

Mariusz GÓRNIAK

AKADEMIA MORSKA, KATEDRA ELEKTROENERGETYKI OKRĘTOWEJ
ul. Morska 81-87, 81-225 Gdynia

Wyznaczanie składowych mocy z wykorzystaniem funkcji korelacji**Mgr inż. Mariusz GÓRNIAK**

Urodzony w roku 1976 w Gdyni. W 2001 ukończył studia w Akademii Morskiej w Gdyni. Obecnie pracownik naukowy, asystent w/w uczelni w Katedrze Elektroenergetyki Okrętowej. Jego zainteresowania zawodowe obejmują komputerowe techniki pomiarowe i cyfrowe przetwarzanie sygnałów.



e-mail: mgmariusz@wp.pl

Streszczenie

W artykule przedstawiono sposób wyznaczania składowych mocy według podejścia zaproponowanego przez Hashada i Hartmana. Dla porównania wyników uzyskanych tym sposobem, zastosowano definicje mocy zalecane przez standard IEEE 1459–2000. Badania były wykonywane pod kątem wykorzystania cyfrowego przetwarzania sygnałów do określania parametrów mocy. Przeprowadzono je dla przebiegów sinusoidalnych i okresowych niesinusoidalnych. Zastosowano wyznaczanie mocy zgodnie ze standardem IEEE: na podstawie wartości chwilowych, według Budeanu oraz Depenbrocka. Do wyznaczania mocy według podejścia Hashada i Hartmana napisany został program w języku C++ „Funkcje” oraz arkusz obliczeniowy w programie Excel. W pracy przedstawiono wyniki badań symulacyjnych.

Słowa kluczowe: moc chwilowa, funkcja korelacji, teorie mocy, wyznaczanie składowych mocy, pomiar mocy, DSP.

Determination of power components with the use of correlation functions**Abstract**

A comparison of determination methods of power parameters by Hashad and Hartman way and by recommendation of IEEE 1459–2000 standard, in order to make the use digital signal processing for describing the power components there are presented in the paper. Hashad and Hartman power functions properties are described in Chapter 2. In the paper a determination of power according to IEEE standard was applied: on the basis of instantaneous values, by Budeanu way and by Depenbrock way. The formulas are described in Chapter 3. For calculation of power by Hashad and Hartman way program in C++ language called “Funkcje” and spreadsheet of Excel program were created. Thanks to the written software the comparison and evaluation of Hashad and Hartman way with actually valid IEEE 1459–2000 standard methods were carried out. The comparison and evaluation with use of sinusoidal and periodic non-sinusoidal waveforms were made up. The examples of voltage and current simulation waveforms are shown on Figures 2, 4 and on Figures 3, 5 appropriate to them functions of power waveforms. The most important results of research and intermediate conclusions are presented in Chapter 5, in Tables 1 to 6 and on Figures 6 to 8. The main conclusions and future direction of the work are pointed out in Chapter 6.

Keywords: instantaneous power, correlation function, power theories, calculation of power components, power measurement, DSP.

1. Wprowadzenie

Chociaż sposób wyznaczania mocy czynnej jest powszechnie znany i akceptowany od dawna, to pomiar mocy biernej wciąż budzi wątpliwości i kontrowersje. Pomimo faktu, iż na temat teorii mocy biernej napisano wiele prac, temat ten jest wciąż aktualny. Znane są teorie i sposoby wyznaczania mocy, m.in. Budeanu, Illovičiego, Shepharda i Zakikhaniego, czy też Depenbrocka. Jednak żadna z nich nie została uznana za powszechnie obowiązującą. Każda z dotychczas przedstawionych propozycji opisu zjawisk energetycznych ma wady [1, 2]. Po-

mimo świadomości istnienia tych wad, ogólnie znane teorie są nadal w badaniach podejmowane, celem rozwiązania problemu mocy biernej [3–6].

Jedno z zaproponowanych ostatnio podejść do wyznaczania składowych mocy, w tym mocy biernej, można znaleźć w pracach Hashada i Hartmana [1, 3]. Nie jest to nowa teoria pod względem poznawczym, a jedynie nowy sposób wyznaczania parametrów mocy, wykorzystujący znaną funkcję korelacji [3]. Według autorów ma ono na celu ułatwienie implementacji cyfrowego przetwarzania sygnałów do pomiaru mocy. Proponowaną metodę można stosować do dowolnie odkształconych, okresowych przebiegów napięcia i prądu [7].

W niniejszym artykule podjęto próbę wyznaczania parametrów funkcji mocy z wykorzystaniem teorii funkcji sinusowej i kosinusowej oraz porównanie ich z normą IEEE Std 1459–2000 [10]. Choć wspomniana norma wzbudza pewne kontrowersje jest ona nadal punktem wyjścia w pomiarach mocy [8]. Badaniom zostały poddane przebiegi sinusoidalne oraz okresowe, odkształcone przebiegi prądu i napięcia. Do badań napisany został w języku programowania C++ program „Funkcje”. Obliczenia przeprowadzane były w programie autorskim oraz arkusza kalkulacyjnym Excel.

