

Prof. dr hab. inż Leszek MIESZKALSKI
Katedra Organizacji i Inżynierii Produkcji
Wydział Inżynierii Produkcji
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

MATEMATYCZNE MODELOWANIE KSZTAŁTU KORZENIA PIETRUSZKI®

W artykule przedstawiono metody matematycznego modelowania kształtu korzeni pietruszki. Zastosowano równania parametryczne, krzywe przestrzenne i krzywe Béziera. Stwierdzono, że proponowane modele mogą reprezentować kształt korzeni pietruszki podczas symulacji komputerowych procesu obróbki.

Słowa kluczowe: *korzenie pietruszki, kształt, modele matematyczne.*

WSTĘP

Pietruszka korzeniowa (*P. hortense* Hoffm. subsp. *microcarpum*), należąca do rodziny baldaszkowatych, znana jest od ponad 2000 lat. Znajduje zastosowanie w przemyśle spożywczym, medycynie i kosmetyce. Powszechnie jest używana jako przyprawa kuchenna. Surowcem w przetwórstwie są korzeń pietruszki, jej owoc oraz liście. Korzeń pietruszki jest zasobny w białko, błonnik, potas, fosfor oraz witaminy C i E. Olejek eteryczny pietruszki zawiera apiol, mirystycynę i pinen (Świetlikowska i in. [37]). Pietruszka jest bogatym źródłem flawonoidów (Sadowska i in. [28]). Wzrost zainteresowania żywnością ekologiczną wymuszać będzie na producentach żywności poszukiwanie technologii produkcji zapewniających bezpieczną żywność z mniejszą zawartością zanieczyszczeń obcych (Sykut i in. [36]), zachowującą wartości pokarmowe surowców.

Surowce roślinne pochodzenia rolniczego są różnorodne pod względem kształtu i charakteryzują się dużą zmiennością wymiarów. Kształt korzenia pietruszki opisuje wielu autorów. Świetlikowska i in. [37] podają, że korzeń spichrzowy pietruszki korzeniowej ma kształt cylindryczny wydłużony, szeroko stożkowy i stożkowo wydłużony, zwężający się ku dołowi. Koszela [21], Stępień i Michalski [33], Kołota i in. [20] kształt korzenia pietruszki korzeniowej określają jako mniej lub bardziej wydłużony cylindryczny lub zwężający się ku dołowi. Błażewicz-Woźniak [5] twierdzi, że na zmianę kształtu korzeni pietruszki ma wpływ m. in. sposób przedsięwziętej uprawy roli. Korzenie pietruszki pochodzące z upraw ornych miały korzeń bardziej stożkowy od korzeni pochodzących z upraw zerowych, w których były krótsze, smuklejsze, cieńsze, a ich kształt był bardziej walcowaty. Odmiana pietruszki korzeniowej ma wpływ na kształt jej korzeni (Świetlikowska [37]), określane jako stożkowy, z silnie wykształconą głową, stożkowato – wydłużony, klinowaty, stożkowy, cylindryczny, zwężający się ku dołowi. Gruszecki [16] plon korzeni pietruszki dzieli na handlowy oraz niehandlowy i twierdzi, że odmiana pietruszki korzeniowej ma wpływ na wielkość i jakość jej plonu. Korzenie pietruszki zaliczane do plonu handlowego pod względem kształtu nie mogą być drobne (ich średnica musi przekraczać 20 mm) i rozwidłone, ponadto nie mogą mieć bocznych odrostów.

Korzeń pietruszki jest poddawany różnym procesom przetwarzania, w których istotną rolę odgrywa jego kształt. Cięty jest na plastry i suszony (Górnicki i in [15], Stępień [31], Stępień i in [32]), poddawany rehydratacji (Kaleta i in. [17], Stępień i in [30], Surma i in [35]), chłodzeniu (Góral i in [14]), a także różnym obciążeniom (Stępień [34]). Podczas przetwarzania jego kształt odgrywa istotną rolę.

Współczesna uprawa pietruszki wymaga stosowania nowych technologii, np. uprawa na uformowanych redlinach (Babik i Dudek [2, 3, 10]), siew i wprowadzanie węża do nadziania kropelkowego (Dudek i in [9]), a także zwalczanie chwastów w redlinach (Babik i Dudek [1]).

Kształt korzenia pietruszki musi być uwzględniany podczas projektowania technologii jego przetwarzania, a także w czasie projektowania maszyn i urządzeń służących do jego obróbki. Cechy geometryczne surowców roślinnych pochodzenia rolniczego, jak zauważyli Frączek i Wróbel [12], są modelowane z różną dokładnością przez wielu badaczy (Kęska i Feder [19], Donev [7], Mieszkański [23, 24]). Frączek i Wróbel [12] podjęli próbę zastosowania grafiki komputerowej do rekonstrukcji 3D takich obiektów. Mimo że, metoda wykorzystująca rekonstrukcję wielu poprzecznych przekrojów modelowanego obiektu, jest dokładna, to jednak bardzo pracochłonna (zalewanie żywicą modelowanego obiektu, wykonanie przekrojów przez cięcie, obróbka obrazów przekrojów, generowanie modelu). Frączek i Wróbel [11] wyróżniają trzy metody oceny kształtu nasion: porównywanie do podstawowych brył, opis za pomocą współczynników kształtu oraz wykorzystywanie modeli wirtualnych. Metody oceny kształtu surowców roślinnych za pomocą modeli wirtualnych w dobie dynamicznego rozwoju informatyki i technik komputerowych będą miały większe znaczenie i praktyczne zastosowanie (Qu i in. [27]). Modele wirtualne będą mogły opisywać kształt coraz większej grupy surowców pochodzenia biologicznego [18]. Moreda i in. [25] zwracają uwagę, że kształt owoców i warzyw jest jedną z ważniejszych cech wykorzystywanych w procesach przetwarzania i obrocie handlowym. Twierdzą, że widzenie maszynowe z zastosowaniem najnowszych technik komputerowych jest dobrym narzędziem używanym podczas kontroli procesu przetwarzania, klasyfikacji surowca, czy też jego sortowania.

