

Dopiero przed niedawnym czasem zdarzyło mi się przekonać, że własności funkcji $R(w, s)$, przedstawione przez równania (2) i (3) (str. 2 tomu niniejszego), były już dawniej podane, a mianowicie twierdzenie:

$$R(w, s) = \frac{1}{s-1} - \frac{I'(w)}{I(w)} + A_1(s-1) + \dots$$

podał Hermann Kinkelin w rozprawie „Allgemeine Theorie der harmonischen Reihen mit Anwendung auf die Zahlentheorie“ (Programm der Gewerberschule, Basel 186 $\frac{1}{2}$); twierdzenie zaś, że w sąsiedztwie punktu $s=0$ jest:

$$R(w, s) = (\frac{1}{2} - w) + \log \frac{I(w)}{\sqrt{2}\pi} s + a_2 s^2 + \dots$$

znajduje się w rozprawie E. Schrödera „Eine Verallgemeinerung der Mac-Laurin'schen Summenformel nebst Beiträgen zur Kenntniss der Bernoulli'schen Function“ (Programm der Kantonschule, Zürich, 1867).

SPRAWOZDANIA Z PIŚMIENNICTWA POLSKIEGO

W DZIEDZINIE NAUK MATEMATYCZNO-FIZYCZNYCH.

ROK 1897.

I. MATEMATYKA.

1. **Bert Paweł.** *Pierwsze wiadomości z geometrii doświadczalnej w zastosowaniu do mierzenia odcinków, powierzchni i objętości.* Ze 141 drzeworytami w tekście, spolszczył S. Srebrny. Warszawa. Nakładem księgarni Teodora Paprockiego i S-ka, 1897, 16-ka, str. 125.

Lekcje „geometrii poglądowej“, wprowadzające młode umysły dziecięce w świat pojęć geometrycznych, głównie przy pomocy pomiarów i długości rozmaitych przedmiotów, figur płaskich, objętości brył i t. p. W końcu znajdują się dwa rozdziały: jeden o kreśleniu figur geometrycznych, drugi o zasadach mierzenia gruntów i zdejmowania planów. S. D.

2. **Böttcher Ł. E.** *Zasadnicze podstawy teorii iteracji.* Lwów 1897. Odbitka z Pamiętnika tow. politechn. we Lwowie, 8^o str. 8.

Autor zajmuje się naprzód najprostszymi własnościami iteracji, formułując je w postaci zasad, które wyjaśniają znaczenie elementarnych działań arytmetycznych nad „wykładnikami“ iteracji. Następnie zastanawia się nad znaczeniem wykładników zespolonych, mówi o przekształceniu iteracji, określa „logarytm iteracyjny“ i „funkcja iteracyjny“ i wreszcie wyprowadza pewne równanie różniczkowe cząstkowe, któremu czynią zadość funkcje iterowane. K. Ż.

3. **Danielewicz B.** *Sposób wyrównywania tablic śmiertelności,* według Cornille'a i L. Landre'a. Wiadomości matematyczne, t. I, str. 92—101.

We wzorze Makeham'a $w_x = p + qr^x$, wyrażającym prawdopodobieństwo roczne śmierci dla osoby x letniej, stałe p, q, r wyznaczają się w ten

sposób, aby wartości na w_x były możliwe przybliżone do wartości, otrzymanych z obserwacji. Prowadzi to do szeregu równań, z których przy pomocy metody najmniejszych kwadratów wyznacza się najodpowiedniejszą wartość poprawek $\Delta p, \Delta q, \Delta r$. W metodzie tu wyłożonej postępuje się odmiennie. Wziąwszy pod uwagę lata wieku od 20 do 80 i podstawiając we wzorze $w_x = p + qr^x$ otrzymane z obserwacji prawdopodobieństwa śmierci, będziemy mieli 60 równań:

$$v_{20} = p + qr^{20}, \dots, v_{79} = p + qr^{79}.$$

Dzieląc te równania na trzy równe grupy i oznaczając $w_{20} + \dots + w_{39} = A$, $w_{40} + \dots + w_{59} = B$, $w_{60} + \dots + w_{79} = C$, otrzymujemy na obliczenie ilości p, q, r trzy równania, a znalazłszy je i podstawiając w równanie $w_x = p + qr^x$ i obliczwszy z niego w_x dla x od 20 do 80, mieć będziemy wy równanie prawdopodobieństw śmierci.

S. D.

4. **Danielewicz B.** *Ubezpieczenie premij na przypadek niezdolności do pracy.* Wiadomości matematyczne, I, str. 170—174.

W tego rodzaju ubezpieczeniach na życie idzie o to, aby ubezpieczeni mogli korzystać z praw, zastrzeżonych przez polisę, nawet i wtedy, gdyby w skutek niezdolności do pracy nie byli w stanie opłacać w dalszym ciągu premij. Osiąga się to przez „ubezpieczenie premij na przypadek niezdolności do pracy“, t. j. przez nałożenie na ubezpieczonego obowiązku wnoszenia pewnych dodatkowych opłat przez czas, w którym do pracy jest zdolny. Autor podaje metodę obliczania takich premij dodatkowych, polegającą oczywiście na uwzględnieniu: 1) tablicy żyjących „w stanie czynnym, t. j. zdolnych do pracy; 2) tablicy śmiertelności niezdolnych do pracy, czyli inwalidów; 3) tablicy, wykazującej liczby osób, jakie w każdym wieku, z pośród danej liczby osób żyjących w stanie czynnym, stają się w ciągu roku niezdolnymi do pracy i żyją przy końcu tegoż roku. W końcu podane są wzory na opłatę jednorazową i opłatę roczną za ubezpieczenie na przypadek niezdolności do pracy jednostki premii rocznej ubezpieczenia głównego. Dla możności korzystania z tych wzorów potrzebne są odpowiednie dokładne tablice statystyczne, jaki dotąd ani statystyka ogólna, ani praktyka ubezpieczeniowa nie posiada.

S. D.

Dickstein S. Patrz: Dyck, Meyer, Mansion, Peano, Pascal.

5. **Dickstein S.** *O liczbach e i π .* Pamiętnik VII Zjazdu lekarzy i przyrodników polskich. Część przyrodnicza. Lwów 1897, str. 8—14.

Przedruk z „Kosmosu“ za r. 1895 (patrz „Prace mat.-fiz.“ t. VIII, str. 194—195).

6. **Faifofer A.**, prof. liceum Marco Foscarini. *Pierwsze początki geometrii*, przedkładał z włoskiego W. Kwietniewski. Z licznymi rysunkami w tekście. Warszawa. Nakładem Gebethnera i Wolffa, 1897, 8° mniej., str. 271.

Jest to książka, przeznaczona do wykładu „geometrii poglądowej“, odznaczająca się jasnością przedstawienia i doбором łatwych dowodów. Tłómacz poczynił w dodatku uzupełnienia i wprowadził zmiany w danych liczbowych wielu zagadnień w tym celu, aby otrzymywane wypadki były wymierne.

S. D.

7. **Feldblum M.** *O pewnej klasie powierzchni jednostronnych.* Wiadomości matematyczne t. I, str. 101—106.

Koło dowolnego promienia obraca się jednostajnie około osi, leżącej w jego płaszczyźnie; jednocześnie średnica koła, początkowo równoległa do osi obrotu, obraca się jednostajnie około środka koła, opisując kąt $(2k+1)\frac{\alpha}{2}$ w tym czasie, w którym koło opisuje kąt α około osi (k jest dowolną liczbą całkowitą lub zerem). Średnica ta, przedłużona w obie strony, opisuje w tym ruchu pewną powierzchnię prostoliniową, która jest jednostronną. Autor wyprowadza równania tej powierzchni.

S. D.

8. **Gosiewski W.** *Wyniód elementarny reguły najmniejszych kwadratów.* Pamiętnik VII Zjazdu lekarzy i przyrodników polskich. Część przyrodnicza. Lwów 1897, str. 15—17.

Przedruk z „Kosmosu“ za r. 1895 (patrz „Prace mat.-fizyczne“ t. VII str. 196).

9. **Hertz K.** Dr. *Najnowsze badania nad przestrzenią* Warszawa. Druk K. Kowalewskiego, 1896. 8° mniej., IV, 41.

Przedruk artykułu popularno-naukowego, ogłoszonego w roku 1884 w „Dodatku“ do „Przeglądu Tygodniowego“.

10. **Jamrógiewicz M.** *Geometria poglądowa dla niższych klas gimnazjalnych.* Wydanie 2-e. Lwów 1897, 8° str. 172.

11. **Lewicki W.** *Wstęp do teorii funkcji modułowych eliptycznych.* Prace mat.-fizyczne t. VIII, str. 5—44.

W części pierwszej tej pracy wyprowadza autor niektóre własności podstawień liniowych ułamkowych (jednej zmiennej) i grup takich podstawień. Idzie więc o podział podstawień na eliptyczne, paraboliczne i hyper-

boliczne, o podstawienia zasadnicze (rodzące) i obraz geometryczny, odpowiadający grupie.