2. Funkcje mocy

Hashad i Hartman do pomiaru mocy w układzie energetycznym wykorzystali tzw. sinusowe i kosinusowe funkcje mocy [3], bazując na korelacji dwóch przebiegów $x(t)$ i $y(t)$ (1). Korelację jako miarę podobieństwa lub wzajemnej zależności między dwiema funkcjami $x(t)$ i $y(t)$ można opisać wyrażeniem [9]:

$$R_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \cdot y(\tau - t) d\tau. \quad (1)$$

Dla sygnałów okresowych funkcję tę definiuje się następująco:

$$R_{xy}(t) = \frac{1}{T} \int_0^T x(\tau) \cdot y(\tau - t) d\tau \quad (2)$$

lub

$$R_{yx}(t) = \frac{1}{T} \int_0^T x(\tau - t) \cdot y(\tau) d\tau. \quad (3)$$

Korelacja, to iloczyn skalarny dwóch sygnałów w funkcji przesunięcia jednego z nich. Ma ona taką właściwość, że:

$$(x \circ y)[t] = (y \circ x)[-t]. \quad (4)$$

Dla przebiegów napięcia $u(t)$ i prądu $i(t)$ o okresie T :

$$u(t) = \sqrt{2}U \cdot \cos(\omega t + \alpha), \quad (5)$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \cdot \cos(\omega t + \beta), \quad (6)$$

funkcja korelacji, zwana wówczas funkcją mocy i oznaczona symbolem $\Psi(t)$ ma postać:

$$\Psi(+t) = (i \circ u)[t] = \sum_n I_n U_n \cdot \cos(n\omega t + \theta_n), \quad (7)$$

$$\Psi(-t) = (u \circ i)[-t] = \sum_n I_n U_n \cdot \cos(n\omega t - \theta_n). \quad (8)$$

Ostatecznie sinusowa funkcja mocy zdefiniowana jest następująco:

$$\Psi_s(t) \equiv \frac{1}{2}[\Psi(-t) - \Psi(+t)], \quad (9)$$

natomiast kosinusowa funkcja mocy ma postać:

$$\Psi_c(t) \equiv \frac{1}{2}[\Psi(-t) + \Psi(+t)]. \quad (10)$$

Podstawiając równania (7) oraz (8) do równań (9) oraz (10) otrzymamy:

$$\Psi_s(t) = \sum_n [I_n U_n \cdot \sin(\theta_n)] \sin(n\omega t), \quad (11)$$

$$\Psi_c(t) = \sum_n [I_n U_n \cdot \cos(\theta_n)] \cos(n\omega t). \quad (12)$$

Zdefiniowane funkcje mocy sinusowa (11) i kosinusowa (12) mają takie właściwości, że [3]:

1. $\Psi(0) = \Psi_c(0) = \sum_n I_n U_n \cdot \cos(\theta_n) = P$,
2. $\sqrt{2} \cdot \|\Psi(t)\| = \sqrt{2} \cdot \|\Psi_c(t) + \Psi_s(t)\| = S_s$, gdzie S_s , to korelacyjna moc pozorna,
3. $\sqrt{2} \cdot \|\Psi_c(t)\| = P_s$, gdzie P_s , to korelacyjna moc czynna,
4. $\sqrt{2} \cdot \|\Psi_s(t)\| = Q_s$, gdzie Q_s , to korelacyjna moc bierna,
5. $Q_{Bn} = \frac{2}{T} \int_0^T \Psi_s(t) \cdot \sin(n\omega t) dt$, gdzie $Q_B = \sum_{n=1}^N Q_{Bn}$, to moc bierna

Budeanu, przy czym Q_{Bn} oznacza moc bierną Budeanu n – tej harmonicznej, wyznaczoną dla okresu T ,

$$6. P_n = \frac{2}{T} \int_0^T \Psi_c(t) \cdot \cos(n\omega t) dt, \text{ gdzie } P = \sum_{n=0}^N P_n, \quad (13)$$

przy czym P_n oznacza moc czynną n – tej harmonicznej wyznaczoną dla okresu T .

Znak $\| \cdot \|$ określa normę wektora i wyraża się zależnością:

$$\|x\| = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}. \quad (14)$$

3. Moce według standardu IEEE 14592000

Standard IEEE Std 1459–2000 [10] określa definicje mocy i zalecane wyrażenia matematyczne podczas projektowania przyrządów pomiarowych. Jest on punktem odniesienia dla dzisiejszych urządzeń pomiarowych. Definiuje pomiary mocy dla przebiegów sinusoidalnych i okresowych odkształconych. Znakiem * oznaczono zależności dedykowane do zastosowania w projektowanych przyrządach pomiarowych.

A. Przebiegi sinusoidalne

Definicje określone są dla przebiegów napięcia i prądu w postaci [10]:

$$v(t) = \sqrt{2}V \sin(\omega t), \quad (15)$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \theta), \quad (16)$$

gdzie: V – wartość skuteczna napięcia w V, I – wartość skuteczna prądu w A, ω – pulsacja $2\pi f$ w rad/s, f – częstotliwość w Hz, θ – kąt fazowy w rad, t – czas w s.

a) Moc chwilowa, w W

$$p = vi, \quad (17)*$$

$$P = P_a + P_q, \quad (18)$$

gdzie:

$$P_a = VI \cos \theta [1 - \cos(2\omega t)] = P[1 - \cos(2\omega t)]; P = VI \cos \theta, \quad (19)$$

$$P_q = -VI \sin \theta \sin(2\omega t) = -Q \sin(2\omega t); Q = VI \sin \theta. \quad (20)$$

b) Moc czynna w W

Moc czynna jest wartością średnią mocy chwilowej w obserwowanym przedziale czasu od τ do $\tau+kT$:

$$P = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p dt, \quad (21)*$$

gdzie: $T=1/f$ okres w s, k – liczba całkowita, τ – czas rozpoczęcia pomiarów.

Czyli moc czynna:

$$P = VI \cos \theta. \quad (22)*$$

c) Moc bierna w var

Moc bierna Q jest amplitudą oscylacji mocy chwilowej p_q :

$$Q = \frac{\omega}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i \int v dt dt. \quad (23)*$$

Czyli moc bierna:

$$Q = VI \sin \theta. \quad (24)$$

d) Moc pozorna w V·A

Moc pozorna jest iloczynem wartości skutecznych napięcia i prądu:

$$S = VI \quad (25)*$$

oraz

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (26)$$

e) Współczynnik mocy P_F

$$P_F = \frac{P}{S}. \quad (27)*$$

B. Przebiegi okresowe niesinusoidalne

W stanach ustalonych okresowe niesinusoidalne przebiegi napięcia i prądu mają dwie grupy składników: składniki o częstotliwości systemu zasilania v_1 i i_1 oraz pozostałe v_H i i_H , zawierające wszystkie parzyste i nieparzyste harmoniczne, za wyjątkiem podstawowych.