Kształt, wielkość, barwa, oraz powierzchnia zewnętrzna surowca są brane pod uwagę w procesie projektowania procesów przetwarzania, określają też jakość surowca i produktu (Dasiewicz, Chmiel [6]). Na liniach produkcyjnych

następuje, w określonych odstępach czasu, obróbka surowca wg zadanego kształtu (Skierniewski i in. [29]). W różnych branżach przetwórstwa spożywczego podejmowane są próby matematycznego opisu surowca, w celu konstruowania urządzeń do ich przetwarzania o większej wydajności i skuteczności (Balejko [4], Dowgiałło i Dutkiewicz [8], Qu i in. [27], Goñi i Purlis [13], Mieszkalski [23, 24], Mabilie i Abecassis [22]). Neto i in. [26] zastosowali analizę Fouriera do aproksymacji obiektów o nieregularnym kształcie, a następnie identyfikacji tych obiektów np. liści roślin. Goñi i Purlis [13] zaproponowali metodę geometrycznego modelowania żywności jako obiektów jednorodnych i o złożonych strukturach. Do budowy geometrycznych modeli wykorzystano metody analizy obrazu, krzywych Hermite'a, Béziera, B-spline oraz interpolacji liniowej. Matematyczny opis kształtu rzeczywistych obiektów pochodzenia rolniczego jest niezbędnym krokiem do realizacji symulacji komputerowych operacji technologicznych (cięcie, obciążenia, identyfikacja, klasyfikacja, separacja itp.) w inżynierii żywności. Ma też zastosowanie do wyznaczania powierzchni zewnętrznej, objętości, gęstości, porowatości modelowanych obiektów.

Do celów praktycznych potrzebne są metody ogólne opisu kształtu surowców roślinnych z wystarczającą dokładnością i przy niedużym nakładzie pracy. Wymóg ten spełniają modele matematyczne. Autor pracy podjął próbę zastosowania modelowania matematycznego do opisu kształtu 3D korzenia pietruszki.

Celem artykułu jest przedstawienie opracowanych matematycznych modeli opisujących kształt korzeni pietruszki korzeniowej z zastosowaniem równań parametrycznych, krzywych przestrzennych i krzywych Béziera do wykorzystania w inżynierii rolniczej i inżynierii żywności.

METODYKA

Materiałem do badań była pietruszka (*P. hortense* Hoffm. subsp. *micro carpum*) odmiany Cukrowa, pochodząca z upraw z 2012 roku. Wybrano cztery różne pod względem kształtu korzenie pietruszki, które sfotografowano. Dokonano pomiaru średnicy maksymalnej i w tym samym przekroju średnicy minimalnej oraz długości korzenia pietruszki. Pomiaru wykonano suwmiarką z dokładnością do 0,1 mm. Kształt pietruszki odmiany Kinga zaczerpnięto z literatury (Koszela [21]).

Opracowano modele matematyczne, w postaci układu równań parametrycznych i z zastosowaniem krzywych przestrzennych oraz krzywych Béziera, pozwalający dla zadanych wymiarów utworzyć powierzchnie brył, których kształt jest zbliżony do wybranych korzeni pietruszki. Wizualizacji wymienionych modeli brył 3D dokonano za pomocą programu komputerowego Mathcad v. 14.

WYNIKI POMIARÓW

W tabeli 1 podano wyniki pomiarów korzeni pietruszki.

Przykładowe fotografie korzeni pietruszki przedstawiono na rysunku 1.

Tabela 1. Podstawowe wymiary wybranych korzeni pietruszki odmiany Cukrowa

Wymiar	Numer korzenia pietruszki			
	1	2	3	4
	mm	mm	mm	mm
Średnica maksymalna ($dp1$)	49,8	41,7	38,7	35,9
Średnica minimalna ($dp2$)	45,3	39,1	34,2	32,1
Długość korzenia (hp)	200,6	260,5	229,8	214,2

Źródło: Badania własne



Rys. 1. Widok z lewej strony przedstawia przykładowy korzeń pietruszki odmiany Cukrowa o numerze 1 (opracowanie własne, wymiary w tabeli 1), widok z prawej strony przedstawia korzeń pietruszki odmiany Kinga (Koszela [21], zmodyfikowano).

Źródło: Badania własne

MODEL KSZTAŁTU BRYŁY KORZENIA PIETRUSZKI REPREZENTOWANEGO POWIERZCHNIĄ PARAMETRYCZNĄ

Stosując równania parametryczne $x=x(u,v)$, $y=y(u,v)$, $z=z(u,v)$, wyznaczono powierzchnię 3D przechodzącą przez charakterystyczne punkty modelowanego obiektu. Wyznaczoną powierzchnię przedstawiono w postaci siatki. Współrzędne X , Y , Z węzłów siatki obliczono na podstawie równań parametrycznych i zapisano w postaci macierzy. Aby umożliwić wizualizację obliczeń w programie Mathcad, modelowaną powierzchnię parametryczną trzeba przedstawić w formie dyskretnej. Macierzowe równania współrzędnych $X\xi$, $Y\xi$, $Z\xi$ punktów węzłowych siatki powierzchni reprezentującej kształt korzenia pietruszki mają następującą postać:

$$X\xi_{i,j} = \frac{\phi_j}{n} \cdot \sin\left(\frac{\phi_j + \alpha x}{n}\right) \cdot \cos(\phi_i)^f + ax \cdot \frac{\phi_j}{n} \cdot \sin\left(\frac{\phi_j}{n}\right) \cdot \cos(\phi_i) \quad (1)$$

$$Y\xi_{i,j} = \frac{\phi_j}{n} \cdot \sin\left(\frac{\phi_j + \alpha y}{n}\right) \cdot \cos(\phi_i) \cdot \sin(\phi_i) + ay \cdot \frac{\phi_j}{n} \cdot \sin\left(\frac{\phi_j}{n}\right) \cdot \sin(\phi_i) \quad (2)$$

$$Z\xi_{i,j} = \phi_j \quad (3)$$

Wartości parametrów sterujących wymiarami korzenia pietruszki $dp1$, $dp2$, hp zamieszczono w wektorze 4. Wartości parametrów sterujących kształtem korzenia ax , ay , f , αx , αy zamieszczono w wektorze 5. Wymiary $dp1$, $dp2$, hp pochodzą z pomiarów rzeczywistych korzeni pietruszki.

$$\begin{bmatrix} dp1 \\ dp2 \\ hp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 49,8 \\ 45,3 \\ 200,6 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} ax \\ ay \\ f \\ \alpha x \\ \alpha y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Przedziały zmiennych zakresowych i, j potrzebnych do wyznaczenia modelu kształtu korzenia pietruszki zamieszczono w wektorze 6. W wektorze 7 podano liczbę południków i równoleżników w modelu opisującym kształt korzenia pietruszki oraz parametr wpływający na wartości kątów ϕ_i, ϕ_j . Występujące w równaniach kąty zdefiniowano w wektorze 8:

$$\begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \dots N \\ 0 \dots N \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} N \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i \cdot \pi \cdot \frac{1}{N} \\ j \cdot \pi \cdot \frac{n}{N} \end{bmatrix} \quad (8)$$

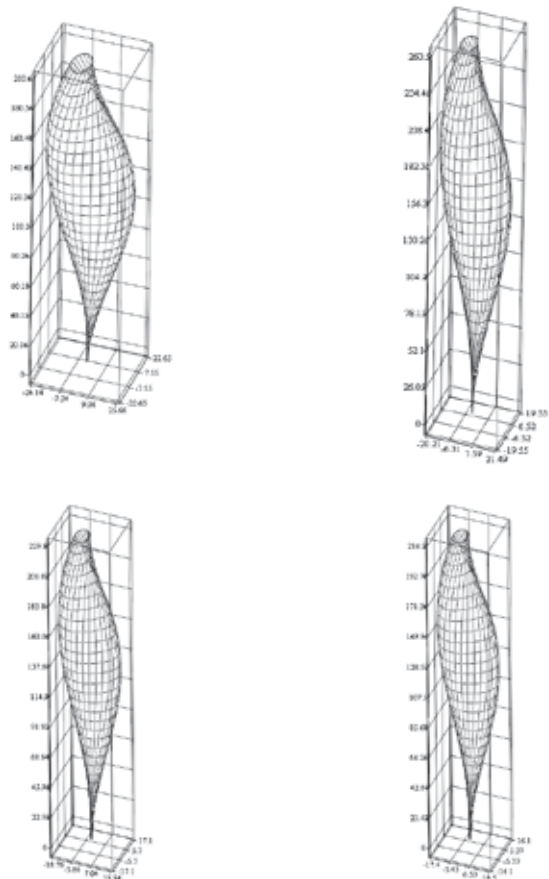
W celu uzyskania zadanych wymiarów ($dp1$, $dp2$, hp) modelu korzenia pietruszki należy dokonać skalowania równań 1, 2, 3. Wyskalowane macierzowe równania współrzędnych X, Y, Z punktów węzłowych siatki powierzchni opisującej kształt korzeni pietruszki mają następującą postać:

$$X_{i,j} = \frac{dp1}{\max(X\xi) + (-1 \cdot \min(X\xi))} \cdot X\xi_{i,j} \quad (9)$$

$$Y_{i,j} = \frac{dp2}{\max(Y\xi) + (-1 \cdot \min(Y\xi))} \cdot Y\xi_{i,j} \quad (10)$$

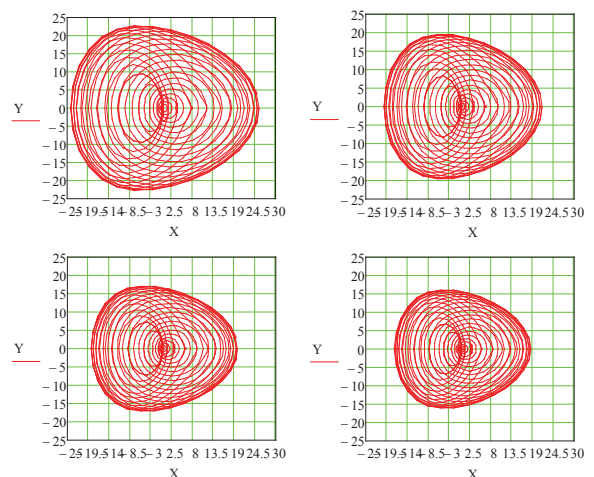
$$Z_{i,j} = \frac{hp}{\max(Z\xi) + (-1 \cdot \min(Z\xi))} \cdot Z\xi_{i,j} \quad (11)$$

Na rysunku 2 przedstawiono, wyrażone równaniami 9, 10, 11, modele 3D korzeni pietruszki, a na rysunku 3 zamieszczono ich przekroje poprzeczne.



Rys. 2. Modele kształtu korzeni pietruszki (odpowiadające numerom od 1 do 4 i wymiarom wg tab.1) reprezentowane powierzchniami siatkowymi otrzymano na podstawie równań 9, 10, 11, dla danych zapisanych w wektorze 5.