Część druga pracy jest poświęcona niektórym ważniejszym własnościom funkcji, nie zmieniających się przy podstawieniach grupy. Jest tu więc mowa o niezmienniku bezwzględnym $I(\tau)$, o funkcjach pewnych wymiernych argumentu $I: \lambda(I), \mu(I)$ i o równaniu różniczkowym, któremu czyni zadość funkcja $\tau(I)$ (odwrotna do $I(\tau)$).

Zaznaczyć jednak należy, że to, co autor mówi o nieciągłości grupy ogólnej (część I § 4) nie jest dokładne; warunki, które autor podaje, nie są wystarczające.

S. K.

12. **Mansion P.** *Pierwsze zasady metageometrii czyli geometrii ogólnej*, przełożył S. Dickstein. Wiadomości matematyczne t. I, str. 1—23 i 88—91 i w oddzielnej odbitce, Warszawa 1897, 8° str. 33.

Treść: I. Wstęp. II. Zarys historyczny. III. Definicje i cztery postulaty. IV. Postulaty piąty i szósty. Trzy geometrie. V. Dwadzieścia sześć twierdzeń elementarnych, wspólnych trzem geometriom. VI. Twierdzenia wspólne geometrii Euklidesowej i geometrii Łobaczewskiego. VII. Twierdzenia charakterystyczne geometrii Euklidesowej i geometrii Łobaczewskiego. VIII. Twierdzenia charakterystyczne geometrii Riemannowskiej. IX. Streszczenie. Istota postulatów 5-go i 6-go. X. Zarys głównych twierdzeń metageometrii. Niemożność udowodnienia postulatów. XI. Geometria fizyczna. XII. Metageometria i kantyzm. Dodatek: Geometria, jako fizyka matematyczna odległości.

13. **Mertens Fr.** *O sumach Gaussa*. Prace matem.-fiz. t. VIII, str. 1—4.

Z określenia:

$$S = \sum_{i=0}^{n-1} e^{2\pi i i^2/n}$$

wynika:

$$S = i^{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2} R,$$

gdzie

$$R^2 = n.$$

Autorowi idzie o oznaczenie znaku wielkości R . W tym celu zręcznym sposobem wyprowadza związki:

$$R = \sum_0^{4n-1} \cos 8 s^2 \omega = \sum_1^{4n-1} \sin 8 s^2 \omega, \quad \omega = \frac{\pi}{64n},$$

przy pomocy których już łatwo dochodzi do rozwinięcia wyrażenia $(\cos 2\omega + \sin 2\omega) R$ na sumę wyrazów dodatnich. Jest więc $R = +\sqrt{n}$. S. K.

14. **Meyer Fr.** *O stanie obecnym teorii niezmienników*, napisał Przełożył za upoważnieniem autora S. Dickstein. Prace mat.-fiz. VIII, str. 139—177.

Ciąg dalszy przekładu, obejmujący: Część II. Pokrewieństwo form. A. Pytania, odnoszące się do skończoności. a) Wiadomości ogólne o obszarach całkowitości. Najważniejsze dowody skończoności. b) Szczegóły o układach zupełnych. c) Układy stowarzyszone i przedstawienie typowe. d) Syzygie. e) Kierunek liczący. Funkcja tworząca. Wyznaczenie przybliżone i dokładne liczb form zasadniczych, syzygij, perpetuantów i utworów liniowo-niezależnych.

15. **Pascal E.** *Rachunek nieskończonościowy*, przełożył S. Dickstein. Część III. Rachunek wariacyjny i rachunek różnic skończonych. Warszawa. Wydawnictwo „Prac matematyczno-fizycznych“, 1897, 8°, str. X 247.

Wykład treściwy zasad rachunku wariacyjnego z uwagami krytyczno-historycznymi i bibliografią przedmiotu (str. 1—156); treściwy wykład zasad rachunku prostego i odwrotnego różnic skończonych wraz ze wskazówkami historycznymi i bibliograficznymi.

S. D.

16. **Peano G.** *Zarys rachunku geometrycznego*. Przełożył za upoważnieniem autora S. Dickstein. Warszawa. Wydawnictwo Redakcji „Prac matematyczno-fizycznych“ 1897, 8°, str. 32.

Zwięzły wykład definicji i zasadniczych własności utworów, na których operuje rachunek geometryczny. Czworosciany. Formy geometryczne; działania na formach; niektóre formy stopnia 2-go i 3-go; współrzędne; zastosowanie do geometrii analityczno-rzutowej; iloczynny wsteczny; działanie α ; działanie skąnikowe na wektorach i dwuwektorach; zastosowanie do geometrii kartezjuszowskiej; geometria nieskończonościowa.

17. **Puzyna J.** *Do teorii szeregów*. Rozpr. Akad. Um. w Krakowie, t. XXXI, str. 270—289.

W rozprawie tej zastanawia się autor nad zachowaniem się szeregów potęgowych $\Psi(x)$ na kole zbieżności. Szeregi te mogą przedstawiać rozmaite własności: bezwarunkową zbieżność, albo warunkową, albo wahającą zbieżność, albo rozbieżność, albo nareszcie nieprzydatność, którą autor szczególnie się zajmuje. Własność tę tak charakteryzuje: gdy a' jest punktem na obwodzie koła zbieżności i $\Psi(a') = P + iQ$, to albo wyrazy szeregu P , albo szeregu Q , albo obu szeregów stają się $\pm\infty$ tak, iż $\Psi(a')$ jest nieoznaczone. Określając wartość szeregu w punkcie a' (nieosobliwym) przez szereg, którego koło zbieżności ma środek na polu koła zb. sz. $\Psi(x)$, i obejmuje punkt a' , dochodzi autor do twierdzenia, że „każdy punkt a' na kole zb. szer. $\Psi(x)$ taki,

¹⁾ W referacie tym objęto i treść drugiej części rozprawy, ogłoszonej w t. IX „Prac mat.-fiz.” w r. 1898.

gdzie:

$$(5) \quad (s, t) = \frac{\partial X_s}{\partial x_t} - \frac{\partial X_t}{\partial x_s},$$

a czynnik wspólny współczynników Y_i jest:

$$(6) \quad \mu = e^{-\int \Delta dy}.$$

W równaniach (4) możemy dowolnie wybrać jedną z wielkości Y_1 i λ , określić drugą, a następnie przekształcenie (3) otrzymać przez całkowanie układu p równań różniczkowych zwyczajnych.

Ważną rolę odgrywają tu wyznaczniki:

$$(7) \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 0, & X_1, & X_2, & \dots, & X_p \\ -X_1, & (1, 1), & (2, 1), & \dots, & (p, 1) \\ -X_2, & (1, 2), & (2, 2), & \dots, & (p, 2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -X_p, & (1, p), & (2, p), & \dots, & (p, p) \end{vmatrix}$$

$$(8) \quad \Delta = \begin{vmatrix} (1, 1), & (2, 1), & \dots, & (p, 1) \\ (1, 2), & (2, 2), & \dots, & (p, 2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (1, p), & (2, p), & \dots, & (p, p) \end{vmatrix}$$

Jeżeli chodzi o właściwe przekształcenie Pfaffa, to $Y_1 = 0$. Aby takie przekształcenie było możliwe, koniecznym i dostatecznym warunkiem jest równość $\Delta_1 = 0$. Autor rozważa tu różne przypadki zależne od tego, czy p ostatnich równań układu (4) wystarczają, czy też nie wystarczają do określenia przekształcenia (3). Dyskusja ta opiera się na własnościach minorów wyznacznika Δ_1 .

W końcu § 1 znajduje się dowód, że równania (4) nie zmieniają się, jeżeli w nich zmienne x_i zastąpimy przez jakiegokolwiek inne zmienne z_k .

W § 2 autor zajmuje się przypadkiem, gdy jeden z wyznaczników Δ_1 i Δ równa się zeru. Mamy tu dwie możliwości:

$$1) \quad p = 2n, \Delta_1 = 0, \Delta \neq 0; \quad 2) \quad p = 2n + 1, \Delta_1 \neq 0, \Delta = 0.$$

W pierwszym z tych przypadków można przeprowadzić redukcję do postaci:

$$(9) \quad \mu (Y_2 dy_2 + \dots + Y_{2n} dy_{2n}),$$

w drugim zaś do postaci:

$$(10) \quad dy_1 + Y_2 dy_2 + \dots + Y_{2n+1} dy_{2n+1},$$

a w obu tych przypadkach współczynniki Y_i nie zależą od y_1 .

W § 3 autor udawadnia, że dla wyrażenia o nieparzystej liczbie zmiennych:

$$(11) \quad Y_2 dy_2 + \dots + Y_{2n} dy_{2n}$$

ze wzoru (9) odpowiednie $\Delta_1 \neq 0$ i $\Delta = 0$, a dla wyrażenia o parzystej liczbie zmiennych:

$$(12) \quad Y_1 dy_1 + \dots + Y_{2n+1} dy_{2n+1}$$

ze wzoru (10) odpowiednie $\Delta_1 = 0$ i $\Delta \neq 0$. Pewne zatem własności form pierwotnych wywołują wręcz przeciwne własności form przekształconych.

