

Ireneusz FECHNER
Stanisław KRZYŻANIAK
Instytut Logistyki i Magazynowania, Poznań

OKREŚLANIE PARAMETRÓW ODNAWIANIA ZAPASÓW W SYSTEMIE sS – PODEJŚCIE MODELOWE

Streszczenie. Jednym z częściej stosowanych sposobów odnawiania zapasów jest system sS, zwany także systemem MIN-MAX. Opiera się on na okresowym przeglądzie stanu zapasów, z tym że decyzja o złożeniu zamówienia zależy od tego, czy w chwili przeglądu dostępny zapas jest równy lub mniejszy od przyjętego poziomu decyzyjnego s . W takim przypadku składane jest zamówienie uzupełniające zapas do poziomu S . W przeciwnym przypadku (w chwili przeglądu zapas jest większy od s), odstępuje się od składania zamówienia. Pozwala to na zmniejszenie kosztów uzupełniania zapasu, ale jednocześnie stwarza większe ryzyko wystąpienia braku w zapasie. Właściwy dobór parametrów sterujących tym systemem (s i S) może być przeprowadzony drogą symulacji. Podejście proponowane w artykule opiera się na modelu opisującym wzajemne relacje pomiędzy oboma parametrami a wskaźnikami poziomu obsługi. Po pełnej weryfikacji model będzie mógł być wykorzystywany w praktyce, także jako wspomaganie bardziej złożonych zagadnień optymalizacyjnych.

DETERMINING PARAMETERS OF THE sS INVENTORY ORDERING SYSTEM – A MODEL APPROACH

Summary. One of the ordering systems, frequently used, is an sS one (also so called a MIN-MAX system). It is based on periodical review, but a decision whether to order or not depends on the current level of inventory position. If it is smaller or equal to established inventory decision level s an order is placed as equal to the difference between level S and current inventory position. Otherwise the order is not placed. Such solution can lead to reduction of replenishment costs, but at the same time it may increase a risk of going out of stock. Proper parameters of the system (s , S) can be established by means of simulation. The approach proposed in the paper is based on a model which describes relationships between both basic parameters of the system and a chosen service level measure. After complete verification, the model can be used in practice, also as a part of more complex optimisation tasks.

