.pl

Anna Jodejko-Pietruczuk

Sylwia Werbińska-Wojciechowska

Wydział Mechaniczny, Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370, Wrocław, Polska
E-mail: sylwia.werbinska@pwr.wroc.pl

Analiza parametrów modeli obsługiwanego systemów technicznych z opóźnieniem czasowym

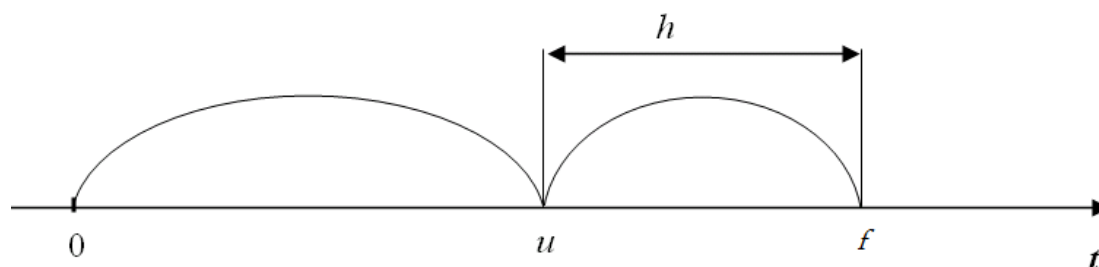
Słowa Kluczowe: opóźnienie czasowe, model obsługiwanego, metody estymacji parametrów

Abstrakt: W pracy analizie poddano system trzejelementowy (struktura niezawodnościowa progowa), którego procesy obsługiwanego realizowane są zgodnie z założeniami Polityki Przeglądów Blokowych (BIP). Strategia ta może być zastosowana w procesie utrzymania systemów technicznych, gdy znane są pewne jego charakterystyki niezawodnościowe, bazujące m.in. na informacjach o czasach pomiędzy uszkodzeniami elementów systemu. W badaniach skupiono się na trzech rozkładach prawdopodobieństwa tej zmiennej losowej (normalny, Weibull, prostokątny). Model symulacyjny opracowano przy wykorzystaniu oprogramowania *GNU Octave*. Analiza okresu opóźnienia czasowego, przy założeniu różnych postaci rozkładów prawdopodobieństwa tej zmiennej losowej, pozwoliła na ocenę: czy znajomość typu rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej h ma istotne znaczenie dla wyników ekonomicznych funkcjonowania systemu, oraz jakie konsekwencje mogą wystąpić w wyniku niewłaściwej estymacji wartości średniej $E(h)$.

1. Wprowadzenie

W przypadku złożonych systemów, w których istotny staje się problem modelowania relacji pomiędzy dwoma odrębnymi podsystemami, które mają wpływ na ogólną gotowość systemu, wiele prac zwraca uwagę na zagadnienie opóźnień czasowych w realizacji procesów operacyjnych [8].

W 1976r. Christer (za [16]) zaproponował koncepcję opóźnień czasowych *Delay-time (DT) Concept*, wykorzystywaną do dnia dzisiejszego w teorii procesów odnowy, w celu optymalizacji czasu niezdatności systemu technicznego spowodowanego nie wykrytym w porę jego uszkodzeniem (np. [9, 10, 14, 16, 20]). W koncepcji tej okres czasu od chwili u , w której pojawiają się pierwsze wykrywalne w trakcie przeglądu okresowego sygnały o pojawiającym się uszkodzeniu, do chwili uszkodzenia się systemu nazywany jest opóźnieniem czasowym i oznaczany przez h (rys. 1.) [8, 12]. Temat ten jest szeroko analizowany w literaturze, m.in. w pracach [2, 3, 6, 7, 8, 12, 13, 24, 25, 26, 27, 28], gdzie przedstawiono przegląd literatury z obszaru zastosowania koncepcji DT, oraz w pracach [22, 23, 25, 32], gdzie skupiono się na możliwościach stosowania modeli DT w systemach wieloelementowych.



Rys. 1. Koncepcja relacji czasowych [15]

Poprawność doboru modelu obsługiwanego systemu technicznego z opóźnieniem czasowym bezpośrednio zależy od dokładności oszacowania parametrów modelu. W związku z tym, jednym z podstawowych problemów poruszanych w literaturze jest zagadnienie estymacji parametrów opóźnienia czasowego. Obecnie nie istnieje metoda, która pozwoliłaby w bezpośredni sposób oszacować parametry zmiennej losowej opóźnienia czasowego h lub określić chwile pojawienia się pierwszych symptomów o uszkodzeniu u [12, 25].

W literaturze znane są dwie metody estymacji parametrów opóźnienia czasowego h oraz chwili u . W przypadku, gdy dane eksploatacyjne są dostępne oraz wiarygodne istnieje możliwość estymacji parametrów modelu z wykorzystaniem metody największej wiarygodności (np. [30]). W przeciwnym przypadku, stosowana jest metoda subiektywnej estymacji parametrów bazująca na opinii ekspertów (np. [29]). Jedne z pierwszych prac, w których autorzy opracowali metodę z wykorzystaniem subiektywnych opinii ekspertów w obszarze estymacji wartości parametru h są [10, 14, 15, 16, 20]. Prace dotyczyły procesów obsługiwanego systemów inżynierii budowlanej [10], systemów przemysłowych [16], produkcyjnych [15, 20], czy transportowych [14].

W kolejnej pracy [13] autorzy kontynuowali prace badawcze nad zagadnieniem estymacji parametrów opóźnienia czasowego. Autorzy przedstawili przegląd literatury w badanym obszarze oraz omówili modele korekty estymacji parametrów opóźnienia czasowego. Ponadto poruszyli problem oszacowania estymatorów obciążonych w badanym obszarze. Zagadnienie to kontynuowane było w pracy [12], gdzie m.in. kryteria doboru metody estymacji parametrów zostały przeanalizowane. Przegląd literatury z obszaru zastosowania prawdopodobieństwa subiektywnego oraz opinii ekspertów w procesie podejmowania decyzji eksploatacyjnych z wykorzystaniem koncepcji DT został przedstawiony w pracach [7, 29].

W kolejnych pracach autorzy przedstawili implementację metody subiektywnej estymacji parametrów opóźnienia czasowego w obszarze funkcjonowania systemu przemysłowego [19], przedsiębiorstwa produkcyjnego [1], oraz przedsiębiorstwa transportu miejskiego autobusowego [21].