Na podstawie tych twierdzeń, przez kolejne stosowanie odpowiednich przekształceń, przeprowadza autor w § 4 redukcję form przypadku (1) do postaci najprostszej:

$$(13) \quad X^{(1)} dx^{(1)} + X^{(2)} dx^{(2)} + \dots + X^{(n)} dx^{(n)},$$

gdzie wszystkie zmienne $x^{(i)}$ i $X^{(k)}$ są od siebie niezależne, a form przypadku 2) do postaci kanonicznej:

$$(14) \quad dx^{(1)} + X^{(2)} dx^{(2)} + \dots + X^{(n+1)} dx^{(n+1)},$$

gdzie znów wszystkie zmienne $x^{(i)}$ i $X^{(k)}$ są od siebie niezależne. Redukcję tę wykonywa autor dwoma sposobami.

Treść § 5 jest przypadkiem $\Delta_1 = 0$; $\Delta = 0$ i otrzymują się tu rezultaty następujące:

Jeżeli wyznaczniki Δ i Δ_1 są równe zeru i najwyższy stopień ich minorów nierównych zeru jest jednakowy i równy $2k$, to zawsze można wyrażenie (1) przekształcić na wyrażenie:

$$(15) \quad Z_1 dz_1 + Z_2 dz_2 + \dots + Z_{2k} dz_{2k},$$

w którym współczynniki Z_i zależą tylko od $2k$ zmiennych z_i i którego Δ nie równa się zeru.

Jeżeli zaś wyznaczniki Δ i Δ_1 są równe zeru, a najwyższy stopień ich minorów nierównych zeru jest odpowiednio $2k$ i $2k+2$, to można wykonać sprowadzenie do postaci:

$$(16) \quad Z_1 dz_1 + Z_2 dz_2 + \dots + Z_{2k+1} dz_{2k+1},$$

gdzie współczynniki Z_i zależą tylko od $2k+1$ zmiennych z_i i mamy dla tej postaci zredukowanej $\Delta_1 \neq 0$.

W pierwszym z tych przypadków można, na mocy poprzedniego §, doprowadzić wyrażenie do kanonicznego kształtu:

$$(17) \quad X^{(1)} dx^{(1)} + \dots + X^{(k)} dx^{(k)},$$

a w drugim do kanonicznego kształtu:

$$(18) \quad \dot{dx}^{(1)} + X^{(2)} dx^{(2)} + \dots + X^{(k+1)} dx^{(k+1)},$$

zatem w tych przypadkach otrzymuje się kształty kanoniczne o tyle prostsze, o ile mniejsze jest k .

Wreszcie § 6 zawiera dowód twierdzenia:

„Jeżeli dane wyrażenie różniczkowe o p zmiennych niezależnych daje się sprowadzić do postaci kanonicznej parzystej o $2k$ ($\leq p$) zmiennych niezależnych, to najwyższy stopień nierównych zeru minorów wyznaczników Δ i Δ_1 danego wyrażenia jest jednakowy i równy $2k$ ($\leq p$). Jeżeli zaś dane wyrażenie różniczkowe daje się sprowadzić do postaci kanonicznej nieparzystej o $2k+1$ ($\leq p$) zmiennych niezależnych, najwyższy stopień nierównych zeru minorów wyznaczników Δ i Δ_1 danego wyrażenia jest niejednakowy i równy odpowiednio $2k$ i $2k+2$ ($\leq p+1$)“.

Stąd wynika, że jakkolwiek mogą być dla danego wyrażenia Pfaffa różne układy zmiennych kanonicznych, to jednak liczba tych zmiennych jest zawsze ta sama.

Praca kończy się określeniem liczby warunków koniecznych i dostatecznych dla istnienia kanonicznej postaci parzystej o $2k$ zmiennych i liczby warunków kanonicznej postaci nieparzystej o $2k+1$ zmiennych. K. Ż.

21. **Zaturski J.** O pewnym sposobie przedstawienia wspólnych miejsc zerowych dwóch równań algebraicznych. Prace mat.-fiz. t. VIII, str. 129—138.

Okazawszy znanym sposobem, przy pomocy wyznaczników, że rógownik dwu równań

$$f(x, y) = 0, \quad g(x, y) = 0,$$

stopni m i n jest stopnia mn -tego, zastanawia się autor dłużej nad wspólnymi rozwiązaniami nieskończenie wielkimi tych równań; w tym celu wprowadza nowe zmienne $x = \varrho t_1$, $y = \varrho t_2$ i rozważa równanie na ϱ . S. K.

22. **Zaremba S.** O mierzeniu wielkości i o pojęciach z niem związanych. Wiadomości matematyczne t. I, str. 58—67.

Próba ściślejszego wykładu elementarnego teorii liczb niewymiernych dla potrzeb szkolnych. Liczbą ułamkową nazywa autor symbol utworzony przez dwie liczby całkowite, napisane jedna nad drugą, i mówi, że wielkość (długość) a mierzy się w jednostkach u przez liczbę ułamkową $\frac{m}{p}$, gdy a i u mają miarę wspólną, która zawiera się m razy w długości a , p razy w długości u . Na tych definicjach opiera się teoria działań na liczbach ułamkowych. Liczby niewymierne wprowadza przy pomocy metody, która co do swej istoty nie różni się od metody Dedekinda. Na pojęciu stosunku i przykładzie geometrycznym wyjaśnia autor swoją metodę, która w rzeczy samej odznacza się prostotą i może być, zdaniem naszym, z pożytkiem w szkole stosowana. S. D.

II MECHANIKA.

23. **Gosiewski Wł.** *O atrakcji.* Część wstępna. Prace matemat.-fizyczne, tom VIII, str. 178—191.

Rozprawa, której mamy tu część pierwszą, jest poświęcona pewnej próbie uogólnienia Newtonowskiego pojęcia atrakcji. Uważamy nieskończony ciągły ośrodek i w nim pewną objętość $\tilde{\omega}$, ograniczoną przez powierzchnię σ . Tworzymy przedewszystkiem skalar:

$$(1) \quad J = \int_{\sigma} d\sigma \left(l \frac{du}{dt} + m \frac{dv}{dt} + n \frac{dw}{dt} \right),$$

gdzie u, v, w są składowe prędkości w miejscu (x, y, z) , zaś l, m, n oznaczają dostawy kierunkowe normalnej zewnętrznej do elementu $d\sigma$. Dalej tworzymy wektor (P, Q, R) , gdzie

$$(2) \quad P = \int_{\sigma} d\sigma \left(n \frac{dv}{dt} - m \frac{dw}{dt} \right) \quad \text{i t. d.}$$

Skalar J jest siłą, dążącą do zmiany objętości $\tilde{\omega}$, wektor (P, Q, R) jest momentem, dążącym do zmiany postaci tej objętości. Zakładamy że:

$$(3) \quad J < 0; \quad \frac{dJ}{dt} = 0; \quad \frac{d(P, Q, R)}{dt} = 0.$$

Stosując te pojęcia do objętości nieskończenie małej, widzimy, że można rozumieć J oraz P, Q, R jako (pomnożone przez $dx dy dz$) laplasyany pewnych funkcji F , oraz a, b, c , spełniających pewne z (3) wynikające warunki. Przypuśćmy teraz, że w chwili $t=t_0$ mamy w całej przestrzeni:

$$(4) \quad (\Delta^2 F)_0 = 0; \quad (\Delta^2 a)_0 = 0; \quad (\Delta^2 b)_0 = 0; \quad (\Delta^2 c)_0 = 0,$$

z wyjątkiem pewnej liczby objętości skończonych i ($i=1, 2, \dots, n$), w których $(\Delta^2 F)_0 < 0$, inne zaś początkowe wartości laplasyanów są wogóle różne od zera. Wówczas znajdziemy (dla chwili dowolnej t) wartości tychże laplasyanów równe zeru w całej w ogóle przestrzeni, z wyjątkiem objętości wyłączonych i , gdzie $\Delta^2 F_i < 0$, inne zaś laplasyany są w ogóle różne od zera. Mamy zatem jak gdyby równania Laplace'a lub Poissona, skąd

$$(5) \quad F = - \frac{1}{4\pi} \sum_i \iiint \frac{\Delta^2 F_i dx'_i dy'_i dz'_i}{r_i},$$

gdzie $r_i^3 = (x-x'_i)^2 + (y-y'_i)^2 + (z-z'_i)^2$, znak zaś $\Delta^2 F_i$ oznacza $\Delta^2 F$, gdzie za (x, y, z) podstawiono x'_i, y'_i, z'_i , współrzędne punktu pomocniczego. Zupełnie podobnie wyliczymy a, b, c . Tym sposobem w obrębie objętości i mamy, po pierwsze, jak gdyby zwykłą masę „skalarną” (np. grawitacyjną lub elektrostatyczną) o gęstości:

$$(6) \quad \rho_i = - \frac{\Delta^2 F}{4\pi},$$

ale nadto, powtóre, układ ciągły nici i w sobie zamkniętych i nie wykraczających po za objętość i , których osiami są krzywe:

$$(7) \quad \frac{dx_i}{\Delta^2 a_i} = \frac{dy_i}{\Delta^2 b_i} = \frac{dz_i}{\Delta^2 c_i}.$$

Iloczyn przecięcia poprzecznego nici przez wektor (a_i, β_i, γ_i) , gdzie $a_i = - \Delta^2 a_i / 4\pi$ i t. d., jest „gęstością wektorową” tych nici. Równania ruchu w punkcie, należącym do objętości i , brzmią:

$$(8) \quad \frac{du_i}{dt} = \frac{\partial F_i}{\partial x_i} + \frac{\partial c_i}{\partial z_i} - \frac{\partial b_i}{\partial z_i} \quad \text{i t. d.}$$

skąd wynika, że w razie spełniania się pewnych warunków, prawo ruchu środków ciężkości objętości wyłączonych *i* może zbliżać się dowolnie do prawa Newtona.