1. Wstęp

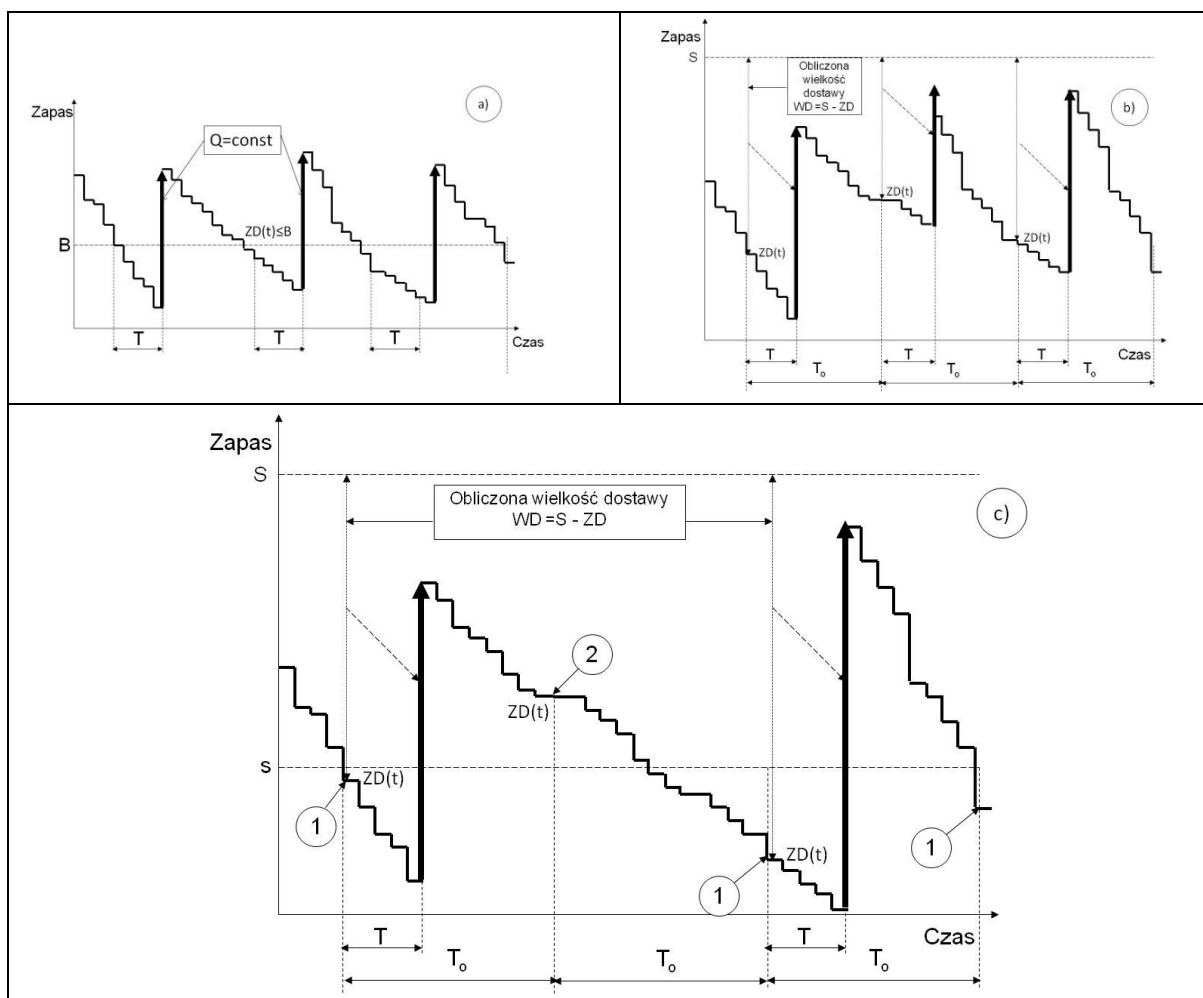
Mimo upowszechniania się różnych koncepcji i rozwiązań pozwalających na ograniczanie zapasów (np. JIT – *Just In Time*, ECR – *Efficient Consumer Response*, VMI – *Vendor Managed Inventory*, CYFR – *Collaborative Planning, Forecasting and Replenishment*), wciąż duże znaczenie mają metody uzupełniania zapasu oparte na klasycznym podejściu, zakładającym, że zapewnienie wymaganego poziomu obsługi opiera się na zapasie zabezpieczającym. W literaturze przedstawiane są najczęściej dwa podstawowe systemy: odnawianie zapasu oparte na tzw. poziomie informacyjnym (w terminologii anglojęzycznej *Reorder Level*, *Reorder Point*) oraz na przeglądzie okresowym.¹ W praktyce rozwiązania te nie wystarczają, a czasem wręcz są niemożliwe do zastosowania. Spowodowane jest to różnymi przyczynami, wśród których można wymienić: minimalne wielkości dostaw, podwyższone koszty transportu w przypadku mniejszych zamówień, duże wielkości jednorazowych wydań, cykle dostaw znacząco różne od optymalnych. Te ograniczenia i uwarunkowania skutkują tworzeniem alternatywnych systemów zamawiania. Trzeba tu jednak zaznaczyć, że w większości stanowią one modyfikację obu podstawowych systemów. Wśród takich wariantowych rozwiązań szczególne znaczenie ma system określany w literaturze jako MIN-MAX.² W literaturze anglosaskiej ten system odnawiania zapasów jest oznaczana jako sS. Opiera się on na trzech parametrach; są to: długość cyklu przeglądu zapasu T_0 , poziom decyzyjny s (MIN) oraz poziom maksymalny S (MAX). Właściwe określenie tych parametrów, zwłaszcza zaś poziomów s oraz S (cykle uzupełnień mogą być narzucone przez dostawcę) nastrocza często sporych problemów stosującym je przedsiębiorstwom. Mimo że ten sposób zamawiania i uzupełniania zapasów (jak również wiele innych wariantowych rozwiązań) jest przewidziany i udostępniany użytkownikom przez dostawców systemów informatycznych wspomagających zarządzanie zapasami (w tym także dużych systemów zintegrowanych), to zazwyczaj parametry te muszą być wprowadzane ręcznie przez operatora.