Natomiast w pracy [5] autorzy po raz pierwszy zastosowali metodę obiektywną w procesie estymacji parametru opóźnienia czasowego dla obiektu naprawialnego. Parametry modelu zostały oszacowane z wykorzystaniem metody największej wiarygodności oraz Kryterium Informacyjne Akaike'go (AIC). Zaproponowany model został rozwinięty w pracy [4], gdzie autorzy m.in. rozpatrzyli system wieloelementowy składający się z wielu komponentów.

W kolejnej pracy [17] autorzy rozpatrzyli system wieloelementowy, w którym operacje diagnozy stanu systemu wykonywane są planowo co okres czasu T oraz podczas uszkodzeń. Zagadnienie estymacji obiektywnej parametrów modelu dla systemu złożonego (*complex system*) przeanalizowano m.in. w pracy [18].

Zagadnienie estymacji modelu w przypadku, gdy jedynie dysponujemy danymi o chwilach uszkodzeń (brak informacji o procesie obsługiwanego systemu) zostało

przeanalizowane w pracy [11]. Z kolei w pracy [31] przedstawiono przykład optymalizacji okresu między obsługami w przedsiębiorstwie produkcyjnym.

Na szczególną uwagę zasługuje również praca [30], w której autorzy przedstawili model estymacji parametru opóźnienia czasowego z wykorzystaniem obu metod.

Badania literaturowe dowodzą, że problem właściwej estymacji parametrów zmiennej losowej opóźnienia czasowego h jest niezmiernie ważny i rozwijane są metody pozwalające na ciągłe doskonalenie tych oszacowań. W praktyce nie zawsze jest możliwość prawidłowego i dokładnego przybliżenia wszystkich parametrów opóźnienia czasowego obsługiwanego systemu. W wielu przypadkach posiadane dane pozwalają jedynie na oszacowanie wartości oczekiwanej oraz odchylenia standardowego opóźnienia. Z tego powodu pojawia się pytanie o możliwe konsekwencje błędnej estymacji parametrów modelu i zasadność działań prowadzących do ich dokładniejszego oszacowania. Dlatego też celem niniejszego artykułu jest ocena:

- skutków – ekonomicznych i niezawodnościowych – z jakimi należy się liczyć w obsługiwanym systemie, jeśli tylko wybrane parametry opóźnienia czasowego uda się oszacować w praktyce,
- niezbędnej dokładności szacowania parametrów opóźnienia czasowego, pozwalającego na dobór właściwego okresu między inspekcjami w systemie wieloelementowym.

Realizacja tak zdefiniowanych celów osiągnięta została poprzez przeprowadzenie symulacyjnej analizy procesu eksploatacji systemu technicznego o różnych charakterystykach czasu opóźnienia, obsługiwanego według polityki Przeglądów Blokowych (*Block Inspection Policy* – BIP). Analiza wyników pozwoliła ocenić, jaki jest wpływ zmiany zadanych parametrów czasu opóźnienia na uzyskiwane koszty i wskaźnik gotowości systemu. W ten sposób można ocenić skutki przeszacowania, niedoszacowania lub braku pewnych informacji o długości czasu opóźnienia na wyniki wieloelementowego systemu, obsługiwanego według strategii BIP. Badania symulacyjne zostały zastosowane ze względu na brak modelu analitycznego pozwalającego opisać koszty i gotowość w zależności od charakterystyk systemu wieloelementowego oraz wszystkich parametrów charakteryzujących strategię BIP.

W kolejnych punktach opracowania omówiono założenia przyjęte podczas modelowania procesu eksploatacji systemu z opóźnieniem czasowym, przedstawiono algorytm symulacyjny wykorzystywany w badaniu oraz przeprowadzono analizę uzyskanych wyników.

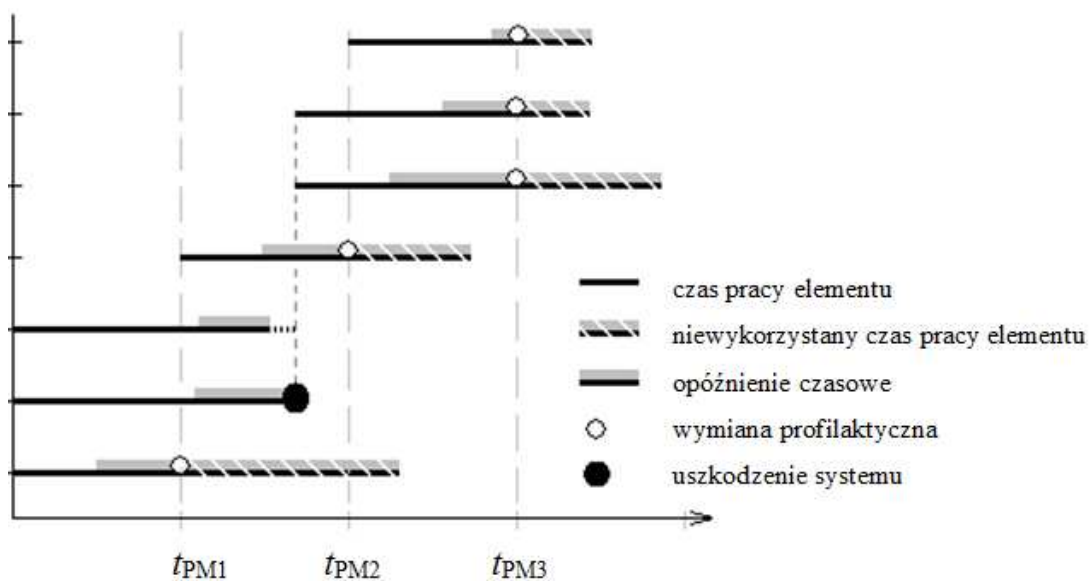
2. Model Polityki Przeglądów Blokowych

W pracy analizie poddano trzelementowy system funkcjonujący w progowej („2-z-3”) strukturze niezawodnościowej, którego procesy obsługiwanie realizowane są zgodnie z założeniami Polityki Przeglądów Blokowych (BIP). Strategia ta może być zastosowana w procesie utrzymania systemów technicznych, gdy znane są pewne jego charakterystyki niezawodnościowe, bazujące m.in. na informacjach o czasach pomiędzy uszkodzeniami elementów systemu. Przyjęto założenie, że elementy systemu są niezależne, podobnie jak pojawiające się symptomy o przyszłym ich uszkodzeniu podczas funkcjonowania systemu. Przyjęta polityka obsługiwanie BIP zakłada, że operacje diagnozy stanu systemu (o stałym czasie ich trwania) przeprowadzane są w regularnych odstępach co T jednostek czasu pracy systemu. Ponadto, przyjęto iż operacje diagnozy stanu systemu są perfekcyjne, co oznacza że wszystkie symptomy o przyszłych uszkodzeniach, które wystąpią w elementach, zostaną w pełni zidentyfikowane. Jednocześnie elementy, w których zdiagnozowano symptomy,