Źródło: Opracowanie własne



Rys. 3. Przekroje poprzeczne modeli korzeni pietruszki (odpowiadające numerom od 1 do 4 i wymiarom wg tab.1) otrzymane na podstawie równań 9, 10, dla danych zapisanych w wektorze 5.

Źródło: Opracowanie własne

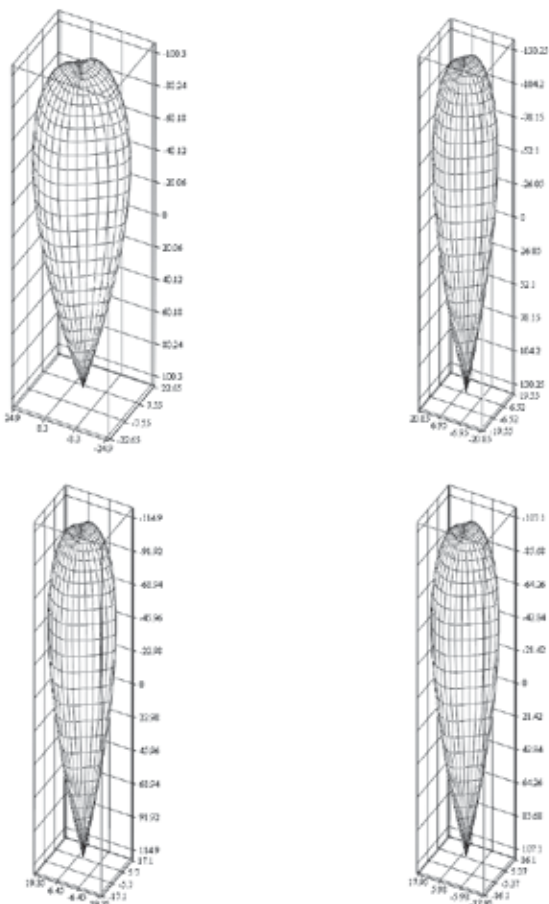
Z rysunków 2 i 3 wynika, że modele znacznie odbiegają kształtem od rzeczywistego kształtu korzenia pietruszki, zwłaszcza w obszarze główki korzenia. W celu uzyskania kształtu zbliżonego do rzeczywistego kształtu korzenia

pietruszki w wektorze 5 zmieniono wartości następujących parametrów: $f=3$, $\alpha x=0$, $\alpha y=1$, a zamiast równania 3 i 11 wprowadzono równania 12 i 13:

$$Z1\xi_{i,j} = \cos(0,5 \cdot \phi_j) \quad (12)$$

$$Z1i,j = \frac{hp}{\max(Z1\xi) + (-1 \cdot \min(Z1\xi))} \cdot Z1\xi_{i,j} \quad (13)$$

Modele 3D i przekroje poprzeczne korzeni pietruszki dla $f=3$, $\alpha x=0$, $\alpha y=1$ przedstawiono na rysunkach 4 i 5. Otrzymane modele dokładniej od poprzedniego (rys.2) reprezentują kształty korzeni pietruszki, zwłaszcza odmiany Kinga (rys. 1, korzeń pietruszki z prawej strony).

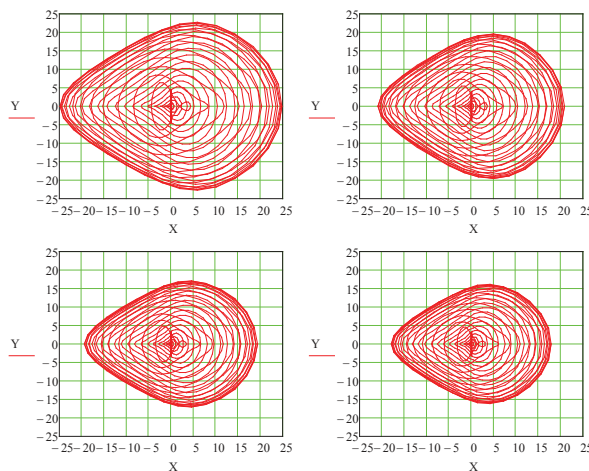


Rys. 4. Modele kształtu korzeni pietruszki (odpowiadające numerom od 1 do 4 i wymiarom wg tab.1) reprezentowane powierzchniami siatkowymi otrzymano z równań 9, 10, 13, dla $f=3$, $\alpha x=0$, $\alpha y=1$, pozostałe dane jak w wektorze 5.

Źródło: Opracowanie własne

W procesach przetwarzania, korzeń pietruszki po umyciu poddawany jest zabiegowi obierania, w wyniku którego usuwana jest powierzchniowa warstwa korzenia. W przemyśle spożywczym do tego celu stosuje się obieraczki bębnowe, cylindryczne i inne. W gospodarstwie domowym zabieg ten wykonuje się prostymi narzędziami (nóż, obieraczka ręczna). Docelowo będą opracowywane mechanizmy pozwalające prowadzić nóż obierający skórę według określonej tra-

jektorii. Autor proponuje model krzywej przestrzennej, która byłaby przydatna w fazie projektowania mechanizmu i symulacji ruchu noża obierającego wierzchnią warstwę korzenia pietruszki.



Rys. 5. Przekroje poprzeczne korzenia pietruszki (odpowiadające numerom od 1 do 4 i wymiarom wg tab.1), dla $f=3$, $\alpha x=0$, $\alpha y=1$, wyznaczone za pomocą równań 9, 10, pozostałe dane jak w wektorze 5.