$$v_1 = \sqrt{2}V_1 \sin(\omega t - \alpha_1) \quad (28)$$

$$i_1 = \sqrt{2}I_1 \sin(\omega t - \beta_1), \quad (29)$$

$$v_H = \sqrt{2} \sum_{h \neq 1} V_h \sin(h\omega t - \alpha_h), \quad (30)$$

przy czym $h \in N$

$$i_H = \sqrt{2} \sum_{h \neq 1} I_h \sin(h\omega t - \beta_h). \quad (31)$$

Odpowiednie wartości skuteczne napięć i prądów można wyznaczyć z zależności:

$$V^2 = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v^2 dt = V_1^2 + V_H^2, \quad (32)$$

$$I^2 = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i^2 dt = I_1^2 + I_H^2, \quad (33)$$

gdzie:

$$V_H^2 = \sum_{h \neq 1} V_h^2 = V^2 - V_1^2, \quad (34)$$

$$I_H^2 = \sum_{h \neq 1} I_h^2 = I^2 - I_1^2. \quad (35)$$

a) Moc czynna w W

Moc czynna dla przebiegów okresowych niesinusoidalnych napięć i prądów definiowana jest podobnie, jak dla przebiegów sinusoidalnych (21)*:

$$P = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p dt. \quad (36)^*$$

Określa ona sumę mocy czynnej harmonicznej podstawowej P_1 i mocy czynnej harmonicznych P_H :

$$P = P_1 + P_H, \quad (37)$$

gdzie:

$$P_1 = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v_1 i_1 dt = V_1 I_1 \cos \theta_1, \quad (38)^*$$

$$P_H = \sum_{h \neq 1} V_h I_h \cos \theta_h = P - P_1. \quad (39)^*$$

b) Moc bierna w var

Moc bierna harmonicznej podstawowej Q_1 wyraża się tak:

$$Q_1 = \frac{\omega_1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i_1 \left[\int v_1 dt \right] dt = V_1 I_1 \sin \theta_1. \quad (40)^*$$

Według Budeanu całkowita moc bierna dla przebiegów okresowych niesinusoidalnych przedstawia się następująco:

$$Q_B = \sum_h V_h I_h \sin \theta_h, \quad (41)$$

$$Q_B = Q_1 + Q_{BH}, \quad (42)$$

gdzie:

$$Q_{BH} = \sum_{h \neq 1} V_h I_h \sin \theta_h. \quad (43)$$

Q_{BH} , to moc bierna pozostałych harmonicznych.

c) Moc pozorna w V·A

Moc pozorna zdefiniowana jest następująco:

$$S = VI. \quad (44)^*$$

Przy czym moc pozorna harmonicznej podstawowej:

$$S_1 = V_1 I_1, \quad (45)^*$$

a

$$S_1^2 = P_1^2 + Q_1^2. \quad (46)$$

Rozdzielenie skutecznych wartości napięcia i prądu na składową podstawową i harmoniczne rozwiązuje moc pozorną w następujący sposób:

$$\begin{aligned} S^2 &= (VI)^2 = (V_1^2 + V_H^2)(I_1^2 + I_H^2) = \\ &= (V_1 I_1)^2 + (V_1 I_H)^2 + (V_H I_1)^2 + (V_H I_H)^2 = (S_1^2 + S_N^2) \end{aligned} \quad (47)$$

gdzie:

$$S_N = \sqrt{S^2 - S_1^2}. \quad (48)^*$$

S_N jest nazwana niefundamentalną mocą pozorną.

d) Współczynnik mocy

Współczynnik mocy dla harmonicznych podstawowych przedstawia się następująco:

$$P_{F1} = \cos \theta_1 = \frac{P_1}{S_1}. \quad (49)^*$$

Natomiast całkowity współczynnik mocy, dla wszystkich składowych harmonicznych:

$$P_F = \frac{P}{S}, \quad (50)^*$$

gdzie:

$$P_F = \frac{P}{S} = \frac{P_1 + P_H}{\sqrt{S_1^2 + S_N^2}}. \quad (51)$$

4. Procedura badawcza

Celem badań było wyznaczenie składowych mocy z funkcji korelacji i porównanie ich z wielkościami wyznaczonymi według zaleceń standardu IEEE 1459–2000. Badania realizowane były pod kątem możliwości wykorzystania podejścia Hashada i Hartmana do wyznaczania parametrów mocy w kontekście efektywności cyfrowego przetwarzania sygnałów.

W badaniach wykorzystano program Excel oraz napisany w języku C++ program autorski „Funkcje”. Kod źródłowy głównej części programu pokazany został na rys. 1.

W programie Excel symulowano przebiegi sinusoidalne i okresowe niesinusoidalne prądu i napięcia oraz prowadzono obliczenia. Program „Funkcje” dla zadanych przebiegów wyznaczał funkcje mocy sinusową i kosinusową oraz obliczone na ich podstawie moce. Procedura wyznaczania funkcji mocy była następująca: określenie przebiegów napięcia i prądu w programie Excel i zapisanie ich w plikach z rozszerzeniem „.dat” (napiecie.dat, prad.dat). Program „Funkcje” pobierał poszczególne próbki przebiegów i dokonywał obliczeń. W plikach z rozszerzeniem „.txt” funsin.txt oraz funcos.txt umieszczane były próbki odpowiednio funkcji sinusowej i kosinusowej. Wyniki obliczeń poszczególnych mocy podawane były na ekran.

Wyznaczenie plików „.txt” z wartościami funkcji mocy pozwoliło na umieszczenie funkcji sinusowej i kosinusowej w programie Excel i dalszą ich analizę. Oprócz funkcji mocy prowadzone były obliczenia mocy na podstawie standardu IEEE 1459–2000 i porównanie ich z wynikami obliczeń uzyskanymi z funkcji mocy: sinusowej i kosinusowej. Program Excel pozwolił także na graficzną interpretację otrzymanych wyników.