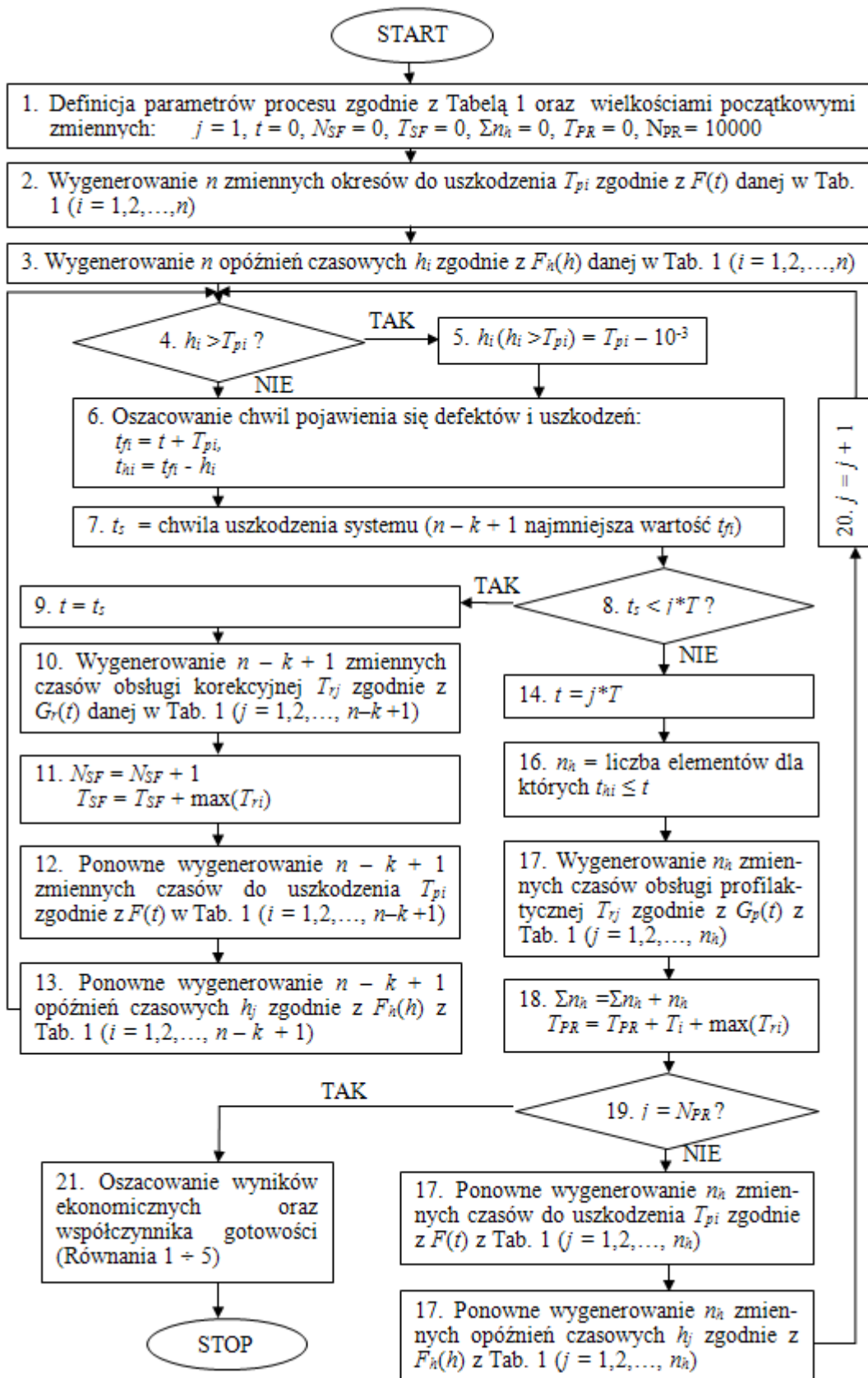
podlegają wymianie podczas operacji diagnozy stanu systemu. Proces eksploatacji omawianego systemu przedstawia rysunek 2 oraz dodatkowe założenia:

- operacje obsługiwaną przywracają element do stanu „tak dobrego jak nowy”;
- uszkodzenie systemu jest identyfikowane natychmiast, a operacja naprawy/ wymiany jest podejmowana tak szybko jak to możliwe;
- koszty obsługiwaną systemu obejmują: koszt nowego elementu ponoszony przy jego wymianie, koszty diagnozy stanu systemu, oraz koszty uszkodzenia się systemu;
- czasy poprawnej pracy elementów systemu, czasy napraw/ wymian oraz opóźnienie czasowe są losowe a ich funkcje gęstości prawdopodobieństwa są znane.

Model symulacyjny opracowano przy wykorzystaniu oprogramowania *GNU Octave*. Lista parametrów analizowanego systemu i procesu eksploatacji, które zostały wykorzystane w symulacji została przedstawiona w tabeli 1. Na rysunku 3 przedstawiono algorytm procesu symulacji.



Rys. 2. Polityka Przeglądów Blokowych dla rozpatrywanego systemu



Rys. 3. Schemat algorytmu symulacji

Tabela 1. Parametry modelowanego systemu

Oznaczenie	Opis	Podstawowa wartość
n	Liczba elementów systemu	3
k	Minimalna liczba elementów zdalnych niezbędnych do utrzymania zdalności systemu	1,3
c_e	Koszt nowego elementu	1
c_i	Koszt przeglądu	1
c_c	Koszt uszkodzenia systemu	10 000
T_i	Czas niezbędny na realizację przeglądu	0
T	Stały czas między kolejnymi operacjami przeglądu	-
$F(t = u+h)$	Funkcja zawodności elementu	$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{100}\right)^{3,5}}$
$G_r(t)$	Dystrybuanta rozkładu prawdopodobieństwa czasu naprawy elementu	$G_r(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{100}\right)^{2,3}}$
$G_p(t)$	Dystrybuanta rozkładu prawdopodobieństwa czasu wymiany profilaktycznej elementu	$G_p(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{10}\right)^{2,3}}$
$f_h(h)$	Funkcja gęstości prawdopodobieństwa opóźnienia czasowego	$f_h(h) = \frac{\alpha}{\beta^{\alpha_n}} h^{\alpha_n-1} e^{-\left(\frac{h}{\beta_h}\right)^{\alpha_n}}$
		$f_h(h) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{if } a \leq h \leq b \\ 0, & \text{if } h \leq a \text{ or } b \leq h \end{cases}$
		$f_h(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\left(\frac{(h-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)}$