Wł. N.

24. *Thullie M.* *Podręcznik statyki budowlanej.* Wydanie 2-gie, zes. 1, Lwów 1897, 8°, str. 80.

Patrz „Prace matemat.-fizyczne“ t. III, 1892, str. 215—216.

III. ASTRONOMIA, FIZYKA i CHEMIA TEORETYCZNA.

25. *Bandrowski E.* *O świeceniu podczas krystalizacji.* Rozprawy Wydz. mat.-przyr. Akademii Umiejętności, t. XXXI, str. 1—10.

Praca ta jest pierwszą częścią rozprawy, której streszczenie podaliśmy w „Pracach mat.-fiz.“ t. IX, str. 252. Autor zajmuje się w niej zbadaniem zjawiska, zauważonego przez H. Rosego przed laty 60-iu, że bezwodnik kwasu arsenawego, krystalizujący przez oziębienie z roztworu w kwasie solnym, oraz siarkan potasowo-sodowy $2K_2SO_4 \cdot Na_2SO_4$ z własnego roztworu wodnego, świecą. Rose, celem wytłómaczenia zjawiska, postawił hipotezę, że świecenie takie towarzyszy przejściu ciała badanego ze stanu szklistego, bezpostaciowego, w stan krystaliczny; prof. Bandrowski natomiast wykazuje, że tak nie jest, i że doświadczenia Rosego są przez niego tłómaczone w sposób naciągany, celem uzyskania zgodności z hipotezą. Badając warunki, wśród których świecenie występuje, doszedł autor do wniosku, że bezwodnik arsenawy świeci wtedy najlepiej, gdy stosunek ilości tego ciała do ilości kwasu solnego w roztworze odpowiada wzorowi chlorku arsenawego; przy zmianie tego stosunku w jednym lub drugim kierunku, świecenie stopniowo się zmniejsza i w końcu ustaje; stąd wynika, że świecenie towarzyszy hydrolizie chlorku arsenawego. Również i siarkan potasowo-sodowy świeci tylko w ściśle określonych warunkach, mianowicie, gdy skład ciała w roztworze jest taki sam, jak z osadu krystalicznego, t. j. $2K_2SO_4 \cdot Na_2SO_4$, gdyż taki jest wzór chemiczny kryształów; nie jest to, zaś, jak to Rose twierdził, czysty siarkan potasowy. Autor nie wypowiada, jak to Rose twierdził, czysty siarkan potasowy. Autor nie wypowiada, lecz skłania się do przypisywania tego objawu raczej przemianie energii chemicznej, niż krystalizacji, a to z powodu, że ani siarkan sodowy ani potasowy nie świecą przy krystalizowaniu. W końcu podaje różnice zewnętrzne przy świeceniu arszeniku i siarkanu sodowo-potasowego, a soli NaCl, KCl i KBr, gdyż te świecą fosforycznie w całej masie roztworu, a pierwsze wydają silne iskry, którym towarzyszy charakterystyczny trzask, podobny do trzasku iskry elektrycznej.

T. E.

26. **Biernacki W.** *Nachylenie magnetyczne w czasach starożytnych.* Wszechświat t. XVI, 1897, str. 65—67.

Sprawozdanie z badań Folghera i tera nad kierunkiem trwałego namagnesowania starożytnych waz etruskich. Przedmioty gliniane zachowują trwale namagnesowanie, nabyte podczas wypalania pod wpływem magnetyzmu ziemskiego. Z pomiarów tych wypada z pewnem prawdopodobieństwem wniosek, że około VI wieku przed Chr. kierunek pola magnetycznego ziemi w Italii środkowej był prawie poziomy. A. H.

27. **Biliński Stan. A.** *Siła, zrównoważona ciśnieniem, wykonuje „pracę statyczną” i jest formą energii kinetycznej. Istota siły ciężkości. Siła jest niezniszczalną.* Napisał Stanisławów, 1897, 8-ka, str. 14.

Luźne myśli, po części oparte na nieporozumieniach, pozbawione wszelkiego uzasadnienia i ścisłości.

28. **Bruner L.** *O cieple topliwości niektórych związków organicznych.* Pamiętnik VII Zjazdu lekarzy i przyrodników polskich. Część przyrodnicza, Lwów 1897, str. 43—44.

Przedruk z „Kosmosu” za r. 1895 (patrz „Prace mat.-fiz.” t. VII, str. 217—218).

29. **Bruner L.** *Elektrochemia ciał organicznych.* Kosmos, 1897, zesz. VI—X, str. 290—296.

Przedstawiwszy, jak niezmiernie ważną dla przemysłu jest elektrochemia związków nieorganicznych (galwanoplastyka, otrzymywanie metali, jak magn., glin, chrom i inne, oraz różnych związków węgla, jak np. węgiel wapniowy), przechodzi autor do chemii organicznej, która jednakże nie może się poszczycić tak ważnymi zdobyczami. Przy elektrolizie związków organicznych, czy to czystych, czy też z dodatkiem ciała jakiegoś nieorganicznego, zachodzą zwyczajnie trzy ewentualności: następuje utlenienie, odtlenienie albo podstawienie. Utlenienie następuje przy anodzie, gdyż tam wydziela się tlen w czasie elektrolizy; odtlenienie przy katodzie, gdzie się wydziela wodór; przy zastosowaniu prądów przemiennych następuje kolejno odtlenienie i utlenienie, co powoduje ostatecznie odwodnienie. Wreszcie, wobec kwasów chlorowcowodorowych i takichże soli może nastąpić podstawienie wodoru przez chlorowec, przyczem reakcja często bardzo się komplikuje. Wreszcie, jeżeli samo ciało organiczne jest elektrolitem (kwasem lub solą),

reakcja przebiega w ten sposób, że rodnie, wydzielające się przy anodzie, mogą się między sobą łączyć, np. przy elektrolizie kwasu pruskiego powstaje sin; lecz i w tym przypadku zachodzą bardzo często reakcje wtórne tak, że otrzymujemy nie jeden lecz kilka produktów elektrolizy. P. Bruner podaje kilka schematów, według których takie reakcje wtórne zwykle przebiegają. Wreszcie zaznacza, że elektrochemia ciał organicznych stawia dopiero pierwsze kroki: że tedy wprowadzenie nie wiele dotąd pytań rozstrzygnęła, ale ma jeszcze przed sobą niezmiernie pole zastosowań praktycznych, przemysłowych: do teorii prawdopodobnie niewiele będzie mogła dorzucić. T. E.

30. **Bruner L.** *Fizyczne podstawy malarstwa.* Wszechświat, tom XVI, str. 785—788 i 807—812.

W dwóch rozdziałach: 1) „Wypukłość obrazu” i 2) „Jasność obrazu” autor roztrząsa fizyczne zasady, od których wrażenie dzieła sztuki plastycznej (nie całkowicie wprowadzie, lecz) w znacznej mierze zawisło. Artykuł zawiera wiele uwag trafnych i interesujących; streszczanie ich jednak w tem miejscu zaprowadziłoby nas za daleko. Wł. N.

31. **Brzeziński M.** *O zaćmieniach słońca i księżyca.* Warszawa 1897, nakład M. A. Wizbeka, 8^o, str. 38.

Książeczka popularna.

32. **Elbs. K.** *Akumulatory.* Przystępny wykład działania, użycia i obchodzenia się z nimi, przełożył z upoważnienia autora z drugiego wydania niemieckiego i uzupełnił K. Służewski. Łódź, 1897, 8^o, str. 5+VI+69.

Uzupełnienia tłómacza dotyczą wyjaśnienia pewnych terminów oraz opisu urządzenia małej stacyi elektrycznej z baterią akumulatorów i kosztem instalacyi światła elektrycznego.

33. **Ernst M.** *Astronomia gwiazd statych*, napisał dr. filozofii, Warszawa, nakładem Redakcyi „Prac matematyczno-fizycznych” 1897, 8^o, str. 351.