Do porównania wyników obliczeń mocy funkcje mocy: sinusowa i kosinusowa versus standard IEEE 1459–2000 wykorzystano znane ze standardu zależności odnośnie obliczania mocy z wartości chwilowych i z podziałem na harmoniczne. Moc bierna wyznaczana była metodami Depenbrocka (przesunięcie $u(t-T/4)$ względem prądu) oraz Budeanu.

```

//funkcja ksi_plus
for (k=0; k<ilosc_probek; k++)
{
double suma_p=0;
for (j=0; j<ilosc_probek; j++)
{
iloczyn_p[j]=wartosc_i[j]*wartosc_u[j];
suma_p=suma_p+iloczyn_p[j];
};

ksi_plus[k]=suma_p/ilosc_probek;

double temp_p;
for (n=0; n<(ilosc_probek-1); n++)
{
temp_p=wartosc_i[n];
wartosc_i[n]=wartosc_i[n+1];
wartosc_i[n+1]=temp_p;
};

};

//funkcja ksi_minus
for (k=0; k<ilosc_probek; k++)
{
double suma_m=0;
for (j=0; j<ilosc_probek; j++)
{
iloczyn_m[j]=wartosc_i[j]*wartosc_u[j];
suma_m=suma_m+iloczyn_m[j];
};

ksi_minus[k]=suma_m/ilosc_probek;

double temp_m;
for (n=(ilosc_probek-1); n>0; n--)
{
temp_m=wartosc_i[n];
wartosc_i[n]=wartosc_i[n-1];
wartosc_i[n-1]=temp_m;
};

};

//wyznaczenie funkcji sin i cos
for (m=0; m<ilosc_probek; m++)
{
funkcja_sinus[m]=(ksi_minus[m]-ksi_plus[m])/2;
funkcja_cosinus[m]=(ksi_minus[m]+ksi_plus[m])/2;
};

```

Rys. 1. Wydruk kluczowej części programu: wyznaczanie funkcji mocy sinusowej i kosinusowej

Fig. 1. Listing of the main part of the program: determination of sine and cosine power functions

5. Wyniki badań symulacyjnych

Badania symulacyjne zrealizowane były dla przebiegów sinusoidalnych i okresowych niesinusoidalnych przedstawionych poniżej. Przebiegi okresowe niesinusoidalne zawierały trzecią i piątą harmoniczną. Zmieniano kąt przesunięcia pomiędzy napięciem i prądem, a także sukcesywnie zawartość harmoniczných. Obliczenia prowadzone były dla przykładowej liczby 360 próbek na okres.

Badane sygnały testowe napięć i prądów opisane były zależnościami:

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & u(x) = 100\sqrt{2} \sin(x) \text{ V}, \\
 & i(x) = 20\sqrt{2} \sin(x - \varphi_1) \text{ A},
 \end{aligned} \quad (52)$$

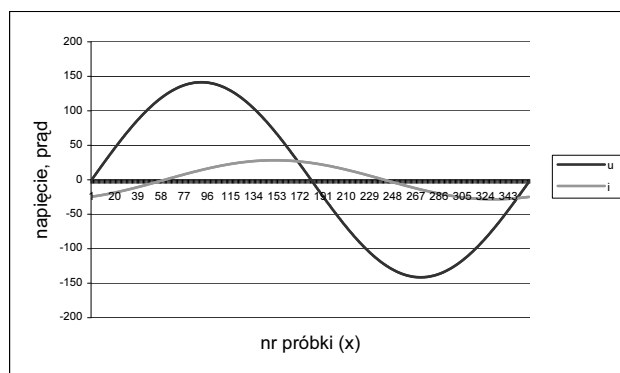
$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & u(x) = 100\sqrt{2} \sin(x) + 50\sqrt{2} \sin(3x) \text{ V}, \\
 & i(x) = 20\sqrt{2} \sin(x - \varphi_1) + 10\sqrt{2} \sin(3x - \varphi_3) \text{ A},
 \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned}
 \text{c)} \quad & u(x) = 100\sqrt{2} \sin(x) + 50\sqrt{2} \sin(3x) + 50\sqrt{2} \sin(5x) \text{ V}, \\
 & i(x) = 20\sqrt{2} \sin(x - \varphi_1) + 10\sqrt{2} \sin(3x - \varphi_3) + 10\sqrt{2} \sin(5x - \varphi_5) \text{ A},
 \end{aligned} \quad (54)$$

gdzie kąty przesunięcia fazowego między napięciami i prądami $\varphi_1, \varphi_3, \varphi_5$ przyjmowały wartości $0^\circ, 45^\circ$ i 60° . Przy czym, wymienione wartości kątów przyjmowano tak, że: w przypadku b) $\varphi_1 = \varphi_3$, c) $\varphi_1 = \varphi_3 = \varphi_5$.

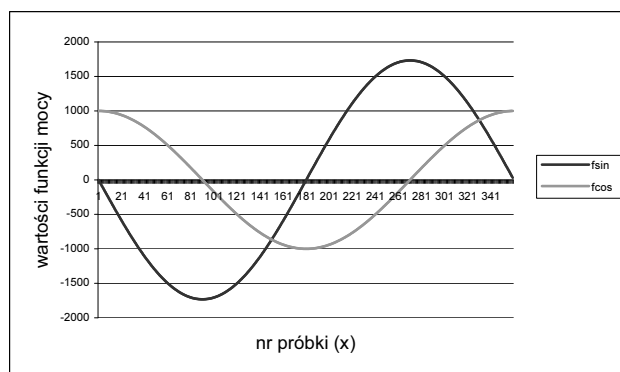
Przykładowe przebiegi napięcia i prądu dla przypadku a) i c) przedstawiono na rysunkach 2 i 4. Na rysunkach 3 i 5 przedstawiono odpowiednio do nich przebiegi funkcji mocy.