Przeprowadzenie analizy wpływu wartości parametrów opóźnienia czasowego na wyniki ekonomiczne systemu technicznego wymaga zdefiniowania funkcji oczekiwanych kosztów obsługiwanego w jednostce czasu $C_{BI}(T)$:

$$C_{BI}(T) = CE_{BI}(T) + CC_{BI}(T) + CI_{BI}(T) \quad (1)$$

gdzie:

CE_{BI} – oczekiwane koszty zakupu nowych elementów w jednostce czasu,

CC_{BI} – oczekiwane koszty konsekwencji uszkodzenia się systemu w jednostce czasu,

CI_{BI} – oczekiwane koszty przeprowadzonych diagnoz stanu systemu w jednostce czasu

Oczekiwane koszty nowych elementów w jednostce czasu opisane są następującą formułą:

$$CE_{BI}(T) = \frac{[(n-k+1) \cdot N_{SF}(T) + \sum n_{PR}(T)] \cdot c_e}{OT} \quad (2)$$

gdzie:

N_{SF} – liczba uszkodzeń powstałych w analizowanym okresie eksploatacji,

$\sum n_{PR}$ – liczba elementów profilaktycznie wymienionych w procesie diagnozy stanu systemu,

c_e – koszt nowego elementu,

OT – analizowany czas pracy systemu

Ponadto, oczekiwany koszt konsekwencji w wyniku uszkodzenia się systemu jest wyznaczany zgodnie z formułą:

$$CC_{Bl}(T) = \frac{N_{SF}(T) \cdot c_c}{OT} \quad (3)$$

gdzie:

c_c – koszt konsekwencji pojawienia się uszkodzenia systemu

Oczekiwane koszty przeprowadzonych operacji diagnozy stanu systemu opisano formułą:

$$CI_{Bl}(T) = \frac{N_{PR}(T) \cdot c_i}{OT} \quad (4)$$

gdzie:

N_{PR} – liczba operacji diagnozy stanu systemu,

c_i – koszt przeprowadzenia operacji diagnozy stanu systemu

W drugim kroku przeprowadzono analizę gotowości systemu. Współczynnik gotowości opisano następującą formułą:

$$A_{Bl}(T) = \frac{OT(T)}{OT(T) + T_{PR}(T) + T_{SF}(T)} \quad (5)$$

gdzie:

T_{PR} – czas prowadzenia działań profilaktycznych,

T_{SF} – czas działań obsługowych korekcyjnych.

3. Proces estymacji parametru h - analiza uzyskanych wyników symulacji

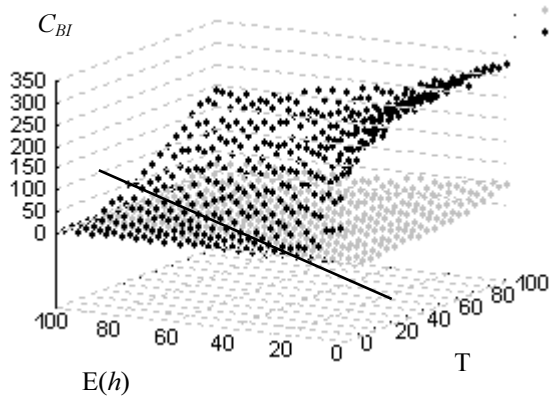
Podczas przeprowadzonego badania symulacyjnego założono, że badane są trzy systemy, zbudowane i eksploatowane w ten sam sposób, a różniące się między sobą jedynie charakterystyką opóźnienia czasowego ich elementów. Przyjęto, że opóźnienie czasowe systemów różni się formą rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej h (rozkład Weibull'a, prostokątny, normalny), jednak wartość oczekiwana zmiennej jest ta sama ($E(h) = 35$). Analiza okresu opóźnienia czasowego przy założeniu różnych postaci rozkładu zmiennej h , pozwoli na ocenę:

- czy postać rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej h ma istotne znaczenie dla wyników ekonomicznych i gotowości systemu, a co za tym idzie – czy znajomość postaci rozkładu jest konieczna dla doboru okresu między operacjami diagnozy stanu (inspekcjami) T ,
- jakie konsekwencje kosztowe i niezawodnościowe mogą pojawić się w obsługiwanym systemie w przypadku niewłaściwej estymacji parametrów opisujących zmienną h ?

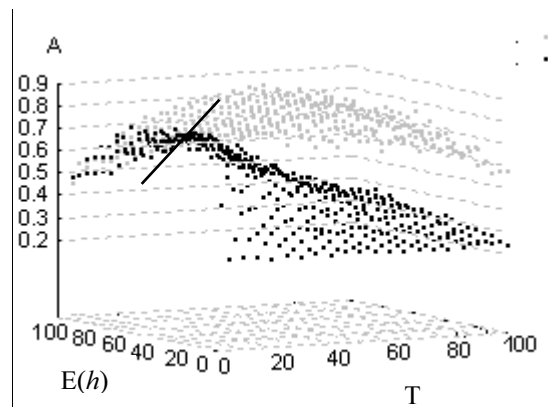
Rysunki 4 – 9 przedstawiają wyniki ekonomiczne i współczynnik gotowości systemu uzyskane w analizie trzelementowego systemu technicznego funkcjonującego zgodnie z polityką BIP, w zależności od wartości oczekiwanej opóźnienia czasowego $E(h)$, długości okresu T , oraz typu rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej h . Ponadto, przedstawione wyniki dotyczą systemu technicznego funkcjonującego w dwóch skrajnych strukturach niezawodnościowych „1 z 3” (struktura niezawodnościowa równoległa – jasne znaczniki) oraz „3 z 3” (struktura niezawodnościowa szeregową – ciemne znaczniki).