W książce niniejszej założył sobie autor „ułatwienie miłośnikom nauki o niebie poznania rezultatów badań nad ciałami niebieskimi, leżącymi po za granicami układu słonecznego”. W 17 rozdziałach wyklada kolejno następujące przedmioty: „Wiadomości z optyki, nowe metody. Sklepienie niebieskie, wpływy atmosferyczne. Spółrzedne astronomiczne, pozorne peryodyczne

ruchy gwiazd. Ugrupowanie gwiazd, katalogi. Fotometria gwiazd. Odległość gwiazd podwójnych i wielokrotnych. Gromady gwiazd. Ruchy własne gwiazd. Bieg słońca w przestrzeni. Układy gwiazd, mgławice. Badania widmowe gwiazd stałych. Barwa gwiazd. Gwiazdy zmienne. Gwiazdy nowe. Temperatura, jasność rzeczywiście i rozmiary gwiazd. Meteory. Przestrzeń, budowa wszechświata. W końcu podano spis alfabetyczny nazwisk i przedmiotów, zawartych w treści książki.

34. **Ernst M.** *O przebiegu zaćmienia słonecznego w wyższych warstwach atmosfery.* Prace mat.-fiz. t. VIII, str. 44—60.

Zaćmienie słońca w warstwach atmosfery, rozmaicie od powierzchni ziemi odległych, następuje niejednocześnie. Zależnie od położenia i kierunku ruchu stożka cienia pewna faza zaćmienia w pewnej pionowej odległości od ziemi zachodzi nieco później lub wcześniej, aniżeli ta sama faza na samej ziemi. Zjawiska, zachodzące w wyższych warstwach atmosfery podczas zaćmienia słonecznego dotąd mało badano i dlatego autor zajął się rozwiązaniem pewnych kwestyj rachunkowych, które mogą nastręczyć się przy podobnych badaniach, a mianowicie: 1) dla danego punktu ziemi, z uwzględnieniem elementów danego zaćmienia, wyznaczyć różnicę pomiędzy czasem, w którym jakakolwiek faza zaćmienia widzialna jest na powierzchni ziemi, a czasem, gdy taż faza widzialna jest w danej wysokości nad powierzchnią; 2) dla danego punktu ziemi, leżącego w pasie całkowitości, wyznaczyć wysokość, w której całkowite zaćmienie przestaje być widzialnem.

Co do zadania 1-go, to autor wyprowadza najprzód wzór na różnicę Δt pomiędzy czasem największej fazy zaćmienia na powierzchni ziemi i tejże fazy w wysokości g' nad powierzchnią i podaje wzór przybliżony, którym jest wyraz pewnego szeregu, postępującego według potęg ilości g' ; inny wzór przybliżony wyprowadza dla początku i końca całkowitości. Wzór na rozwiązanie zadania 2-go otrzymuje przy pomocy wzoru na Δt .

Dodajmy, że wzory te zastosował autor do obrachowania warunków zaćmienia słonecznego 8—9 sierpnia 1896 r.

S. D.

35. **Ernst M.** *O ruchach księżyca II.* Wszechświat t. XVI, str. 89—93.

Dokończenie artykułu, rozpoczętego w poprzednim roczniku „Wszechświata“ (patrz „Prace mat.-fiz.“ t. IX, str. 259). Opisuje tu autor ruch nieperiodyczny linii absydów i wyklada jego wyjaśnienie; mówi następnie o zmianach periodycznych pochyłości drogi księżyca i długości węzłów, wreszcie o dawniejszych i nowych badaniach, dotyczących równania wiekowego.

36. **Ernst M.** *Zmiana położenia biegunów ziemskich.* Wszechświat, t. XVI, str. 385—390 i 408—411.

Dane historyczne i teoretyczne, dotyczące pytania o wahaniach położenia biegunów na powierzchni ziemi; materiał obserwacyjny pierwszych prac Nyréna, Küstnera i Balla. współdziałanie obserwatoriów astronomicznych w celu stwierdzenia zmian szerokości; rezultaty; rozważania nad przyczynami tego zjawiska.

37. **E. T.** *Cieężar atomowy tlenu.* Wszechświat, t. XVI, str. 38—42.

Sprawozdanie z badań Morley'a i Thomsena.

38. **Janieson A.** *Zasady magnetyzmu i elektryczności,* wyłożone dla uczniów elektrotechniki, przez, uzupełnione następnie przez Dr. I. Kollerta przełożył z uwzględnieniem 3-go wydania angielskiego St. Stetkiewicz. W dwóch tomach. Tom I, 16-ka, str. 351. Tom II str. 492. Warszawa nakładem Hipolita Wawelberga (Biblioteka przemysłowa) 1897.

39. **Kramsztyk St.** *Ostatni z nieważników. Eter i jego znaczenie w fizyce dzisiejszej.* Warszawa, 1897, druk Kowalewskiego, 16-ka, str. 79.

Autor przebiega pokrótce historię dawnych hipotez o „płynach nieważkich“; opowiada zajmująco i jasno walkę teorii emisyjnej z undulacyjną, mówi o długości fal i t. d. w znanych promieniowaniach, o rzekomym „opozrze“ eteru w ruchu ciał niebieskich, o gęstości eteru, o jego sprężystości, istocie, budowie. W drugiej części pracy, po odpowiednim wstępie popularnym, zwraca się ku fałom Hertza, ku teorii Maxwella, promieniom katodowym i Röntgenowskim. Wzmianką o teorii pierścieni wirowych atomów, kończy się niniejsza doskonała książeczka; tytuł, jak się obawiamy, przez zawarte w nim zestawienie pojęć, nasunie czytelnikowi wyobrażenia o eterze zgoła fałszywe, które sama treść książeczki obali i rozproszy. Wl. N.

40. **Kramsztyk St.** *Teoria promieni Röntgena.* Wszechświat XVI, str. 84—88.

Zestawienie poglądów różnych badaczy na istotę nowego zjawiska, po części na podstawie artykułu Poincarégo z „Annuaire du Bureau des longitudes“.

41. **K. W.** *O powstawaniu climur.* Według odczytu prof. v. Bezolda, dyrektora Instytutu meteorologicznego w Berlinie. Wszechświat, t. XVI, str. 4—8, 20—24.

42. **Lewicki Wł.** *Elektromagnetyczna teoria światła*. Sprawozdanie Dyrektora c. k. w. gimnazjum w Tarnopolu za rok szk. 1897. Tarnopol, 1897, str. 3—54.

W części pierwszej autor streszcza zasady i objaśnienia główniejsze pojęć elektrycznych teorii *Maxwella*. W części drugiej, idąc za biegiem myśli *Maxwella* („*Treatise on Electricity and Magnetism*”), autor wyprowadza, z równań pola, prawa rozchodzenia się fal, najprzód w przypadku ośrodków izotropowych, pozbawionych dyspersji i nie poruszających się. Tu podaje zwykłe ilustracje (fala płaska, prędkość rozchodzenia się, zestawienie z prędkością światła; związek stałej dielektrycznej ze współczynnikiem załamania—przedstawiony po staroświecku). Dalej roztrząsa pokrótce: zjawisko odbicia się i załamania na granicy dwóch ośrodków; rozchodzenie się fal w ośrodkach anizotropowych [niepodobna bynajmniej zgodzić się na to, co powiedziano w dolnej połowie str. 48]; rozchodzenie się fal w ciałach nawpółprzewodzących; dyfuzję zaburzeń w przewodnikach.

Jako streszczenie punktów wytycznych genialnej teorii, wyłożonej w dziele genialnym, praca niniejsza może być nadzwyczaj pożyteczna. Pragnęlibyśmy przeto, ażeby autor ogłosił ciąg dalszy, poświęcony licznym i ważnym pracom i odkryciom, jakich dokonano w teorii elektrycznej światła od czasów *Maxwella*,
Wł. N.

42. **Natanson Wł.** *O niektórych nowszych w termodynamice postępach*. Wiadomości matematyczne, t. I, str. 27—28.

Kilka wiadomości o pracach *Duhema*, dotyczących się t. zw. „równowag fałszywych” (*faux équilibres*).
S. D.

44. **Olszewski K.** *Próba skroplenia helu* (helium). Rozprawy Wydz. matem.-przyr. Akademii Umiejętności, t. XXX, str. 262—269.