¹ Sarjusz-Wolski Z.: Sterowanie zapasami w przedsiębiorstwie. PWE, Warszawa 2000.

² Сергеев В.И. (ред.): Корпоративна логистика. Высшая школа экономики, Государственный университет. Москва ИНФРА-М, 2004.

2. Zasada realizacji systemu sS w odniesieniu do dwóch klasycznych modeli odnawiania zapasu

Na rys. 1 pokazano wzajemne relacje pomiędzy dwoma podstawowymi systemami uzupełniania zapasów: opartym na poziomie informacyjnym (1a) oraz opartym na przeglądzie okresowym (1b), z rozpatrywanym w tym artykule systemem sS (1c).



Rys. 1. Podobieństwa i różnice pomiędzy dwoma klasycznymi systemami odnawiania zapasów: opartym na poziomie informacyjnym (a) i opartym na przeglądzie okresowym (b) z omawianym systemem sS (c)

Fig. 1. Similarities and differences between two classical ordering systems: the one based on reorder level (a) and on periodical review (b) and the discussed sS system (c)

Ponieważ w niniejszym artykule zdecydowano się przyjąć właśnie oznaczenie sS, należy wskazać sposób oznaczania (według tej konwencji) obu podstawowych systemów. System oparty na poziomie informacyjnym oznacza się jako BQ (**B** – poziom informacyjny, **Q** – stała

wielkość zamówienia), a system przeglądu okresowego jako ST (S – zapas maksymalny, T – stały cykl przeglądu)³.

Zasada realizacji systemu sS (rys. 1c) jest następująca:

1. Zapas jest przeglądany w stałym cyklu T_o . Każdorazowo określona jest wielkość zapasu dostępnego ZD, przy czym:

Zapas dostępny = (zapas w magazynie) + (wcześniej złożone, jeszcze nie zrealizowane zamówienia) + (zapas w drodze) – (wszelkie rezerwacje).

2. W chwili przeglądu, zamówienie jest składane tylko w przypadku, gdy dostępny zapas jest równy lub mniejszy od przyjętego poziomu decyzyjnego s (rys. 1c – punkty 1).
3. W takim przypadku wielkość zamówienia jest obliczana, jako różnica pomiędzy zapasem maksymalnym S a bieżącym zapasem dostępnym (podobnie jak w klasycznym systemie przeglądu okresowego): $WZ = S - ZD$.
4. Jeśli w chwili przeglądu wielkość zapasu dostępnego jest większa od poziomu decyzyjnego, zamówienie nie zostaje złożone (rys. 1c – punkt 2). Oznacza to, że kolejna możliwość złożenia zamówienia będzie miała miejsce dopiero po upływie kolejnego cyklu przeglądu o długości T_o .

Trzeba wskazać wyraźną różnicę pomiędzy pojęciem i znaczeniem poziomu informacyjnego zapasu B w systemie BQ a poziomem decyzyjnym s w systemie sS. Nieprzypadkowo są one oznaczone w inny sposób. Mimo że w obu przypadkach ich przekroczenie oznacza decyzję o złożeniu zamówienia, to podstawa do ich wyznaczania jest zupełnie inna.

Poziom informacyjny B wyznacza się z zależności:

$$B = P \cdot T + ZB \quad (1)$$

gdzie:

P – średni popyt w przyjętej jednostce czasu (np. popyt dzienny, tygodniowy),

T – czas cyklu uzupełnienia (w uproszczeniu, od złożenia zamówienia do otrzymania dostawy) wyrażony w tych samych przyjętych jednostkach czasu,

ZB – zapas zabezpieczający.