Dla wszystkich trzech przypadków uzyskane wyniki ekonomiczne są bardzo zbliżone bez względu na typ rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej h . Oba parametry: czas między obsługami (T) oraz oczekiwana wartość opóźnienia czasowego ($E(h)$) mają znaczący wpływ

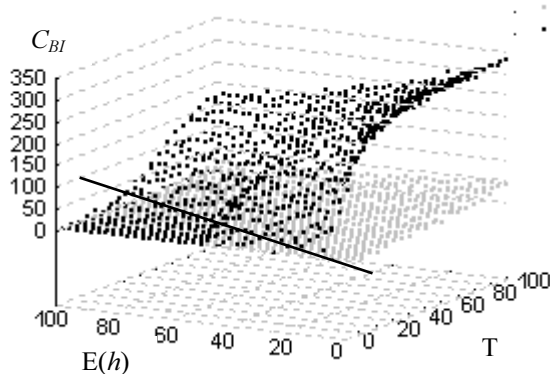
na poziom oczekiwanych kosztów obsługi, jednakże uzyskane wyniki raczej nie zależą od typu rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej h . Płaszczyzny reprezentujące koszty ponoszone zarówno przez system szeregowy jak i równoległy mają te same charakterystyki, np. dla przypadków najdłuższego opóźnienia czasowego ($E(h) = MTTF = 100$) w systemie szeregowym koszty wahają się w granicach 0-200 w zależności od wybranej długości okresu między operacjami diagnozy stanu T , ale są niezależne od tego, jaki rozkład prawdopodobieństwa opisuje opóźnienie czasowe elementów systemu (rys. 4, 6, 8). Dokładnie ten sam efekt może być obserwowany dla pozostałych badanych wartości $E(h)$ w obu strukturach niezawodności – te same granice kosztów jak i ten sam charakter krzywizny płaszczyzn opisujących koszty systemu. Fakt ten pozwala na stwierdzenie, że proces optymalizacji parametrów polityki BIP dla badanego systemu technicznego nie wymaga znajomości typu rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej h . Co za tym idzie, założenie niewłaściwej formy tegoż rozkładu nie spowoduje znaczących różnic w osiąganych wynikach kosztowych systemu. Podobny efekt można obserwować przy analizie wskaźnika gotowości systemu (rys. 5, 7, 9).



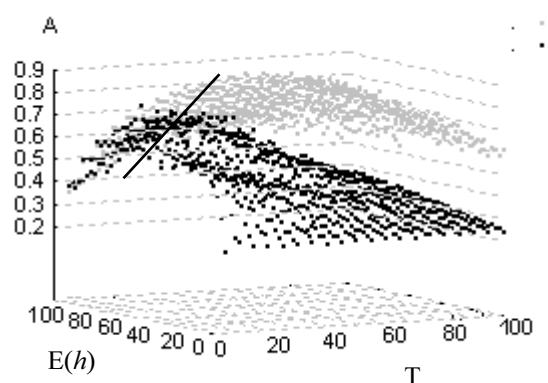
Rys. 4. Oczekiwane koszty C_{BI} przy założeniu rozkładu Weibull'a opisującego opóźnienie czasowe elementów systemu



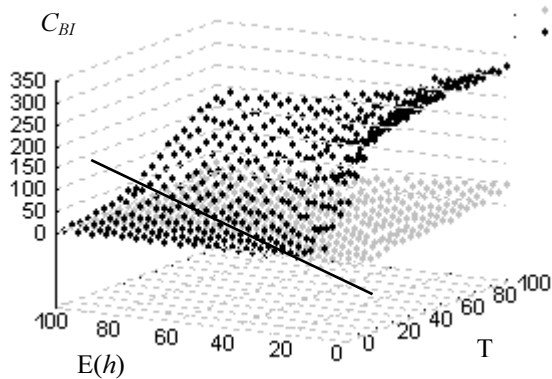
Rys. 5. Współczynnik gotowości systemu (A) przy założeniu rozkładu Weibull'a opisującego opóźnienie czasowe elementów systemu



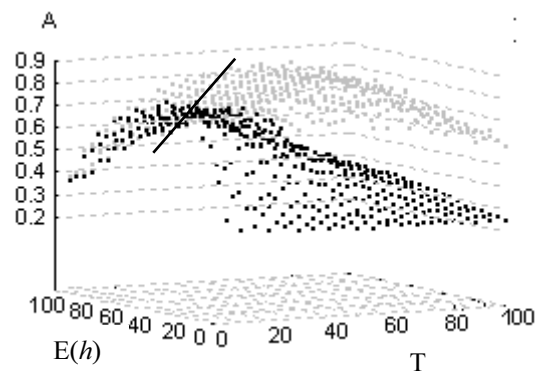
Rys. 6. Oczekiwane koszty C_{BI} przy założeniu rozkładu prostokątnego opisującego opóźnienie czasowe elementów systemu



Rys. 7. Współczynnik gotowości systemu (A) przy założeniu rozkładu prostokątnego opisującego opóźnienie czasowe elementów systemu



Rys. 8. Oczekiwane koszty C_{BI} przy założeniu rozkładu normalnego opisującego opóźnienie czasowe elementów systemu



Rys. 9. Współczynnik gotowości systemu (A) przy założeniu rozkładu normalnego opisującego opóźnienie czasowe elementów systemu

W pracach analizujących możliwości zastosowania polityki BIP w systemach wieloelementowych [22, 23], określono zależność między czasem T a wartością oczekiwaną zmiennej h w systemach o szeregowej strukturze niezawodnościowej, dla której uzyskiwany jest najniższy koszt działań obsługowych i najwyższa gotowość systemu:

$$\frac{E(h)}{T} \approx 2 \quad (6)$$

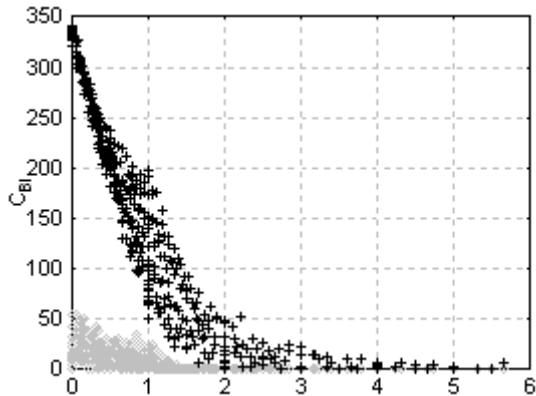
Zależność tę przedstawiono na wykresach 4-9 w postaci dodatkowej linii prostej, w pobliżu której znajdują się rozwiązania najlepsze kosztowo i niezawodnościowo dla badanych wartości oczekiwanych $E(h)$. Wyrażenie (6) oraz wyniki widoczne na wykresach pokazują, że „prawie optymalny” okres między diagnozami stanu systemu szeregowego, obsługiwanego według strategii BIP, powinien być wyznaczany na podstawie informacji o wartości oczekiwanej czasu opóźnienia.