Źródło: Opracowanie własne

MODEL KSZTAŁTU BRYŁY KORZENIA PIETRUSZKI REPREZENTOWANEGO KRZYWĄ PRZESTRZENNĄ

Macierzowe równania współrzędnych $Xk\xi$, $Yk\xi$, $Zk\xi$ punktów leżących na krzywej przestrzennej mają następującą postać:

$$Xk\xi_{i,j} = \frac{\phi_i}{n} \cdot \sin\left(\frac{\phi_i}{n}\right) \cdot \cos(\phi_i)^f + akx \cdot \frac{\phi_i}{n} \cdot \sin\left(\frac{\phi_i}{n}\right) \cdot \cos(\phi_i) \quad (14)$$

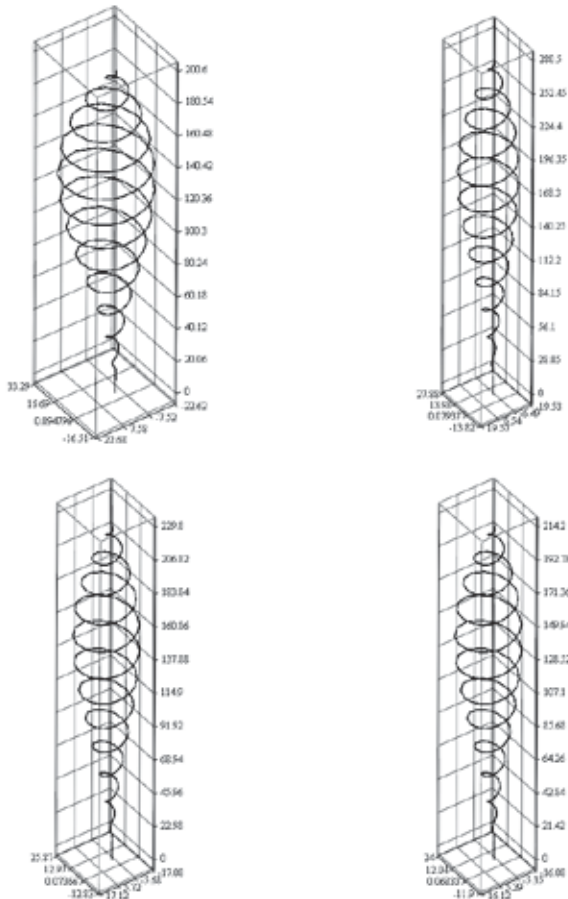
$$Yk\xi_{i,j} = \frac{\phi_i}{n} \cdot \sin\left(\frac{\phi_i}{n}\right) \cdot \cos(\phi_i) \cdot \sin(\phi_i) + aky \cdot \frac{\phi_i}{n} \cdot \sin\left(\frac{\phi_i}{n}\right) \cdot \sin(\phi_i) \quad (15)$$

$$Zk\xi_{i,j} = hp \cdot \frac{i}{N} \quad (16)$$

Skalowania równań 14 i 15 dokonuje się podobnie jak równań 1 i 2. Wartości parametrów mających wpływ na kształt krzywej przestrzennej zamieszczono w wektorze 17.

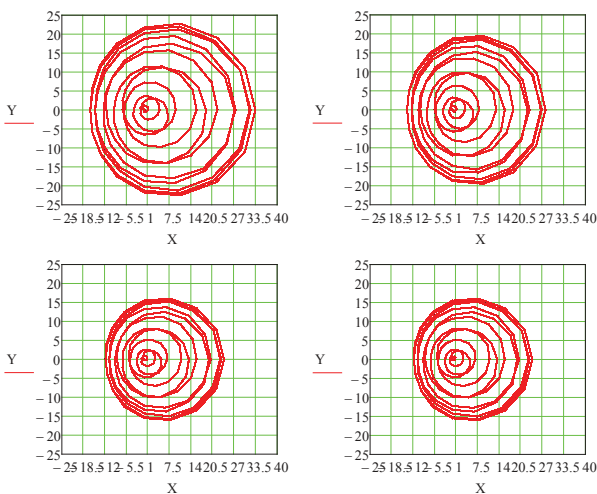
$$\begin{bmatrix} akx \\ aky \\ f \\ \alpha x \\ \alpha y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

W przypadku krzywej przestrzennej opisującej korzeń pietruszki (rys. 6 i 7) zostały wprowadzone następujące zmiany wartości $N=200$ i $n=25$.



Rys. 6. Modele kształtu korzeni pietruszki (odpowiadające numerom od 1 do 4 i wymiarom wg tab.1) reprezentowane krzywymi przestrzennymi, dla danych zamieszczonych w wektorze 5.

Źródło: Opracowanie własne



Rys. 7. Przekroje poprzeczne modeli kształtu korzenia pietruszki (odpowiadające numerom od 1 do 4 i wymiarom wg tab.1) reprezentowane krzywymi przestrzennymi, dla danych zamieszczonych w wektorze 5.

Źródło: Opracowanie własne

W proponowanym modelu można zmieniać liczbę zwojów krzywej przestrzennej (zmieniając wartość n), a także kształt krzywej (zmiana parametrów w wektorze 17). Istnieje więc możliwość takiego doboru parametrów krzywej przestrzennej, która umożliwi znalezienie właściwej trajektorii ruchu noża mechanizmu obierającego wierzchnią warstwę korzenia pietruszki.