Odkrywcą helu, *Ramsay*, przysłał prof. *Olszewskiemu* około 140 cm.³ helu, z którym tenże robił doświadczenia, celem skroplenia go. Hel był zamknięty w naczyniu szklanym aparatu *Caillieteta* i był poddawany wysokiemu ciśnieniu, dochodzącemu do 125 atm. w pierwszej seryi doświadczeń, a do 140 atm. w drugiej, przy równoczesnem oziębieniu, i to w pierwszej seryi za pomocą ciekłego tlenu do temp. —210°, w drugiej zaś, wskutek zastosowania ciekłego powietrza, jeszcze o 10° niżej, t. j. do —220°. W tych warunkach hel nie okazywał żadnych śladów skroplenia, poddano go więc ekspansji szybkiej, obniżając jego ciśnienie, przez otwarcie kurka od pompy *Caillieteta*, aż do 20 atm., a w końcu do 1 atm. Mimo to nie dało się zauważyć nawet przelotne zamglenie, z czego wynika, że hel jest gazem jeszcze

trwalszym niż wodór, który w takich warunkach okazuje już pierwsze oznaki skroplenia. Temperaturę, do której dochodził hel przy ekspansji, można obliczyć teoretycznie bez pomiarów bezpośrednich, nie dających się tu zastosować, używając wzoru na rozprężenie adiabatyczne, co ze względu na szybkość rozprężenia nie o wiele będzie się od prawdy oddalało. Prof. *Olszewski* obliczył w ten sposób tylko temperatury z pierwszego szeregu doświadczeń, i otrzymał liczby, odpowiadające temperaturom niestychania niskim; jeszcze niższe były temperatury w drugim szeregu doświadczeń (o $\frac{1}{3}$), jak to łatwo z dat prof. *Olszewskiego* obliczyć, i co poniższa tabela podaje:

| exp. do | I szereg dośw. obniżenie temp. do | II szereg dośw. obniżenie temp. do |
|---------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 50 atm. | 43.7° abs. = — 229.3° | 35.1° abs. = — 237.9° |
| 20 „ | 30.3° „ „ „ 242.7° | 24.3° „ „ „ 248.7° |
| 10 „ | 22.9° „ „ „ 250.1° | 18.4° „ „ „ 254.6° |
| 5 „ | 17.4° „ „ „ 255.6° | 14.0° „ „ „ 259.0° |
| 1 „ | 9.1° „ „ „ 263.9° | 7.3° „ „ „ 265.7° |

Liczby te dowodzą wielkiej trwałości helu, i dla tego prof. *Olszewski* proponuje użycie helu, jako substancji termometrycznej w całkiem niskich temperaturach, w których już wodorowi nie zupełnie możnaby ufać, t. j. poniżej t. —235.5°. Pomiaru porównawczego, wykonane termometrem helowym i wodorowym, aż do temperatury —210°, dowodzą, że do tej temperatury istnieje zgodność obu termometrów.
T. E.

45. **Pawlewski Br.** *O rozpuszczalności pewnych ciał organicznych*. Pamiętnik VII Zjazdu lekarzy i przyrodników polskich. Część przyrodnicza. Lwów 1897, str. 59—61.

Przedruk z „*Kosmosu*” za r. 1895 (patrz „*Prace matem.-fiz.*” t. VIII, str. 227—229).

46. **Petryk J.** *Krytyczny przegląd prac, dokonanych dotychczas nad falami elektrycznymi, poczynając od doświadczeń Hertza*. Pamiętnik VII Zjazdu lekarzy i przyrodników polskich. Część przyrodnicza. Lwów, 1897, str. 18—29.

Przedruk z „*Kosmosu*” za r. 1895 (patrz „*Prace matem.-fiz.*” t. VIII, str. 229).

47. **Piotrowski F.** *Jak mierzymy czas?* Warszawa, 1897 w 16-ce, str. 54.

Książeczka ta, tłumacząc w sposób przystępny zasady mierzenia czasu, posiada wiele zalet. Sądźmy jednak, że byłoby lepiej nie wdawać się w ma-

tematyczne uwagi (str. 2—3) w podobnej, dla szerokich kół przeznaczonej, broszurze. Nie pojmujemy również, jaki związek z właściwą treścią pracy mają konsyderacje, pomieszczone pod koniec książeczki. *M. P. R.*

48. *Romer E. Studya nad asymetryą dolin.* 24-e Sprawozdanie Dyrekcyi c. k. w. Szkoły realnej we Lwowie za rok szkolny 1897. Lwów, 1897, str. 3—45.

Praca ta ma charakter kompilacyjny; świadczy o znacznej erudycyi autora, ale zarazem o nie liczeniu się z zasadami fizyki i mechaniki. Poczynając od str. 15-ej autor zastanawia się nad wpływem obrotu ziemi na bieg rzek. Pomijając różne niejasności, niedomówienia i drobne pomyłki, wskażemy dla próby kilka błędów poważniejszych. Na str. 35-ej autor twierdzi (i twierdzenie to jest podkreślone), „że parcie rzek na północnej półkuli istnieje tylko przy prostoliniowym biegu rzeki“. Otóż jest to twierdzenie zgoła błędne. Wzór na str. 37-ej na dole, mianowicie wzór:

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{0.000\,145\,4\,v \cdot \sin \varphi}{g \sin \alpha},$$

k który autor pisze bez żadnego d o w o d u, jest błędny. Ten wzór dotyczy się kierunku wypadkowej dwóch sił, t. j. siły $g \sin \alpha$ i pewnej siły $0,000\,145\,4\,v \cdot \sin \varphi$, pochodzącej z obrotu ziemi, nie zaś kierunku ruchu, jak się autorowi wydaje. Zresztą i kierunku wypadkowej siły dotyczy się tylko wtedy, gdy obie siły, składające się na tę wypadkową, tworzą kąt prosty, co bywa tylko w takim razie, gdy ruch odbywa się właśnie w kierunku największego spadku, t. j. w kierunku siły $g \sin \alpha$. Wskutek tego błędny jest drugi wzór na str. 40-ej oraz błędne są tabelki, z tego wzoru obliczone. Dalej autor nie zdaje sobie z tego sprawy, że ani deniwelacya, ani zwiększone parcie (jeżeli przez ten wyraz mamy rozumieć ciśnienie) na prawy brzeg nie mogą same przez się sprawić przesuwania się koryta rzeki w prawo (na północnej półkuli). Przyczyną takiego przesuwania się może być tylko silniejsze podmywanie prawego brzegu, sprawione przez to, że w skutek obrotu ziemi na północnej półkuli najszybciej płynące strugi powinny „caeteris paribus“ znajdować się bliżej prawego brzegu; aniżeli w takim razie, gdyby ziemia nie posiadała ruchu obrotowego.

Krytyka wywodów *Schmidta* (str. 26) oraz *Pencka* (str. 33) wydaje się również nienzasadnioną. *M. P. R.*

49. *Silberstein L. O tworzeniu się wirów w płynie doskonałym.* Rozprawy W. mat. przyr. Akad. Um., tom XXXI, str. 325—334.

Za przykładem *Schütza*, autor roztrząsa własności wirów, tworzących się w płynie doskonałym (gdyby mogły się tworzyć) na zasadzie równań

Helmholtza-Nansona. *Helmholtz*, mianowicie, czyniąc założenie, że ciśnienie płynu jest, w każdym miejscu, funkcją gęstości, otrzymał (jeśli nie udowodnił) znane twierdzenie o niemożliwości tworzenia się wirów nowych i o niemożliwości znikania istniejących. *Schütz* i autor rozprawy przeciwnie przypuszczają, że, w pewnej chwili, w płynie nie ma ruchu wirowego, lecz, że w tej chwili pojawia się on skutkiem nieistnienia owego prostego związku między ciśnieniem a gęstością, czyli, jak autor pracy się wyraża, skutkiem niezgadania się ze sobą powierzchni stałego ciśnienia i powierzchni stałej gęstości. Jednakże, gdy *Schütz* ogranicza się na ogólnikowej uwadze, autor, przeciwnie, bada szczegółowo własności powstających wirów, posługując się bardzo tu pożyteczną metodą geometrycznej ilustracji. Znajduje więc konieczne położenie osi wirowej nowo powstającego wiru, znajduje następnie dostateczne warunki utworzenia się wiru i oblicza jego własności. W innej postaci autor przeprowadza badanie i dla całej nici wirowej, obliczając moment nici i zmiany jego z biegiem czasu. Interesujące te rachunki mają jednakże, jak sam autor z naciskiem podnosi, cechę raczej przedwstępnych studyów kinematycznych; zagadnienie o mechanizmie tworzenia się i znikania wirów w płynach rzeczywistych, ciężkie, trudne i ważne zagadnienie, wymagałoby prawdopodobnie założeń fizycznych obszerniejszych niż te, jakie są zawarte w równaniach hydrodynamiki klasycznej. *Wł. N.*

50. *Silberstein L. Teorya molekularna tak zwanych przewodników 1-ej klasy i dielektryków.* Pamiętnik Towarzystwa politechnicznego we Lwowie, zes. 1, Lwów 1897, str. 1—21.

Autor zozpoczyna od zwrócenia uwagi na trudności praktyczne i logiczne w zwyczajnem określeniu natężenia elektrycznego (siły elektrycznej) *E* we wnętrzu ciała stałego—przewodnika albo dielektryka. Za tem idzie, że i przewodnictwo właściwe, określone przez równanie:

$$i = \lambda \cdot E.$$

(i = gęstości prądu) również nie jest dostępne dla pomiaru, opartego na bezpośredniem zmierzeniu *E* w punkcie wewnętrznym ciała stałego. To samo dotyczy się zdolności dielektrycznej dielektryków stałych.

Trudności te dałyby się, zdaniem autora, ominąć, gdyby się udało wytkomaczyć własności przewodników na zasadzie li tylko tych wyobrażeń, do których prowadzą doświadczenia elektryczne, robione w dielektrykach płynnych i w próżni.

Autor przyjmuje tedy, że istnieją tylko dwojakiemu rodzaju substancye doskonałe dielektryki, a przynajmniej jeden taki dielektryk (eter swobodny), i doskonałe a dielektryki, t. j. ciała wcale niezdolne do przy-

jęcia elektrycznej indukcji i do gromadzenia w sobie energii elektrycznej, zachowujące się więc jakoby luki w eterze. Każdy przewodnik składałby się z molekuł adielektrycznych, rozmieszczonych w eterze swobodnym.