W celu potwierdzenia faktu, że typ rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej h nie ma znaczącego wpływu na uzyskane wyniki ekonomiczne zastosowania polityki BIP, zależność opisana równaniem (6) poddana została dodatkowej analizie (Rysunki 10 – 15). W tym celu wszystkie wyniki kosztowe oraz współczynniki gotowości systemu, uzyskane podczas eksperymentów symulacyjnych przedstawiono w zależności od relacji $E(h)/T$. Stosunek $E(h)/T \approx 0$ oznacza systemy, w których:

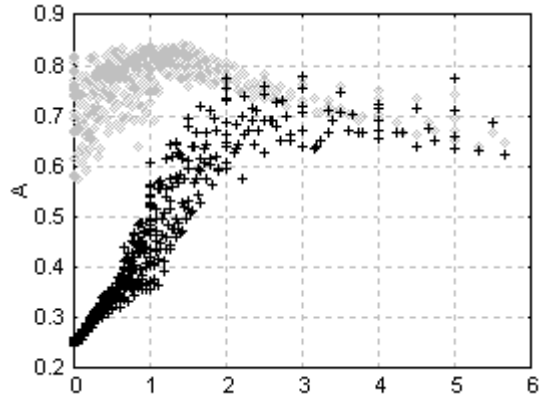
- wartość oczekiwana opóźnienia czasowego elementów jest bardzo niska (krótki okres występowania sygnału przed rzeczywistym uszkodzeniem),
- okres między diagnozami stanu T jest bardzo zawyżony w stosunku do oczekiwanego opóźnienia czasowego elementów (źle dobrany okres między inspekcjami).

Jak widać, w obu wspomnianych przypadkach wyniki kosztowe systemu są bardzo niekorzystne, podobnie jak współczynnik gotowości. Wraz ze wzrostem stosunku $E(h)/T$, poprawiają się rezultaty ekonomiczne (koszty spadają), rośnie też współczynnik gotowości systemu. Oczekiwane koszty obsługiwanego systemu C_{BI} osiągają minimum przy wartościach zależności $E(h)/T \approx 2$ dla systemu technicznego funkcjonującego w szeregowej strukturze niezawodnościowej. Wartości optimum kosztów C_{BI} dla systemu funkcjonującego w strukturze niezawodnościowej równoległej są obserwowane dla mniejszych wartości relacji $E(h)/T$, bez względu na typ rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej h . W przypadku, gdy $E(h)/T \gg 2$ koszty wciąż są niskie, co wynika z „bezpiecznego” wariantu obsługi

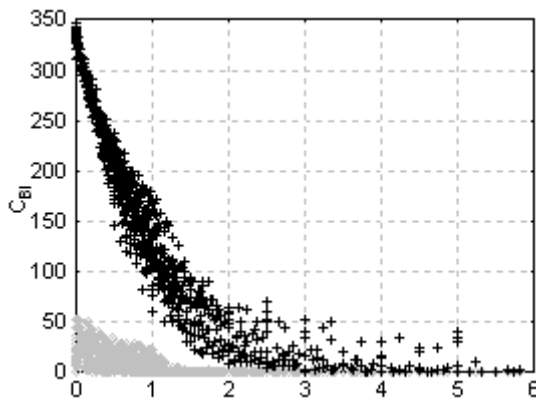
zapewniającego częste diagnozy stanu elementów, jednak współczynnik gotowości maleje, ze względu na istnienie niepotrzebnych, nadmiarowych inspekcji. Omawiane rezultaty są jednakowe dla wszystkich badanych rozkładów prawdopodobieństwa charakteryzujących czas opóźnienia elementów.



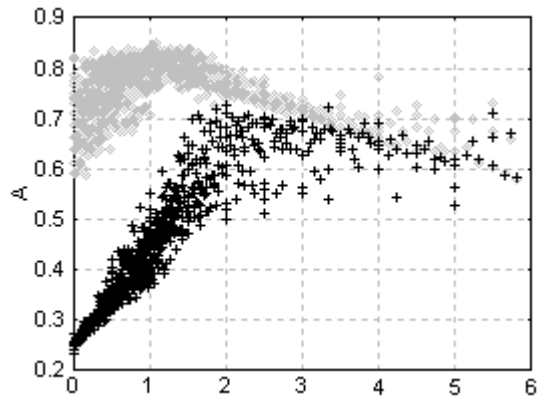
Rys. 10. Oczekiwane koszty C_{BI} przy założeniu rozkładu Weibull'a opisującego opóźnienie czasowe elementów systemu



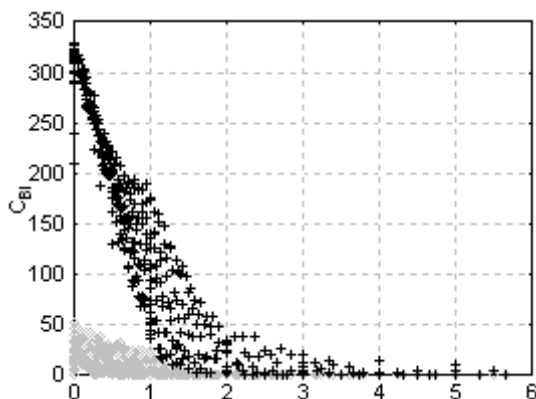
Rys. 11. Współczynnik gotowości systemu (A) przy założeniu rozkładu Weibull'a opisującego opóźnienie czasowe elementów systemu



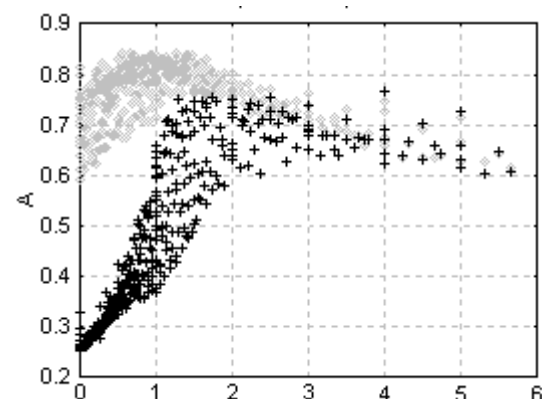
Rys. 12. Oczekiwane koszty C_{BI} przy założeniu prostokątnego rozkładu opisującego opóźnienie czasowe elementów systemu



Rys. 13. Współczynnik gotowości systemu (A) przy założeniu prostokątnego rozkładu opisującego opóźnienie czasowe elementów systemu