MODEL KSZTAŁTU BRYŁY KORZENIA PIETRUSZKI REPREZENTOWANEGO KRZYWYMI BÉZIERA

Dokładny opis kształtu obiektów biologicznych zapewniają krzywe Béziera, powszechnie stosowane w komputerowych programach wspomaganego projektowania oraz w grafice komputerowej. Macierzowe równania współrzędnych $XB\xi_t$, $ZB\xi_t$ punktów leżących na krzywej Béziera reprezentującej połowę wzdłużnego konturu kształtu korzenia pietruszki mają następującą postać:

$$XB\xi_t = x11 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^3 + x12 \cdot 3 \cdot \frac{t}{N} \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^2 + x13 \cdot 3 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right] + x14 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^3 \quad (18)$$

$$ZB\xi_t = z11 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^3 + z12 \cdot 3 \cdot \frac{t}{N} \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^2 + z13 \cdot 3 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right] + z14 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^3 \quad (19)$$

Współrzędne punktów węzłowych i kontrolnych są zapisane w macierzy 20, a zmienne zakresowe w wektorze 21:

$$\begin{bmatrix} x11 & z11 \\ x12 & z12 \\ x13 & z13 \\ x14 & z14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 200 \\ 52 & 200 \\ 8 & 122 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} t \\ j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \dots N \\ 0 \dots N \end{bmatrix} \quad (21)$$

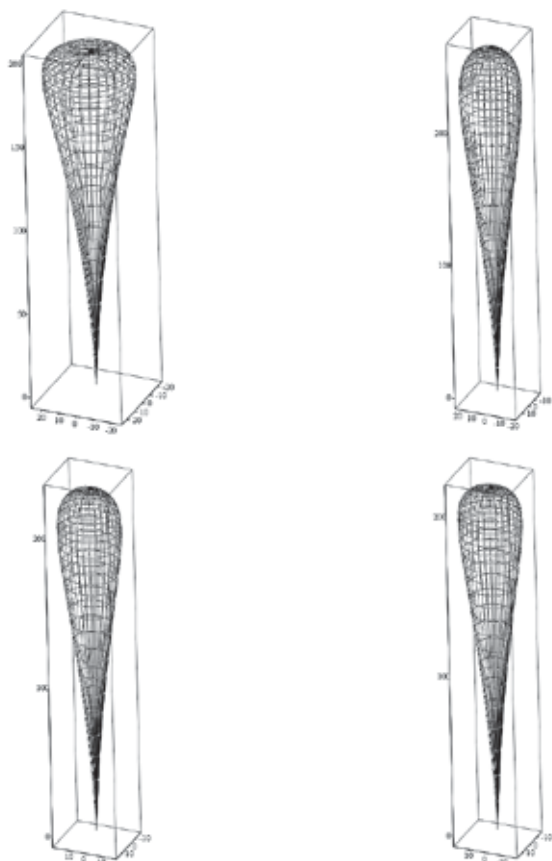
W celu uzyskania bryły obrotowej reprezentującej korzeń pietruszki należy dokonać obrotu krzywej Béziera (równania 18, 19) reprezentującej połowę wzdłużnego konturu kształtu korzenia pietruszki, stosując następujący zapis:

$$XB_{t,j} = XB\xi_t \cdot \sin(\phi_j) \quad (22)$$

$$YB_{t,j} = XB\xi_t \cdot \cos(\phi_j) \quad (23)$$

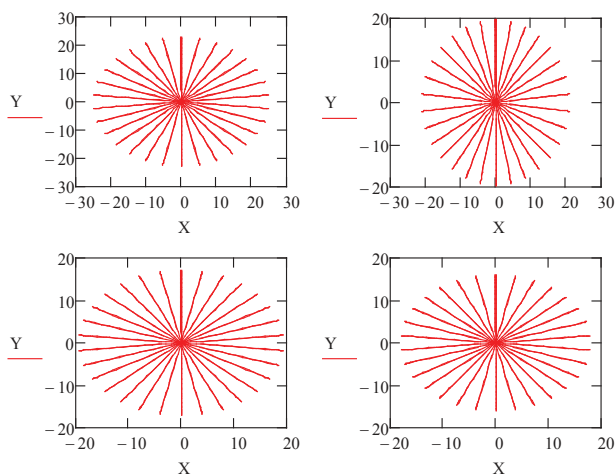
$$ZB_{t,j} = ZB\xi_t \quad (24)$$

Modele 3D korzeni pietruszki uzyskane przez obrót krzywej Béziera przedstawiono na rysunku 8, a rzuty krzywych Béziera na płaszczyznę X, Y na rysunku 9.



Rys. 8. Modele 3D korzeni pietruszki uzyskane przez obrót krzywej Béziara.

Źródło: Opracowanie własne



Rys. 9. Rzuty na płaszczyznę XY krzywych Béziara modeli 3D korzeni pietruszki uzyskanych przez obrót tych krzywych.

Źródło: Opracowanie własne

WERYFIKACJA MODELI BRYŁY KORZENIA PIETRUSZKI

Opracowane modele matematyczne opisujące kształt korzeni pietruszki za pomocą powierzchni parametrycznych 3D, krzywych przestrzennych i brył uzyskanych przez obrót krzywej Béziara zostały poddane weryfikacji wymiarowej.

Charakterystycznymi wymiarami weryfikującymi były średnica maksymalna ($dp1$) korzenia pietruszki i zmierzona w tym samym przekroju średnica minimalna ($dp2$), długość korzenia (hp). W tabeli 2 zamieszczono wyniki weryfikacji modeli korzeni pietruszki od numeru 1 do 4.