Zmiany przesunięcia fazowego pomiędzy napięciem i prądem nie powodują zmian przesunięcia funkcji mocy sinusowej i kosinusowej. Kształty funkcji mocy zmieniają się w zależności od zawartości harmoniczných. Odzwierciedlają one zawartość poszczególnych harmoniczných mocy czynnej P (funkcja kosinusowa), biernej Q (funkcja sinusowa), i pozornej S (suma funkcji sinusowej i kosinusowej). Przy braku przesunięcia pomiędzy prądem a napięciem funkcja sinusowa przyjmuje wartość zero (pomimo istnienia 3 harmoniczných w napięciu i prądzie).



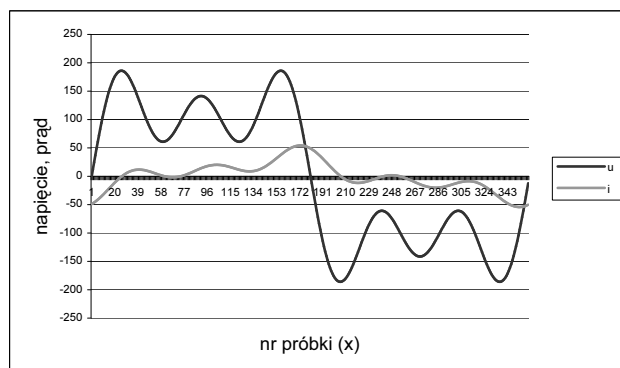
Rys. 2. Przebiegi napięcia i prądu z przykładu (a), ($\varphi=60^\circ$)

Fig. 2. Voltage and current waveforms from example (a), ($\varphi=60^\circ$)



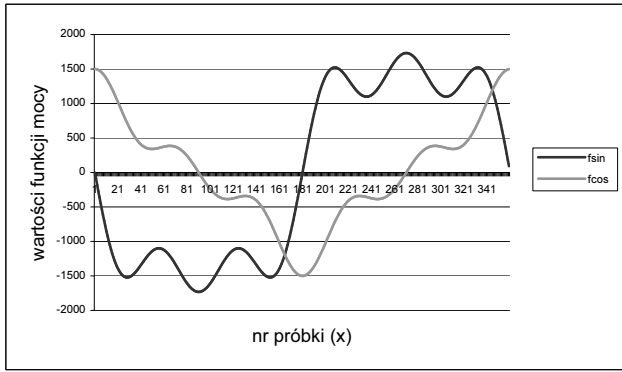
Rys. 3. Przebiegi funkcji mocy sinusowej i kosinusowej z przykładu (a), ($\varphi=60^\circ$)

Fig. 3. Sine and cosine power function waveforms from example (a), ($\varphi=60^\circ$)



Rys. 4. Przebieg napięcia i prądu z przykładu (c), ($\varphi=60^\circ$)

Fig. 4. Voltage and current waveforms from example (c), ($\varphi=60^\circ$)



Rys. 5. Przebiegi funkcji mocy sinusowej i kosinusowej z przykładu (c), ($\varphi=60^\circ$)
 Fig. 5. Sine and cosine power functions waveforms from example (c), ($\varphi=60^\circ$)

W poniższych tabelach podano wyznaczone wartości mocy poszczególnymi metodami, czyli: metodą funkcji mocy sinusowej i kosinusowej tab. 1 oraz tab. 2, metodą wartości chwilowych tab. 3 oraz tab. 4, rozkładu na harmoniczne (według IEEE) tab. 5, rozkładu na harmoniczne z funkcji mocy (według zależności (13), pkt 5 i 6) tab. 6. W tabelach 1 i 2 $P_{x=0}$ to moc czynna odczytana z pierwszej próbki funkcji kosinusowej, a moc $Q_{x=90}$ to moc bierna odczytana z próbki $T/4$ przebiegu funkcji sinusowej. Na rysunkach 6, 7, 8 przedstawiono porównanie wartości mocy P , Q , S wyznaczonych poszczególnymi metodami.

Tab. 1. Wyznaczanie składowych mocy metodą funkcji mocy dla przypadku (a)
 Tab. 1. Determination of power components by power functions method for example (a)

Parametr/kąt	0°	45°	60°
$P_{x=0}$ [W]	2000	1414,21	1000
$Q_{x=90}$ [var]	0	-1414,21	-1732,05
P [W]	2000	1414,21	1000
Q [var]	0	1414,21	1732,05
S [V·A]	2000	2000	2000
$\cos\varphi$	1	0,71	0,5

Tab. 2. Wyznaczanie składowych mocy metodą funkcji mocy dla przypadku (b), (c)
 Tab. 2. Determination of power components by power functions method for example (b), (c)

Harmoniczna	1,3			1,3,5
	0°	45°	60°	60°
$P_{x=0}$ [W]	2500	1767,77	1250	1500
$Q_{x=90}$ [var]	0	-1060,66	-1299,04	-1732,05
P [W]	2061,55	1457,74	1030,78	1060,66
Q [var]	0	1457,74	1785,36	1837,12
S [V·A]	2061,55	2061,55	2061,55	2121,32
$\cos\varphi$	1	0,71	0,5	0,5

Tab. 3. Wyznaczanie składowych mocy metodą wartości chwilowych (według IEEE 1459–2000) dla przypadku (a)

Tab. 3. Determination of power components by instantaneous values method (according to IEEE 1459–2000) for example (a)

Parametr/kąt	0°	45°	60°
P [W]	2000	1414,21	1000
Q [var]	0	1414,21	1732,05
S [V·A]	2000	2000	2000
$\cos\varphi$	1	0,71	0,5

Tab. 4. Wyznaczanie składowych mocy metodą wartości chwilowych (według IEEE 1459–2000) dla przypadku (b), (c)

Tab. 4. Determination of power components by instantaneous values method (according to IEEE 1459–2000) for example (b), (c)