W ogólnym przypadku $ZB = f(POK, P, \sigma_P, T, \sigma_T)$,⁴ przy czym: POK oznacza uogólniony poziom obsługi klienta, σ_P to odchylenie standardowe popytu (względnie standardowy błąd prognozy popytu), a σ_T – odchylenie standardowe czasu cyklu uzupełnienia (odzwiercie-

³ W artykule oparto się na definicjach i oznaczeniach omawianych systemów zamawiania, podanych [w:] Terminology in Logistics. Terms and Definitions. European Logistics Association 1994.

⁴ Krzyżaniak S.: Poziom obsługi w gospodarce zapasami. „Logistyka”, nr 1, 2003; Sarjusz-Wolski Z.: Sterowanie zapasami w przedsiębiorstwie. PWE, Warszawa 2000.

dlające zwłaszcza nieprzewidywalne, losowe opóźnienia dostaw). Wynika stąd, że poziom informacyjny B jest wyznaczony jako gwarantujący wymagany poziom obsługi.

Z kolei poziom decyzyjny s występujący w systemie sS , mimo że podobnie jak B jest wykorzystywany do podejmowania decyzji o złożeniu zamówienia, nie jest (i nie może) być zależny od poziomu obsługi. Nie może, gdyż w wielu przypadkach w chwili przeglądu zapas dysponowany może już być znacząco niższy od s . Parametrem zależnym od poziomu obsługi i gwarantującym jego utrzymanie jest poziom maksymalny S , podobnie jak to ma miejsce w systemie opartym na przeglądzie okresowym ST . W systemie tym S wyznacza się z zależności:

$$S = P \cdot (T + T_o) + ZB \quad (2)$$

W tym przypadku zapas zabezpieczający jest jednak zależny (poza czynnikami wymienionymi wyżej) także od czasu cyklu przeglądu T_o . W rzeczywistości to zabezpieczenie odnosi się jednak do T_o jako czasu cyklu zamówień. W systemie ST oba cykle (przeglądu i zamawiania) są tożsame, czego nie można już powiedzieć o systemie sS . W przypadku klasycznego przeglądu okresowego ST , zależność $S = f(\text{POK}, P, \sigma_P, T, \sigma_T, T_o)$ ma postać:

$$ZB = \omega \cdot \sqrt{\sigma_P^2 \cdot (T + T_o) + P^2 \cdot \sigma_T^2} \quad (3)$$

gdzie ω jest tzw. współczynnikiem bezpieczeństwa.

Należy w tym miejscu określić sposób, w jaki będzie definiowany poziom obsługi. Może on być bowiem rozumiany zarówno jako prawdopodobieństwo obsłużenia (całego) popytu w danym cyklu uzupełnienia zapasu (POP), jak i stopień ilościowej realizacji (SIR).⁵ W dalszych rozważaniach prowadzonych w niniejszym artykule przyjęto pierwszą definicję. Dla rozkładu normalnego związek pomiędzy prawdopodobieństwem obsłużenia popytu a współczynnikiem bezpieczeństwa określa się następująco:

$$POP = \int_{-\infty}^{\omega} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \Phi(\omega) \quad (4)$$

Rozkład normalny dobrze opisuje zmienność popytu dóbr szybko rotujących i dlatego ta zależność została tu przyjęta. W rzeczywistości dolna granica całkowania we wzorze (4) powinna być równa 0 (wykluczenie ujemnego popytu), jednak dla dóbr szybko rotujących, o stosunkowo wysokim popycie średnim można przyjąć, że zachodzi:

⁵ Krzyżaniak S.: Poziom..., op.cit.

$$\int_0^{\omega} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}} dz \approx \int_{-\infty}^{\omega} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}} dz.$$