Tabela 2. Wyniki weryfikacji modeli korzeni pietruszki od numeru 1 do 4

Modele korzenia pietruszki	Numer korzenia	Wynik (mm) wyznaczony na podstawie: max(X) – min(X) max(Y) – min(Y) max(Z) – min(Z)		
		$dp1$	$dp2$	hp
Reprezentowane przez powierzchnie parametryczne (na podstawie wzorów 9, 10, 11)	1	49,8	45,3	200,6
	2	41,7	39,1	260,5
	3	38,7	34,2	229,8
	4	35,9	32,2	214,2
Reprezentowane przez powierzchnie parametryczne (na podstawie wzorów 9, 10, 13), dla $f = 3$, $\alpha x = 0$, $\alpha y = 1$	1	49,8	45,3	200,6
	2	41,7	39,1	260,5
	3	38,7	34,2	229,8
	4	35,9	32,2	214,2
Reprezentowane przez krzywe przestrzenne	1	49,8	45,3	200,6
	2	41,7	39,1	260,5
	3	38,7	34,2	229,8
	4	35,9	32,2	214,2
Reprezentowane bryłami uzyskanymi przez obrót krzywej Béziara	1	49,7	45,5	200
	2	41,7	39,2	260
	3	38,7	34,3	230
	4	35,9	32,1	214

Źródło: Opracowanie własne

Kształty brył reprezentowane przez modele korzeni pietruszki ograniczone powierzchniami parametrycznymi, krzywymi przestrzennymi i krzywymi Béziara, a zamieszczone na rysunkach 4, 6, 8, są podobne do rzeczywistych korzeni pietruszki przedstawionych na rysunku 1.

WNIOSKI

1. Proponowany model matematyczny reprezentowany przez powierzchnię parametryczną, krzywe przestrzenne, krzywe Béziara może służyć do generowania brył 3D podobnych pod względem kształtu i podstawowych wymiarów do korzeni pietruszki korzeniowej.
2. W proponowanych modelach matematycznych można zmieniać wartości parametrów decydujących o podstawowych parametrach geometrycznych (średnice i długość korzenia) oraz o kształcie korzenia, co pozwala na wygenerowanie dowolnych (w ramach gatunku) pod względem kształtu i podstawowych wymiarów brył podobnych do korzeni pietruszki korzeniowej.

3. Proponowane modele matematyczne opisujące kształt korzenia pietruszki można wykorzystać w inżynierii rolniczej i inżynierii żywności do symulacji komputerowych procesów ich przetwarzania.

LITERATURA

- [1] **BABIK J., DUDEK J. 2006.** Nowa maszyna do zwalczania chwastów w uprawach warzyw na redlinach. Journal of Research and Applications in Agricultural Engineering, Vol. 51(2), 7-12.
- [2] **BABIK J., DUDEK J., 2000.** New, complex machine for ridge forming, and simultaneous sowing vegetable crops. Vegetable Crops Research Bulletin 53: 103-110.
- [3] **BABIK J., DUDEK J. 2003.** New design of machine for weed control on the ridges. Abstracts. EWRS Working Group "Weed Management Systems in Vegetable Crops" Workshop Report of Skierniewice meeting: 25. <http://www.agr.unipg.it/ewrsveg/>
- [4] **BALEJKO J. 2007.** Matematyczny opis konturu poprzecznego przekroju ciała ryb o kształcie wrzecionowatym. Postępy Techniki Przetwórstwa Spożywczego. Nr 1. Tom 17/30, 17-19.
- [5] **BŁĄŻEWICZ-WOŹNIAK M. 2003.** Zmiany kształtu korzeni pietruszki pod wpływem uprawy zerowej i mulczów roślinnych. Acta Agrophysica. Nr 2(3), 489-497.
- [6] **DASIEWICZ K., CHMIEL M. 2011.** Wykorzystanie komputerowych systemów wizyjnych w technologii żywności. Postępy Techniki Przetwórstwa Spożywczego. Nr 1. Tom 21/38, 127-131.
- [7] **DONEV A. et al. 2004.** Improving the density of jammed disordered packings using ellipsoids. Science vol. 303, 990-993.
- [8] **DAWGILŁO A., DUTKIEWICZ D. 2002.** Konstrukcyjne możliwości zwiększenia technologicznej wydajności operacji płatkowania. Postępy Techniki Przetwórstwa Spożywczego. Nr 1. Tom 11/20, 17-20.
- [9] **DUDEK J., BABIAK J., DYŚKO J. 2007.** Technologia kropłowego nawadniania warzyw korzeniowych uprawianych na redlinach. Journal of Research and Applications in Agricultural Engineering, Vol. 52(3), 32-36.
- [10] **DUDEK J., BABIK J. 2006.** Urządzenie do mechanicznego umieszczania węży nawadniających w glebie, w uprawie warzyw korzeniowych na redlinach. Problemy Inżynierii Rolniczej. Nr 1 (51), 127-134.
- [11] **FRĄCZEK J., WRÓBEL M. 2006.** Metodyczne aspekty oceny kształtu nasion. Inżynieria Rolnicza. Nr 12, 155-163.
- [12] **FRĄCZEK J., WRÓBEL M. 2009.** Zastosowanie grafiki komputerowej w rekonstrukcji 3D nasion. Inżynieria Rolnicza. Nr 6 (115), 87-94.
- [13] **GOŃI S.M., PURLIS E. 2010.** Geometric modeling of heterogeneous and complex foods. Journal of Food Engineering, 97, 547-554.
- [14] **GÓRAL D., STADNIK Ł. 2007.** Zależność wybranych cech mechanicznych marchwi (*daucus carota* L.) i pietruszki zwyczajnej (*petroselinum sativum* Hoffm.) od kinetyki obróbki chłodniczej metodą odwróconej fluidyzacji. Acta Sci. Pol., Technica Agraria. Nr 6(1), 17-24.
- [15] **GÓRNICKI K., KALETA A., WIERZBICKA A., PACAK-ŻUK S. 2009.** Badanie przebiegu zmian objętości plasterków korzenia pietruszki podczas suszenia i nawilżania. Acta Agrophysica. Nr 13(1), 103-112.
- [16] **GRUSZECKI R. 2007.** Wpływ odmiany na wielkość i jakość plonu pietruszki korzeniowej (*Petroselinum crispum* (Mill.) Nyman ex A. W. Hill var. tuberosum (Bernh.) Mart. Crov.) w warunkach Lubelszczyzny. Część I. Plon korzeni. Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska. Lublin-Polonia. Vol. XVII(2) SECTIO EEE, 27-34.
- [17] **KALETA A., GÓRNICKI K., WIERZBICKA A., PACAK-ŻUK S. 2008.** Badanie przebiegu procesu rehydratacji suszonych plasterków korzenia pietruszki. Acta Agrophysica, Nr 12(3), 689-698.
- [18] **KAWKA T. 1973.** Określenie poprzecznego przekroju ciała ryb w sposób graficzny. Zeszyty Naukowe Akademii Rolniczej w Szczecinie. Nr 40, 163-165.
- [19] **KĘSKA W., FEDER S. 1997.** Trójwymiarowa rekonstrukcja kształtu elementów roślinnych z dwuwymiarowych obrazów rastrowych. Prace Przemysłowego Instytutu Maszyn Rolniczych. 15-17.
- [20] **KOŁOTA E., ORŁOWSKI M., OSIŃSKI M. 1994.** Warzywnictwo. Wydawnictwo AR we Wrocławiu. Wrocław.
- [21] **KOSZELA K. 2012.** Klasyfikacja suszu pietruszki z wykorzystaniem sztucznych sieci neuronowych. Journal of Research and Applications in Agricultural Engineering, Vol. 57(1), 87-90.
- [22] **MABILLE F., ABECASSIS J. 2003.** Parametric modeling of wheat grain morphology: a new perspective. Journal of Cereal Science, 37, 43-53.
- [23] **MIESZKALSKI L. 2011.** Metoda matematycznego modelowania kształtu bryły ziarna pszenicy za pomocą parametrycznej krzywej przestrzennej i czterowęzłowej siatki. Postępy Techniki Przetwórstwa Spożywczego. Nr 1. Tom 21/38, 41-45.
- [24] **MIESZKALSKI L. 2002.** Metoda modelowania nieregularnych kształtów za pomocą funkcji wielomianowych. Postępy Techniki Przetwórstwa Spożywczego. Nr 1. Tom 11/20, 13-16.
- [25] **MOREDA G.P., MUÑOZ M.A., RUIZ-ALTISENT M., PERDIGONES A. 2012.** Shape determination of horticultural produce using two-dimensional computer vision – A review. Journal of Food Engineering, 108, 245-261.
- [26] **NETO J.C., MEYER G.E., JONES D.D., SAMAL A.K. 2006.** Plant species identification using Elliptic Fourier leaf shape analysis. Computers and Electronics in Agriculture, 50, 121-134.
- [27] **QU H., ZHU Q., GUO M., LU Z. 2010.** Simulation of carbon-based model for virtual plants as complex