Harmoniczna	1,3			1,3,5
	0°	45°	60°	60°
P [W]	2500	1767,77	1250	1500
Q [var]	0	1060,66	1299,04	1732,05
S [V·A]	2500	2500	2500	3000
$\cos\varphi$	1	0,71	0,5	0,5

Tab. 5. Wyznaczanie składowych mocy metodą rozkładu na harmoniczne (według IEEE 1459–2000)

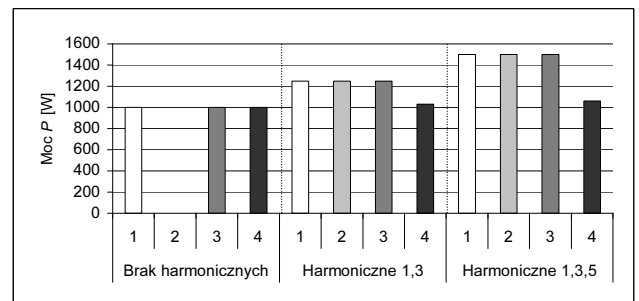
Tab. 5. Determination of power components by harmonic decomposition method (according to IEEE 1459–2000)

Harmoniczna	1,3			1,3,5
	0°	45°	60°	60°
$P_1+P_3(+P_5)$ [W]	2500	1767,77	1250	1500
$Q_1+Q_3(+Q_5)$ [var]	0	1767,77	2165,06	2598,08
$P_1^2+P_3^2(+P_5^2)$ [W]	2061,55	1457,74	1030,78	1060,66
$Q_1^2+Q_3^2(+Q_5^2)$ [var]	0	1457,74	1785,36	1837,12
S_+ [V·A]	2500	2500	2500	3000
S_- [V·A]	2061,55	2061,55	2061,55	2121,32

Tab. 6. Wyznaczanie składowych mocy metodą rozkładu na harmoniczne (na podstawie funkcji mocy)

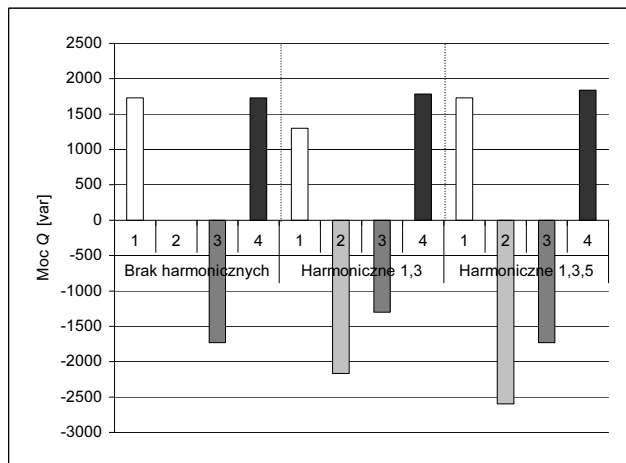
Tab. 6. Determination of power components by harmonic decomposition method (on the basis of power functions)

Harmoniczna	1,3			1,3,5
	0°	45°	60°	60°
$P_1+P_3(+P_5)$ [W]	2500	1767,77	1250	1500
$Q_1+Q_3(+Q_5)$ [var]	0	-1767,77	-2165,06	-2598,07
$P_1^2+P_3^2(+P_5^2)$ [W]	2061,55	1457,74	1030,78	1060,66
$Q_1^2+Q_3^2(+Q_5^2)$ [var]	0	1457,74	1785,36	1837,12
S_+ [V·A]	2500	2500	2500	3000
S_- [V·A]	2061,55	2061,55	2061,55	2121,32



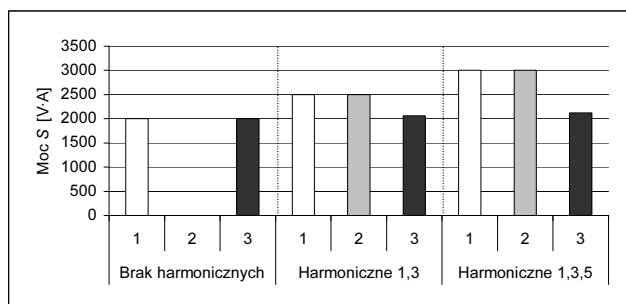
Rys. 6. Porównanie mocy czynnych wyznaczanych poszczególnymi metodami dla przypadku $\varphi=60^\circ$ (1 – P_{ch} , moc czynna wyznaczona metodą wartości chwilowych, 2 – P_h , moc czynna wyznaczona metodą rozkładu na harmoniczne (na podstawie funkcji mocy), 3 – $P_{x=0}$, moc czynna wyznaczona z funkcji mocy (odczytana z pierwszej próbki funkcji kosinusowej), 4 – P_k , korelacyjna moc czynna)

Fig. 6. Comparison of active powers, calculated by the described methods for example $\varphi=60^\circ$ (1 – P_{ch} , active power calculated by the instantaneous values method, 2 – P_h , active power calculated by the harmonic decomposition method (on the basis of power function), 3 – $P_{x=0}$, active power calculated from power function (taken from the first sample of cosine function), 4 – P_k , correlative active power)



Rys. 7. Porównanie mocy biernych wyznaczanych poszczególnymi metodami dla przypadku $\varphi=60^\circ$ (1 – Q_{ch} , moc bierna wyznaczona metodą wartości chwilowych, 2 – Q_h , moc bierna wyznaczona metodą rozkładu na harmoniczne (na podstawie funkcji mocy), 3 – $Q_{x=90}$, moc bierna wyznaczona z funkcji mocy (odczytana z próbki $T/4$ przebiegu funkcji sinusowej), 4 – Q_k , korelacyjna moc bierna)

Fig. 7. Comparison of reactive powers, calculated by the described methods for example $\varphi=60^\circ$ (1 – Q_{ch} , reactive power calculated by the instantaneous values method, 2 – Q_h , reactive power calculated by the harmonic decomposition method (on the basis of power function), 3 – $Q_{x=90}$, reactive power calculated from power function (taken from $T/4$ sample of sine function), 4 – Q_k , correlative reactive power)