W dalszych rozważaniach tego artykułu przyjęto też założenie, że $\sigma_T \approx 0$ (brak opóźnień dostaw), stąd:

$$ZB = \omega \cdot \sqrt{\sigma_P^2 \cdot (T + T_o)} \quad (5)$$

Rysunek 1c pokazuje, że w przypadku stosowania systemu sS, cykl składania zamówień może w pewnych przypadkach (zachodzących z określonym prawdopodobieństwem) być równy $2T_o$. Wynika z tego, że w takim przypadku parametr **S** nie może być wyznaczany wprost z formuł (2) lub (3). Rozważania odnoszące się do tej kwestii zostaną przedstawione w dalszej części artykułu.

3. Przesłanki stosowania systemu sS stanowiące jednocześnie uwarunkowania dla określania poziomu decyzyjnego s

Powstaje pytanie: dlaczego w ogóle wprowadza się poziom s? Co wymusza taką modyfikację klasycznego systemu przeglądu okresowego? Można tu wskazać kilka przyczyn. Na przykład:

1. Wielkość zamówienia, obliczana formułą $WZ = S - ZD$, może być czasem mniejsza od pewnej granicznej, „nieprzekraczalnej” wielkości zamawianej partii WM_1 (minimum produkcyjne lub logistyczne), przy narzuconym cyklu zamawiania T_o .
2. Obliczona wielkość zamówienia WZ może być mniejsza od pewnej granicznej wielkości zamawianej partii WM_2 , której niedotrzymanie może oznaczać znacząco większe koszty: np. koszty transportu (ponoszone przez dostawcę przy większych zamówieniach) lub wynikające z wyższej ceny (brak rabatu przysługującego przy większych zamówieniach).
3. Ustalony (narzucony) cykl możliwych zamówień T_o może być istotnie krótszy od cyklu przeglądu (i zamówień) wynikającego z obliczonej ekonomicznej (średniej) wielkości dostawy.

Z powyższego wynika, że poziom decyzyjny s powinien być wyznaczany przede wszystkim na podstawie kryteriów ekonomicznych.

4. Podstawowe zależności pomiędzy parametrami systemu sS przy założeniu dotrzymania ustalonego poziomu obsługi

W artykule, jako podstawowy warunek determinujący poziomy parametrów s oraz S przyjęto zachowanie wymaganego poziomu obsługi. W praktyce można założyć, że oba te parametry nie są niezależne. Przyjmując wymienione w punkcie 2 przyczyny (zwłaszcza 1. lub 2.) wprowadzenia poziomu decyzyjnego i zastosowania systemu sS zamiast klasycznego ST, można założyć, że:

$$S - s = A = \text{const},$$

gdzie np. A może być równe WM_1 lub WM_2 .

W dalszych zależnościach zachowano jednak tę wielkość w postaci różnicy $S - s$, dla zachowania ogólności rozważań.

Skoro jako kluczowy warunek przyjęto zachowanie określonego poziomu obsługi POP, należy ten wskaźnik określić dla specyficznych warunków systemu sS. Ponieważ wprowadzenie parametru s oznacza możliwość „opuszczenia” jednego cyklu zamawiania, poziom obsługi POP należy obliczyć jako prawdopodobieństwo całkowite:

$$POP = POP_A \cdot p_A + POP_B \cdot p_B \quad (6)$$

Przez A oznaczono zdarzenie: w chwili przeglądu dostępny zapas jest równy lub niższy od przyjętego poziomu decyzyjnego s i zamówienie zostaje złożone. POP_A oznacza poziom obsługi (prawdopodobieństwo obsłużenia popytu) dla tego zdarzenia, a p_A prawdopodobieństwo, że ono zajdzie. Zgodnie z formułą (4):

$$POP_A = \int_{-\infty}^{\omega_A} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \Phi(\omega_A) \quad \text{gdzie} \quad \omega_A = \frac{S - P \cdot (T + T_o)}{\sigma_p \cdot \sqrt{T + T_o}} \quad (7)$$

Wielkość ω_A jest współczynnikiem bezpieczeństwa dla tego przypadku.