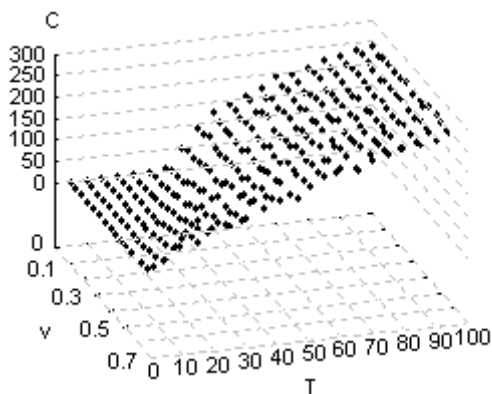
Rys. 14. Oczekiwane koszty C_{BI} przy założeniu normalnego rozkładu opisującego opóźnienie czasowe elementów systemu



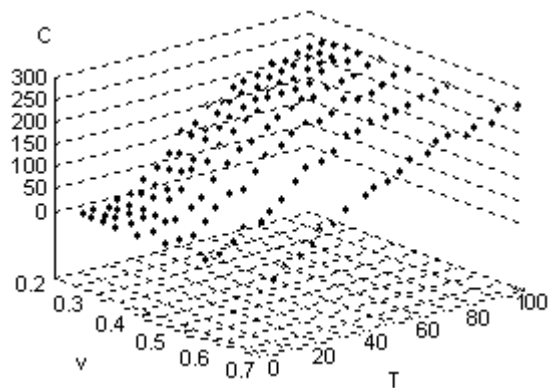
Rys. 15. Współczynnik gotowości systemu (A) przy założeniu normalnego rozkładu opisującego opóźnienie czasowe elementów systemu

Podsumowując, uzyskane wyniki (Rysunki 10 – 15) potwierdzają wnioski przyjęte w pracach [22, 23] oraz pozwalają na stwierdzenie, że optymalna długość okresu między obsługami T może być określona nawet w sytuacji, gdy nie posiadamy pełnej informacji o formie rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej h . Podstawowym parametrem modelu BIP, który musi być oszacowany w sposób jak najbardziej precyzyjny, jest wartość oczekiwana czasu opóźnienia, gdyż w sposób istotny wpływa na wszystkie badane wyniki systemu. Z drugiej jednakże strony, dla systemu w którym zmienna losowa h jest opisana prostokątnym rozkładem prawdopodobieństwa, można zauważyć pewną zmienność wyników ekonomicznych w granicach punktu minimum (Rysunki 12, 13, $E(h)/T \approx 2$). W przeciwieństwie do wyników uzyskanych dla pozostałych typów rozkładów prawdopodobieństwa zmiennej losowej h , nawet dla relacji $E(h)/T > 3$ występują przypadki, w których koszty $C_{BI} > 30$. Wyniki te potwierdzają, że większy rozrzut wartości zmiennej h (a co za tym idzie jego mniejsza przewidywalność) obniża skuteczność wdrożenia polityki obsługiwanego BIP. Oznacza to również, że, jeśli istnieje taka praktyczna możliwość, należy oszacować również odchylenie standardowe zmiennej losowej – czasu opóźnienia. Przykładowe wyniki uzyskane przy założeniu różnych wartości współczynnika zmienności (v) ale jednakowej wartości oczekiwanej ($E(h) = 35$) dla rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej h : prostokątnego i Weibull'a przedstawiono na wykresach 16-17. Na ich podstawie można stwierdzić, że:

- mimo różnych form rozkładów prawdopodobieństwa wyniki kosztowe są bardzo zbliżone dla jednakowego zakresu współczynnika zmienności v i okresu T ,
- gdy $v = 0$, najlepszym sposobem jest diagnozować stan elementów systemu gdy $T = E(h)$,
- rosnący współczynnik zmienności powoduje, że „optymalny” okres między inspekcjami T powinien być skrócony w stosunku do wyrażenia (6),
- aby jak najlepiej dobrać okres między diagnozami stanu należy próbować oszacować zakres zmienności rzeczywistych wartości opóźnienia czasowego, np. w postaci współczynnika zmienności.



Rys. 16. Oczekiwane koszty C_{BI} dla różnych wartości współczynnika zmienności (v) czasu opóźnienia (prostokątny rozkład prawdopodobieństwa czasu opóźnienia)



Rys. 17. Oczekiwane koszty C_{BI} dla różnych wartości współczynnika zmienności (v) czasu opóźnienia (rozkład prawdopodobieństwa Weibull'a czasu opóźnienia)

Wyniki przedstawione na rysunkach 4 – 17 stanowią podstawę do odpowiedzi również na drugie pytanie zdefiniowane w początkowej części rozdziału a dotyczące potencjalnych konsekwencji niewłaściwej estymacji parametrów zmiennej h . Poziom konsekwencji (np. finansowych) zależy od poziomu popełnionego błędu. Podstawowe obserwacje wyników wskazują, że złe oszacowanie wartości parametru $E(h)$, powodując znaczące odchylenie okresu między przeglądami T od określonego równaniem (6), może pogorszyć skuteczność wyników wdrożenia polityki obsługiwanego BIP. Efekt ten jest szczególnie łatwy

do zaobserwowania, gdy wartość oczekiwana zmiennej h zostanie przeszacowana w stosunku do jego wartości rzeczywistej. Dobrany na tej podstawie okres między przeglądami T (zbyt długi) spowoduje, że rzeczywisty stosunek $E(h)/T < 2$, co może spowodować znaczące skutki finansowe i niezawodnościowe.

4. Podsumowanie

Uzyskane wyniki analizy modelu BIP pozwalają na uzyskanie wstępnej odpowiedzi na pytanie, w jaki sposób poziom estymacji parametru opóźnienia czasowego może wpłynąć na funkcjonowanie systemu technicznego. Przeprowadzona analiza dotyczyła obserwacji wpływu oczekiwanej wartości zmiennej h oraz postaci trzech wybranych rozkładów prawdopodobieństwa tej zmiennej losowej na poziom funkcjonowania wieloelementowego systemu technicznego o strukturze niezawodnościowej typu „k z n”. Zostały także przeanalizowane pewne reguły zastosowania polityki BIP, zdefiniowane przez autorów w pracach [22, 23].

Na podstawie przeprowadzonego badania można stwierdzić, że:

- podstawowym parametrem, który musi być jak najdokładniej oszacowany na podstawie posiadanych danych statystycznych jest oczekiwany czas opóźnienia, gdyż w sposób jednoznaczny wpływa na badane wyniki kosztowe i niezawodnościowe,
- znajomość formy rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej h ma znaczenie jedynie z punktu widzenia rozrzutu wartości zmiennej i nie musi być szacowana na podstawie danych statystycznych,
- w przypadku, gdy istnieje możliwość, należy oszacować rozrzut wyników zmiennej losowej h , aby właściwie dobierać okres między diagnozami stanu T ,
- należy prowadzić dalsze prace badawcze w celu stwierdzenia, jaki jest wpływ współczynnika zmienności na wyrażenia optymalizacyjne opisane w pracy wzorem (6).