W eterze, i tylko w nim, ważne są Maxwellowskie równania różniczkowe pola elektro-magnetycznego, tudzież warunki solenoidalne.

W celu wytłumaczenia własności elektrycznych przewodników I klasy (elektrolity są na razie wyłączone z tych rozważań) autor przyjmuje, że wytrzymałość elektryczna eteru jest ograniczona. Z chwilą, gdy natężenie elektryczne osiągnie pewnego maximum, następuje nagle rozbrojenie; eter ulega rozerwaniu i traci tem samem zdolność dźwignienia energii elektromagnetycznej. Po upływie bardzo krótkiego czasu ośrodek ten odzyskuje jednak tę własność w zupełności.

Pole elektryczne we wnętrzu przewodnika, jest to więc pole w eterze swobodnym, zalegającym przestwory między adielektrycznymi cząsteczkami. To, co się nam przedstawia jako ciągły i nieprzerwany prąd elektryczny, jest w rzeczywistości ciąglem ponawianiem się, w niezmiernie krótkich odstępach czasu, i w każdej szczelinie molekularnej następujących dwu procesów. Naprzód energia elektromagnetyczna nagromadza się stopniowo w eterze, następnie rozbraja się nagle i przeobraża w beładny ruch molekularny (ciepło Joule'a).

Teorię tę autor rozwija szczegółowo w przypadku, gdy przewodnik ma postać słupa o przekroju Q , złożonego z krążków adielektrycznych o grubości jednakowej $=b$, przedzielonych warstwami eteru swobodnego o grubości $=a$. Liczba płyt jest $=n$, V_0 i V_n są potencjały płyt skrajnych, $\frac{1}{\tau}$ liczba rozbrojeń w sekundzie. Ilość energii elektrycznej, rozbrajającej się w sekundzie, wynosi:

$$\frac{Q}{8\pi} \frac{(V_0 - V_n)}{nat}.$$

Według praw Joule'a i Ohm'a tą samą wielkość wyraża wzór:

$$\frac{\lambda Q (V_0 - V_n)^2}{n(a+b)}.$$

Z porównania tych wyrażeń autor otrzymuje następującą interpretację molekularną przewodnictwa właściwego:

$$\lambda = \frac{1}{8\pi} \left(1 + \frac{b}{a}\right).$$

Autor nie zaznacza jednak, czy maksymalne natężenie elektryczne należy uważać jako wielkość stałą, zależną od ustroju eteru, czy też zmienną, w zależności od przyłożonej siły elektromotorycznej.

W analogiczny sposób autor wyobraża sobie budowę dielektryków. Różnice w dostrzeżonych wartościach zdolności dielektrycznej K tłómaczą się tem, że z pozoru energia, nagromadzona w dielektryku, mieści się w całkowitej objętości $Qn(a+b)$, gdy, według wyłożonej tu teorii, siedliskiem jej jest tylko objętość Qna . Stąd wypada: $k = 1 + \frac{b}{a}$. A. W.

51. *Silberstein L.* Rozmieszczenie i ruch energii w polu elektromagnetycznem. Wszechświat, t. XVI, str. 551—566, 584—587 i 601—606.

W sposób jasny i ścisły autor tłómaczy teorię polaryzacji dielektryków, pojęcia: linii sił, wektorów E i H , stałych k i μ ; rozstrząsa lokalizację energii w polu elektrycznym i elektromagnetycznym, wzmiankuje o analizach hydrodynamicznych, poczem, przechodząc do zadania o płynięciu energii, przytacza twierdzenie Poyntinga i wyjaśnia jego znaczenie na kilku przypadkach szczególnych. Wł. N.

52. *Umiński W.* Pioruny i błyskawice. Warszawa, 1897, nakładem M. Arcta, 8°, str. 108 z 10 rycinami.
Książeczka popularna, napisana podług de Fonvielle'a.

53. *Weyberg Z.* Jak rosną kryształy. Wszechświat t. XVI, str. 481—484, 502—507, 520—524.

54. *Weyberg Z.* O izomorfizmie. Wszechświat XVI, str. 609—612, 633—636.

55. *Weyberg Z.* Od czego zależy postać kryształów? Wszechświat t. XVI, str. 706—707, 724—727.

56. *Witkowski A.* Zasady fizyki. Tom II, zeszyt 1. (Dzieła i Rozprawy matematyczno-fizyczne, wydawane przez A. Czajewicza z zapomogi Kasy im. Miąnowskiego, Serya III, tom IX.) Warszawa, 1897, 8°, str. 301.

O pierwszym tomie „Zasad fizyki” zdawaliśmy sprawę w Sprawozdaniach niniejszych za rok 1892 (Prace mat.-fiz. t. V, str. 232). Obecny zeszyt przynosi trzecią część dzieła, traktującą o cieple, oraz czwartą, poświęconą Fizyce cząsteczkowej.

Wykład nauki o cieple rozpoczyna się od zwięzłego, treściwego zarysu termometrii i kalorymetrii; wszystkie pojęcia podstawowe są już tu wskazane, określone i objaśnione jasno, ściśle, bez wahań i niekonsekwencji (rozdz. I i II). W rozdz. III-im autor zajmuje się, niejako w dalszem rozwinięciu drugiego, ciepłem właściwem, prawem Dulonga i Petita,

zjawiskami adiabatycznymi, prawem Poissona. W czwartym, przechodząc do teorii merytorycznych reakcji, mówi o topieniu się i krzepnięciu, o rozpuszczaniu się i o roztworach, przyczem, jak zresztą w całym dziele, przytacza ściśle prawa zjawisk, o ile tylko poznane zostały. Rozdział V o porównaniu, wrzeniu, skraplaniu się, o stanie krytycznym, o ciągłości stanów skupienia, o zasadzie termodynamicznego podobieństwa stanówi dokończenie piątego rozdziału, godne pod każdym względem wspaniałych zdobyczy, jakie są w nim wyłożone. Do innej, niemniej ważnej dziedziny przenosi nas rozdział szósty, o ruchu ciepła, poświęcony promieniowaniu, przewodzeniu, a także kwestya absorpcyi i emisji; bardzo wiele pracy włożył tu autor w przedstawienie rzeczy, jednocześnie ściśle i elementarne, i trudne to zadanie rozwiązał zupełnie.

Centralnym wszakże rozdziałem książki jest niewątpliwie następny, zajmujący się termodynamiką. I tutaj autor pozostał wierny swoim zasadom: i tutaj jest wszędzie jasny, gdyż zna naukę do gruntu i wszędzie ścisły gdyż, w każdym zagadnieniu umie odrazu trafić istotę rzeczy, do drugorzędnych szczegółów nie przykładając wagi. Rozdział ten jest obszerny (str. 158—209), nader bogaty, pouczający, filozoficznie podniosły.

W części czwartej ośnowę przeważną stanowi rozdział VIII, p. t. „Teoria atomowa i kinetyczna”. Autor uwzględnia tu chemiczne zastosowania i podstawy atomistyki, roztrząsa np. układ peryodyczny pierwiastków według Mendelejewa i t. d. Główną treść rozdziału stanowi oczywiście popularny zarys kinetycznej teorii gazów. Zakończenie tej części i niniejszego zeszytu poświęcono zjawiskom dyfuzji, osmozy, przylegania i spójności.

Dzieło, pięknie rozpoczęte przez tom I-szy, uzyskało tym sposobem ciąg dalszy, pod każdym względem wyborny.

Wł. N.

57. **Znatowicz Br.** *O sile elektrobodźczej pewnych reakcji chemicznych.* Pamiętnik VII Zjazdu lekarzy i przyrodników polskich. Część przyrodnicza. Lwów 1897, str. 33—38.

Przedruk w „Kosmosu” za rok 1895 (patrz Prace matem.-fiz. t. VIII, str. 235—236).

IV. HISTORIA WIEDZY.

58. **Birkenmajer L.** *Wiadomość o postępie prac krakowskiej komisji akademickiej, zajmującej się wydaniem dzieł, biografii i bibliografii Mikołaja Kopernika.* Wiadomości matematyczne t. I, str. 178—182.

Z okoliczności nadchodzącego jubileuszu 500-lecia Uniwersytetu Jagiellońskiego, postanowiła Akademia Umiejętności w Krakowie przystąpić do nowego wydania dzieł oraz źródłowej biografii Mikołaja Kopernika. W tym celu powołano do pracy komisję, złożoną z pięciu członków Wydziału matematyczno-przyrodniczego Akademii. Komisya ta rozpoczęła czynności swe w r. 1896, a jeden z jej członków, prof. L. Birkenmajer, z polecenia Akademii odbył podróże naukowe do Czech, Niemiec, Danii i Szwecyi w celu nowych poszukiwań źródłowych do biografii Kopernika. W artykule niniejszym zdaje autor zwięźle sprawę ze zdobytych rezultatów.