Rys. 8. Porównanie mocy pozornych wyznaczanych poszczególnymi metodami dla przypadku $\varphi=60^\circ$ (1 – S_{ch} , moc pozorna wyznaczona metodą wartości chwilowych, 2 – S_h , moc pozorna wyznaczona metodą rozkładu na harmoniczne (na podstawie funkcji mocy), 3 – S_k , korelacyjna moc pozorna)

Fig. 8. Comparison of apparent powers, calculated by the described methods for example $\varphi=60^\circ$ (1 – S_{ch} , apparent power calculated by the instantaneous values method, 2 – S_h , apparent power calculated by the harmonic decomposition method (on the basis of power function), 3 – S_k – correlative apparent power)

Jeżeli przebiegi napięcia oraz prądu są sinusoidalne moc czynna całkowita $P_{x=0}$ jest równa mocy czynnej korelacji (tab. 1). Wartości mocy czynnych wyznaczonych z funkcji kosinusowej i mocy wyznaczonych z wartości chwilowych są takie same (tab. 1, tab. 3). Gdy pojawia się przesunięcie $\varphi \neq 0$ moce czynne $P_{x=0}$ i P korelacji nadal są sobie równe (rys. 6). Podobnie też przedstawiają się wartości mocy bierniej $Q_{x=90}$ i Q korelacji (rys. 7). Jednakże te moce są takie same tylko pod względem wartości, a różnią się znakiem (moc wyznaczona według podejścia Hashada i Hartmana $Q_{x=90}$ jest ujemna). Obie moce P i Q odpowiadają też odpowiednim wartościom wyznaczonym z mocy chwilowej. Jedynie istnieje różnica w znaku mocy bierniej $Q_{x=90}$.

Po pojawieniu się trzeciej harmonicznej (tab. 2, przesunięcie 0°) moc czynna $P_{x=0}$ różni się od korelacyjnej mocy czynnej wartością, ale jest równa mocy czynnej wyznaczanej z wartości chwilowych (tab. 4). Moc czynna $P_{x=0}$ odpowiada sumie mocy harmonicznych $P_1+P_3(+P_5)$, a korelacyjna moc czynna sumie $P_1^2+P_3^2(+P_5^2)$ (tab. 5).

Po wprowadzeniu przesunięcia $\varphi=45^\circ$ oraz $\varphi=60^\circ$ pomiędzy przebiegami napięcia i prądu, z taką samą zawartością pierwszej

i trzeciej harmonicznej, jak poprzednio rozważano, zależność wartości mocy czynnych poszczególnych metod przedstawia się identycznie, jak dla wyżej opisanego przypadku przesunięcia 0° (tab. 2, tab. 4, tab. 5, rys. 6). Moc bierna $Q_{x=90}$ różni się od korelacyjnej mocy bierniej wartością i znakiem (tab. 2, rys. 7), a wobec mocy bierniej wyznaczonej z wartości chwilowych (tab. 4) tylko znakiem ($Q_{x=90}$ jest ujemna). Poza tym, z porównania mocy $Q_{x=90}$ i mocy Q wyznaczonej metodą wartości chwilowych wynika, że ta pierwsza wyznaczana jest z przesunięcia o $T/4$ całego przebiegu, czyli tylko składowej podstawowej, a nie poszczególnych harmonicznych. Przesunięcie innych harmonicznych nie odbywa się o $T/4$; przesuwane są one o inny kąt i to wprowadza błąd. A zatem, w przypadku, gdy są harmoniczne, nie można wyznaczyć mocy Q z $Q_{x=90}$, (potwierdza to też wprowadzenie piątej harmonicznej w napięciu i prądzie). Korelacyjna moc bierna odpowiada wówczas sumie: $Q_1^2+Q_3^2(+Q_5^2)$.

Jak już wspomniano, w tablicy 4 moc bierna Q wyznaczana jest z przesunięcia całego przebiegu, a nie poszczególnych harmonicznych, co jest podejściem błędnym. Z analizy mocy bierniej $Q_{x=90}$ według Hashada i Hartmana wynika, że zastosowanie przesunięcia $T/4$ odpowiednio do poszczególnych harmonicznych (tzn. odpowiedniego przeliczenia mocy $Q_{x=90}$), daje możliwość prostego i szybkiego wyznaczenia mocy bierniej z funkcji korelacji.

Z funkcji mocy wyznaczono też moc poszczególnych harmonicznych (zależność (13), pkt. 5 i 6). Zrealizowano wówczas sumowanie arytmetyczne mocy poszczególnych harmonicznych (według Budeanu) oraz geometryczne (moc korelacji) (tab. 6). Składowe moce bierniej wyznaczane w ten sposób mają wartości ujemne, w stosunku do składowych wyznaczanych według standardu IEEE 1459–2000.

Ze składowych mocy, wyznaczonych za pomocą korelacyjnych funkcji mocy (P , S), można wyznaczyć współczynnik mocy, który odpowiada składowej podstawowej według IEEE 1459–2000.

6. Podsumowanie

Napisane oprogramowanie pozwoliło na wykonanie porównania i oceny podejścia Hashada i Hartmana z obecnie obowiązującymi metodami zalecanymi przez standard IEEE 1459–2000. Porównanie i ocenę wykonano na podstawie symulowanych przebiegów napięć i prądów.

Wyznaczana z funkcji mocy korelacyjna moc czynna to geometryczna suma mocy harmonicznych. Analogicznie określana jest korelacyjna moc bierna i pozorna. Współczynnik mocy wyznaczony z funkcji mocy oraz według zaleceń IEEE 1459–2000 przyjmuje taką samą wartość. Z funkcji mocy można wyznaczyć moce poszczególnych harmonicznych według wyżej przywołanego standardu IEEE, przy czym tak wyznaczona moc bierna odpowiada mocy Budeanu.