W artykule autorzy kontynuują prace badawcze związane z modelowaniem DT dla systemów wieloelementowych, przedstawione m.in. w pracach [22, 23, 25, 32]. W następnym kroku należy uzupełnić przedstawioną analizę o ocenę wpływu typu rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej h przy założeniu stałej wartości średniej i zmiennym odchyleniu standardowym. Ponadto, autorzy skupiają się na określeniu możliwości zastosowania modeli DT do oceny funkcjonowania rzeczywistych systemów technicznych (np. uwzględnienie nieperfekcyjnych operacji diagnozowania stanu systemu). Pozwoli to na określenie podstawowych zasad doboru polityki obsługi profilaktycznej z punktu widzenia osoby zarządzającej eksploatacją systemu technicznego.

References

1. Akbarov A., Christer A. H., Wang W. Problem identification in maintenance modeling: a case study. *International Journal of Production Research* 2008; 46(4): 1031-1046.
2. Alzubaidi H. J. Maintenance modelling of a major hospital complex. PhD thesis. Salford: University of Salford, 1993.
3. Baker R. D., Christer A. H. Review of delay-time OR modelling of engineering aspects of maintenance. *European Journal of Operational Research* 1994; 73: 407-422.
4. Baker R. D., Wang W. Developing and testing the delay-time model. *Journal of the Operational Research Society* 1993; 44: 361-374.

5. Baker R. D., Wang W. Estimating the delay-time distribution of faults in repairable machinery from failure data. *IMA Journal of Mathematics Applied in Business & Industry* 1992; 3: 259-281.
6. Choi K-M. *Semi-Markov and Delay Time Models of Maintenance*. PhD thesis. Salford: University of Salford, 1997.
7. Christer A. H. A Review of Delay Time Analysis for Modelling Plant Maintenance. in: *Stochastic Models in Reliability and Maintenance*, Osaki S. (ed.), Springer, 2002.
8. Christer A. H. Developments in delay time analysis for modelling plant maintenance. *Journal of the Operational Research Society* 1999; 50: 1120-1137.
9. Christer A. H. Delay-time model of reliability of equipment subject to inspection monitoring. *Journal of the Operational Research Society* 1987; 38, (4): 329-334.
10. Christer A. H. Modelling inspection policies for building maintenance. *Journal of the Operational Research Society* 1982; 33: 723-732.
11. Christer A. H., Lee C., Wang W. A data deficiency based parameter estimating problem and case study in delay time PM modelling. *International Journal of Production Economics* 2000; 67: 63-76.
12. Christer A. H., Redmond D. F. Revising models of maintenance and inspection. *International Journal of Production Economics* 1992; 24: 227-234.
13. Christer A. H., Redmond D. F. A recent mathematical development in maintenance theory. *IMA Journal of Mathematics Applied in Business and Industry* 1990; 2: 97-108.
14. Christer A. H., Waller W. M. An operational research approach to planned maintenance: modelling P.M. for a vehicle fleet. *Journal of the Operational Research Society* 1984; 35(11): 967-984.
15. Christer A. H., Waller W. M. Reducing production downtime using delay-time analysis. *Journal of the Operational Research Society* 1984; 35(6): 499-512.
16. Christer A. H., Waller W. M. Delay Time Models of Industrial Inspection Maintenance Problems. *Journal of the Operational Research Society* 1984; 35(5): 401-406.
17. Christer A. H., Wang W. A delay-time-based maintenance model of a multi-component system. *IMA Journal of Mathematics Applied in Business & Industry* 1995; 6: 205-222.
18. Christer A. H., Wang W., Baker R., Sharp J. Modelling maintenance practice of production plant using delay-time concept. *IMA Journal of Mathematics Applied in Business and Industry* 1995; 6: 67- 84.
19. Christer A. H., Wang W., Sharp J., Baker R. A case study of modelling preventive maintenance of production plant using subjective data. *Journal of the Operational Research Society* 1998; 49: 210-219.
20. Christer A. H., Whitelaw J. An operational research approach to breakdown maintenance: problem recognition. *Journal of the Operational Research Society* 1983; 34(11): 1041-1052.
21. Desa M. I., Christer A. H. Modelling in the absence of data: a case study of fleet maintenance in a developing country. *Journal of the Operational Research Society* 2001; 52(3): 247-260.
22. Jodejko-Pietruczuk A., Werbińska-Wojciechowska S. Economical effectiveness of Delay Time approach using in Time-Based maintenance modelling. *Proc. of PSAM 11 & ESREL 2012 Conference, 25-29 June 2012, Helsinki, Finland.*
23. Jodejko-Pietruczuk A., Werbińska-Wojciechowska S. Analysis of Block-Inspection Policy parameters from economical and availability point of view. *Proc. of PSAM 11 & ESREL 2012 Conference, 25-29 June 2012, Helsinki, Finland.*

24. Lee Ch. Applications of Delay Time Theory to Maintenance Practice of Complex Plant. PhD thesis. Salford: University of Salford, 1999.
25. Nowakowski T., Werbińska-Wojciechowska S. Developments of time dependencies modeling concepts. Proc. of the European Safety and Reliability Conference, ESREL 2011, Troyes, France, 18-22 September 2011: 832-838.
26. Redmond D. F. Delay Time Analysis in Maintenance. PhD thesis. Salford: University of Salford, 1997.
27. Wang W. An overview of the recent advances in delay-time-based maintenance modelling. Reliability Engineering and System Safety 2012; 106: 165-178.
28. Wang H. A survey of maintenance policies of deteriorating systems. European Journal of Operational Research 2002; 139: 469-489.
29. Wang W. Subjective estimation of delay-time distribution in maintenance modelling. European Journal of Operational Research 1997; 99: 511-529.
30. Wang W., Jia X. An empirical Bayesian based approach to delay time inspection model parameters estimation using both subjective and objective data. Quality and Reliability Engineering International 2007; 23: 95-105.
31. Wen-yuan L. V., Wang W. Modelling preventive maintenance of production plant given estimated PM data and actual failure times. Proc. of International Conference on Management Science and Engineering ICMSE'06, Lille, 2006.
32. Werbińska-Wojciechowska S. Problems of logistics systems modelling with the use of DTA approach. Logistyka i Transport 2012; 2: 63-74.