S. D.

59. **Misura universale di Tito Livio Burattini.** Według wydania wileńskiego z r. 1675 wydał powtórnie Wydział matematyczno-przyrodniczy Akademii umiejętności w Krakowie. Ryciny na czterech arkuszach według oryginału, W Krakowie. Nakładem Akademii Umiejętności, 1897, 8° więk., str. V. 32.

Wydanie nowe opracował L. Birkenmajer. (Patrz „Wiadomości matematyczne” t. I, str. 199—201.)

60. **Burattini T. L.** *Miara powszechna*. Traktat, wydany w r. 1675 w Wilnie po włosku, a obecnie przetłumaczony na polski staraniem Wydziału matematyczno-przyrodniczego Akademii. Z rycinami na 4-ch tablicach według oryginału. W Krakowie. Nakładem Akademii Umiejętności, 1897, 8°, str. VI, 32.
61. **Dickstein S.** *Kilka słów o literaturze matematycznej polskiej w ciągu dwudziestolecia 1873—1892*. Pamiętnik VII Zjazdu lekarzy i przyrodników polskich, Część przyrodnicza. Lwów, 1897, str. 1—7.

Przedruk z „Kosmosu“ za r. 1895 (patrz *Prace matem.-fiz.* t. VIII, str. 238).

62. **Dickstein S.** *J. Bertrand o Wrońskim*. Wiadomości matematyczne, t. I, str. 23—26.

Autor roztrząsa i prostuje niesprawiedliwy artykuł Bertranda o Wrońskim, ogłoszony w czasopiśmie „Revue des deux Mondes“ (zeszyt z dnia 1 lutego 1897 r.).
Wł. N.

63. **Dickstein S.** *Karol Weierstrass*. Wspomnienie pośmiertne. Wiadomości matematyczne t. I, str. 53—58.

Krótką wiadomość o pracach wielkiego matematyka niemieckiego, zmarłego dnia 19 lutego 1897 r.

64. **Dickstein S.** *Jakob Józef Sylvester*. Wspomnienie pośmiertne. Wiadomości matematyczne, t. I, str. 175—177.

Wiadomość o żywocie i o pracach znakomitego matematyka angielskiego, zgasłego dnia 15 marca 1897 r. w Londynie.

65. **D. S.** *Pierwszy międzynarodowy kongres matematyków w Zurychu*, od 9—11 sierpnia 1897 r. Wiadomości matematyczne, t. I, str. 183—192.

Szczegółowa wiadomość o przebiegu i o pracach Zjazdu.

66. **Dickstein S.** *Ważne odkrycie historyczne*. Wszechświat XVI, s. 248—249.

Wiadomość o nowo-odkrytym zabytku miernictwa babilońskiego, opisanym przez Eisenlohra (Ein altbabylonischer Felderplan. Lipsk 1896).

67. **Dyck W.** *O związkach wzajemnych pomiędzy matematyką czystą a stosowną*. Przekład S. Dicksteina. Wiadomości matematyczne, t. I, str. 139—169.

Wykład, miany na posiedzeniu publicznym monachijskiej Akademii nauk dnia 14 listopada 1896 r. Autor na gruncie historycznym rozpatruje wpływ wzajemny badań czysto-matematycznych i fizycznych, a mianowicie: kwestye, dotyczące funkcji potencjalnej, teorii ciepła, teorii funkcji, odwzorowań, równań różniczkowych i t. d.

68. **Eneström G.** *O najnowszych przedsięwzięciach w dziedzinie bibliografii matematycznej*. Przekład S. Dicksteina. Wiadomości matematyczne, t. I, str. 192—198.

Wykład, miany na pierwszym międzynarodowym kongresie matematycznym w Zurychu, w sierpniu 1897. Autor omawia głównie prace bibliograficzne Towarzystwa matematycznego francuskiego, G. Valentina oraz Towarzystwa królewskiego w Londynie.

69. **Kowalczyk J.** *Obserwatorium astronomiczne w Warszawie*. Wiadomości matematyczne t. I, str. 106—114.

Krótką wiadomość historyczną o obserwatorium astronomicznym w Warszawie od chwili ukończenia jego budowy w r. 1824 do r. 1897. Wymieniono tu prace Armińskiego, Baranowskiego, Prażmowskiego i podano spis pozostałych pracowników w ciągu powyższego okresu.

70. **Zn. Wiktor Meyer**. Wszechświat t. XVI, str. 737—741.

Życiorys tego uczonego, jednego z najpłodniejszych i najwszechstronniejszych chemików ostatnich dziesiątków lat, z wplecionym poglądem na jego zasługi około rozwoju chemii nowoczesnej i rzutem oka na jego najcharakterystyczniejsze prace.
T. E.

71. **Znatowicz Br.** *Setna rocznica chemii w Polsce*. Wszechświat t. XVI, str. 321—322.

Przed stu laty zaczął Śniadecki w Wilnie wykładać chemię. Br. Znatowicz przypomina ten fakt i charakteryzuje ówczesny stan nauki u nas i w reszcie Europy; a zwracając uwagę na zasługi Śniadeckiego,

twórcy pierwszego polskiego słownika chemicznego, wyraża życzenie, aby chemicy polscy, w celu uczczenia tej rocznicy, zgodzili się na jedną terminologię, wspólną dla wszystkich po polsku mówiących i piszących o chemii, zapewniając, że to będzie najlepsze i najtrwalsze uczczenie setnej rocznicy chemii w Polsce.

T. E.

V. V A R I A.

72. **Biegański Wł.** *Zagadnienia ogólne z teorii nauk lekarskich.* Warszawa, wyd. z zapomogi Kasy im. Mianowskiego, 8°, str. IV, 304.

W rozdziale IV-yim p. t. „Materia i siła“, oraz w piątym p. t. „Uogólnienia naukowe“, autor roztrząsa pojęcia materii, siły, energii, eteru, teoryę atomistyczną, zachowanie energii, przyczynowość i t. p. zagadnienia; rozdziały te zainteresują żywo każdego teoretyka. Wł. N.

73. **Boguski J. J.** *W obronie energetyki.* Tygodnik „Prawda“, r. 1897, № 17, str. 202—203.

Autor charakteryzuje pracę L. Krzywickiego, traktującą o pojęciu energii (zob. ref. Nr. 74) jako „masę nieporozumień“ i sąd ten uważa za słuszny. Wł. N.

74. **Krzywicki L.** *Kosmos i społeczeństwo.* Z powodu Z. Herynga „Logika ekonomii“, Prawda 1897. Nr. 14, str. 164—166. „O prawdę“, tamże. Nr. 18, str. 215.

W pierwszym rozdziale pracy powyższej, zatytułowanym: „Fizyka i metafizyka“, L. Krzywicki występuje przeciwko (wrzekomemu) nadużywaniu przez fizykę pojęcia „energii“. Tak głębokie i ważne zagadnienie wymagałoby rozbioru nierównie ścisłego, niż przez autora podany. Por. odpowiedź J. J. Boguskiego (ref. Nr. 73) oraz zacytowaną wyżej replikę autora artykułu. Wł. N.

75. **Ostwald W.**, prof. chemii w Uniwersytecie lipskim, *Krytyka materializmu naukowego*. Odczyt, miany na Zjeździe lekarzy i przyrodników niemieckich w Lubce, 20 września 1895 r. Przełożył Z. S. Warszawa, nakł. G. Czerwinski, 1897, 8°, str. 32.

Odczyt ten zaznacza, dość ogólnikowo, znane stanowisko Ostwalda, wymierzone przeciwko teoryom molekularnym i kinetycznym, a nawet przeciwko posługiwaniu się pojęciami materii wogóle, które ma być już dzisiaj zbyt wysoce wobec pojęcia energii. Tezy tej autor broni w sposób, który wydaje nam się w ogóle wcale niedostateczny, miejscami zaś rażąco powierzchowny (zob. np. na str. 18-iej rozbiór kwestyi o odwracalności zjawisk; lub, na str. 27-iej, całkiem opaczne uwagi o ciśnieniu w gazie). Przekład polski nie jest gładki, ani nawet wszędzie poprawny. Na oznaczenie „inwariantu“ język nasz posiada oddawna wyraz niezmiennik, nie zaś niezmienna (str. 8, 10, 24) o czem należałoby wiedzieć tłumaczowi pracy naukowej.

Wł. N.

76. **Wolski A. D.** *Przyczynek do rozbioru problematu materii i ducha*. Ateum rok XXII, og. zb. t. LXXXV, str. 28—63 (zeszyt z m. stycznia 1897).

Rozprawa ta porusza wiele zasadniczych zagadnień nauki i oświaty, je nieraz w sposób interesujący. Podnosimy zwłaszcza uwypoklenie roli, jaką odgrywają wrażenia wzrokowe w urabianiu się poglądów naszych na świat i na nasze w nim miejsce. Zwracamy uwagę na okoliczność, iż fizycy nie podzielają bynajmniej przekonania, częstokroć głoszonego przez biologów, filozofów i t. d., jakoby cechą nauki społecznej było „dążenie do sprowadzenia wszystkich objawów tak natury martwej jak ożywionej do zjawisk ruchu“. Jest to echo epoki minionej. Nauka już od ćwierci wieku idzie innemi torami

Wł. N.