Moc czynna $P_{x=0}$, to suma mocy poszczególnych harmonicznych, natomiast moc bierna $Q_{x=90}$, to moc, której wyznaczanie ma sens tylko wtedy, gdy nie ma w przebiegach prądu i napięcia składowych harmonicznych, co w warunkach rzeczywistych jest mało prawdopodobne. Poza tym moc bierna wyznaczona według podejścia Hashada i Hartmana ma znak przeciwny, do wartości mocy określanej według standardu IEEE, co wynika z przyjętego przez nich przesunięcia pomiędzy prądem a napięciem (powinno być $u(t-T/4)$).

Wyznaczenie mocy czynnej $P_{x=0}$ jest bardzo proste i polega ono na bezpośrednim odczycie z kosinusowej funkcji mocy. Wyznaczenie mocy bierniej $Q_{x=90}$ jest możliwe po uwzględnieniu zmiany znaku i przesunięcia napięcia względem prądu dla wszystkich składowych harmonicznych o $(-T/4)$ (odpowiednio do poszczególnych harmonicznych).

Zastosowanie cyfrowego przetwarzania sygnałów do wyznaczenia funkcji mocy nie powinno być obciążeniem dla dzisiejszych procesorów. Pewne wątpliwości autora niniejszego artykułu, związane ze złożonością procedury obliczeniowej, budzi wyznaczanie z funkcji mocy poszczególnych harmonicznych mocy (tj. z zależności (13), pkt 5 i 6).

Zaproponowane przez Hashada i Hartmana podejście wyznaczania mocy jest proste w implementacji w procesorze DSP przez wykorzystanie dwóch rejestrów kołowych. Dzięki takiemu rozwiązaniu, otrzymujemy łatwy i szybki sposób wyznaczania składowych mocy. Program „Funkcje” może z powodzeniem współpracować z dowolnymi systemami pomiarowymi (np. LabView). Po zaimplementowaniu programu do danego systemu pomiarowego, może on służyć do wyznaczania parametrów mocy w trybie on-line lub off-line.

Badania symulacyjne przeprowadzone były dla jednego napięcia i jednego prądu. Napisane oprogramowanie może być również wykorzystane do wyznaczania mocy w układach trójfazowych.

Kolejnym etapem prac autora będzie sprawdzenie wyników symulacji w pomiarach przebiegów rzeczywistych z wykorzystaniem procesora DSP i zbadanie innych właściwości funkcji korelacji w wyznaczaniu składowych mocy.

Praca była finansowana ze środków grantu uczelnianego nr BW/996/09.

7. Literatura

- [1] Hartman M. T., Hashad M.: A few remarks on the analysis of energy transfer through any periodic current and voltage waveforms. *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 11/2008, pp. 265 – 268.
- [2] Czarnecki L. S.: *Moce w obwodach elektrycznych z niesinusoidalnymi przebiegami prądów i napięć*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.
- [3] Hartman M. T., Hashad M.: The correlation functions of power as a new proposition to describe power states in circuits with periodical voltage and current waveforms. *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 11/2008, pp. 261 – 264.
- [4] Hartman M. T.: The integral method to calculate the power states in electrical circuits. 6th Int. Conference/Workshop on Compatibility and Power Electronics, IEEE, Badajoz, Spain, 2022 May 2009, pp. 180 – 185.
- [5] Barbaro P. V., Cataliotti A., Cosentino V., Nuccio S.: Behaviour of reactive energy meters in polluted power systems. XVIII IMEKO World Congress, Metrology for a Sustainable Development, Rio de Janeiro, Brazil, 1722 September 2006.
- [6] Cataliotti A.: Disturbing load identification in power systems: a single-point time-domain method based on IEEE 14592000. *IEEE Trans. on Instrum. and Meas.*, vol. 58, no. 5, May 2009, pp. 1436 – 1444.
- [7] Hashad M., Mindykowski J.: New algorithm for estimation of correctness of active and reactive power distribution among generating sets operating in parallel. *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 11/2008, pp. 285 – 289.
- [8] Erlan Balci M., Hakan Hocaoglu M.: Quantitative comparison of power decomposition. Elsevier B.V, *Electric Power System Research* 78 (2008), pp. 318 – 329.
- [9] Zieliński T. P.: *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Od teorii do zastosowań*. WKiŁ, Warszawa 2007.
- [10] IEEE Std 14592000: IEEE Trial-Use Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced or Unbalanced Conditions.
- [11] Staudt V., Fryze – Buchholz – Depenbrock: A time-domain power theory. *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 6/2008, pp. 1 – 11.
- [12] A. Krahel, Cz. Szczepaniak: Pomiar mocy biernej sieci energetycznej w dziedzinie czasu. *Prace Instytutu Elektrotechniki w Gdańsku*, Z. 222, 2005, pp. 53 – 67.
- [13] Lyons R. G.: *Wprowadzenie do cyfrowego przetwarzania sygnałów*. Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, Warszawa 2006.
- [14] Grębosz J.: *Symfonia C++ standard. Programowanie w języku C++ orientowane obiektowo. e2000*, Kraków 2006.
- [15] Liberty J.: *C++ dla każdego*. Helion, Gliwice 2002.

otrzymano / received: 30.09.2009

przyjęto do druku / accepted: 12.04.2010

artykuł recenzowany

INFORMACJE

Zapraszamy do prenumeraty czasopisma PAK w 2010 roku

Cena prenumeraty rocznej: 192,00 zł netto/1 egz.

Prenumeratę i kolportaż prowadzą:

WYDAWNICTWO POMIARY AUTOMATYKA KONTROLA

ul. Świętokrzyska 14A, pok. 530,
00-050 Warszawa,
tel./fax: 022 827 25 40

Redakcja czasopisma POMIARY AUTOMATYKA KONTROLA

ul. Akademicka 10, pok. 30b,
44-100 Gliwice,
tel./fax: 032 237 19 45,
e-mail: wydawnictwo@pak.info.pl,
www.pak.info.pl