- adaptive system*. Journal. Simulation modelling practice and theory. Vol. 18, no. 6, 677-695.
- [28] **SADOWSKA A., ŚWIDERSKI F., KROMOŁOWSKA R. 2011.** *Polifenole – źródło naturalnych przeciwutleniaczy*. Postępy Techniki Przetwórstwa Spożywczego. Nr 1. Tom 21/38, 108-111.
- [29] **SKIERNIEWSKI J., PIĄTKOWSKI Z., ŻEBROWSKI W. 2012.** *Modelowanie zużycia narzędzi w automatycznych liniach produkcyjnych*. Postępy Techniki Przetwórstwa Spożywczego. Nr 2. Tom 22/41, 151-159.
- [30] **STĘPIEŃ B., PASŁAWSKA M., JAŻWIEC B. 2011.** *Wpływ metody suszenia na zdolność do rehydracji suszonej pietruszki*. Inżynieria Rolnicza 4(129), 251-256.
- [31] **STĘPIEŃ B. 2008.** *Wpływ suszenia konwekcyjnego na wybrane cechy mechaniczne i reologiczne korzenia pietruszki*. Inżynieria Rolnicza. Nr 5(103), 267-274.
- [32] **STĘPIEŃ B., PASŁAWSKA M., JAŁOSZYŃSKI K., SURMA M. 2010.** *Przecinanie korzenia pietruszki suszonej różnymi metodami*. Inżynieria Rolnicza. Nr 2(120), 173-180.
- [33] **STĘPIEŃ B., A. MICHALSKI. 2006.** *Zmiany cech mechanicznych zachodzące w trakcie przechowywania suszonej pietruszki*. Inżynieria Rolnicza. Nr 4, 199-206.
- [34] **STĘPIEŃ B. 2006.** *Zmiany wytrzymałości na ściskanie pietruszki suszonej różnymi metodami*. Inżynieria Rolnicza. Nr 4, 191-198.
- [35] **SURMA M., PEROŃ S., KRAJEWSKI M. 2006.** *Wpływ blanszowania na rehydrację pietruszki korzeniowej suszonej sublimacyjnie*. Inżynieria Rolnicza. Nr 4, 223-228.
- [36] **SYKUT B., KOWALIK K., SKRZYPIK W. 2011.** *Stan i tendencje rozwoju rolnictwa ekologicznego w Polsce*. Postępy Techniki Przetwórstwa Spożywczego. Nr 2. Tom 21/39, 107-110.
- [37] **ŚWIETLIKOWSKA K. (red). 2008.** *Surowce spożywcze pochodzenia roślinnego*. Wyd. II uzupełnione. Wydawnictwo SGGW. Warszawa.

MATHEMATICAL MODELING OF THE SHAPE OF PARSLEY ROOT

SUMMARY

This paper presents a mathematical method of modeling the shape of parsley roots. Equations used parametric curves, spatial and Bézier curves. It was found that the proposed models can represent the shape of parsley roots during the machining process simulations.

Key words: parsley roots, shape, mathematical models.