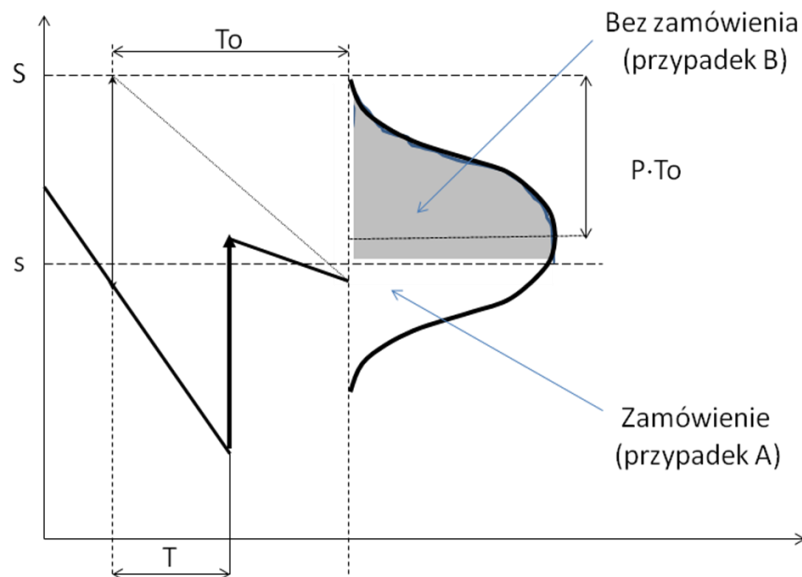
Z kolei B oznacza zdarzenie: w chwili przeglądu dostępny zapas ZD jest wyższy od przyjętego poziomu s i zamówienie nie zostaje złożone. W tym przypadku POP_B jest poziomem obsługi (prawdopodobieństwem obsłużenia popytu) dla zdarzenia B , a p_B prawdopodobieństwem, że takie zdarzenie zajdzie. Złożenie zamówienia nastąpi tu dopiero po kolejnym przeglądzie, czyli po upływie kolejnego cyklu o długości T_o . Wtedy:

$$POP_B = \int_{-\infty}^{\omega_B} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \Phi(\omega_B) \quad \text{gdzie} \quad \omega_B = \frac{S - P \cdot (T + 2 \cdot T_o)}{\sigma_p \cdot \sqrt{T + 2 \cdot T_o}} \quad (8)$$

przy czym ω_B jest odpowiednio współczynnikiem bezpieczeństwa dla tego przypadku.

Założono tu, że prawdopodobieństwo opuszczenia dwóch kolejnych cykli zamówień jest bardzo małe i nie uwzględniono tego w modelu – $\Phi \left[\frac{S - P \cdot (T + 3 \cdot T_0)}{\sigma_p \cdot \sqrt{T + 3}} \right] \approx 0$.

Ilustrację takiego podejścia przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Ilustracja prawdopodobieństwa składania i nieskładania zamówienia w systemie sS
Fig. 2. Illustration of probability of placing and not placing an order in the sS system

Przystępując do wyznaczenia prawdopodobieństw p_A i p_B , w pierwszym przybliżeniu można przyjąć, co następuje:

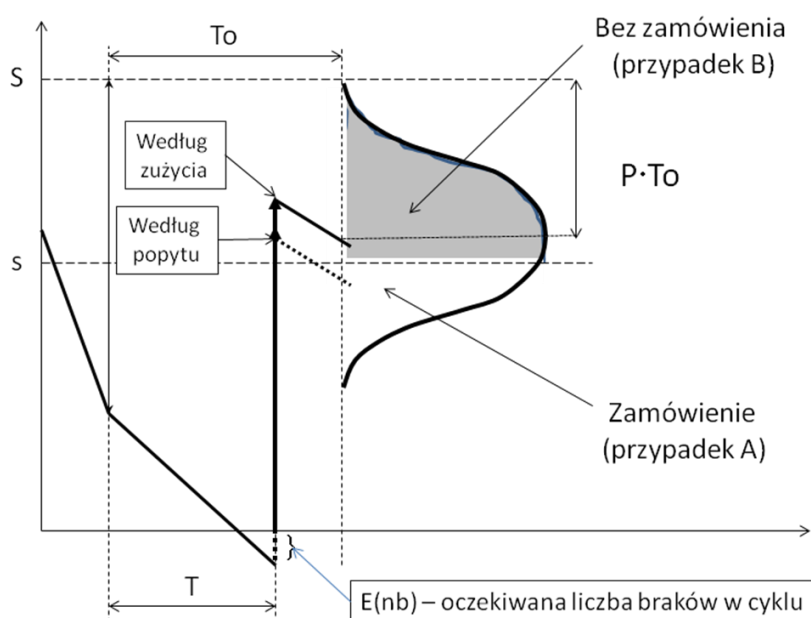
p_B – jako prawdopodobieństwo, że popyt w cyklu T_0 będzie mniejszy od $(S - s)$ i zamówienie nie zostanie złożone (w chwili przeglądu stan zapasu dostępnego $ZD > s$) wyznacza się z zależności:

$$p_B = \int_{-\infty}^{w_B} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \Phi(w_B) \quad \text{gdzie} \quad w_B = \frac{(S - s) - P \cdot T_0}{\sigma_p \cdot \sqrt{T_0}} \quad (9)$$

p_A – prawdopodobieństwo, że popyt w cyklu T_0 będzie większy lub równy od $(S - s)$ i zamówienie zostanie złożone (w chwili przeglądu $ZD \leq s$) jest równe: $p_A = 1 - p_B$.

5. Uwzględnienie w modelu oczekiwanej liczby braków

Porównanie wyników otrzymanych przy zastosowaniu powyższego modelu z wynikami przeprowadzonych symulacji wykazują jednak znaczące różnice, szczególnie dla niskich wartości s . Bardziej szczegółowa analiza zagadnienia wskazuje na konieczność uwzględnienia w modelu występujących okresowo braków w zapasie, mogących przekładać się na tzw. popyt odłożony. Dzieje się tak dlatego, że – w rzeczywistości – o relacji bieżącego zapasu dostępnego względem poziomu decyzyjnego s (w chwili przeglądu), decyduje nie tyle wielkość popytu, co wielkość rzeczywistego wydania w poprzednim okresie. Ilustruje to rys. 3.

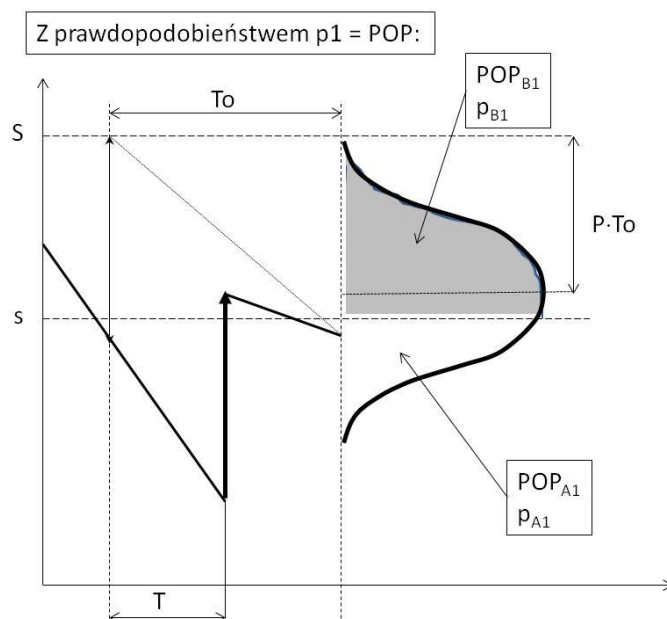


Rys. 3. Ilustracja prawdopodobieństwa składania i nieskładania zamówienia przy uwzględnieniu braków w zapasie

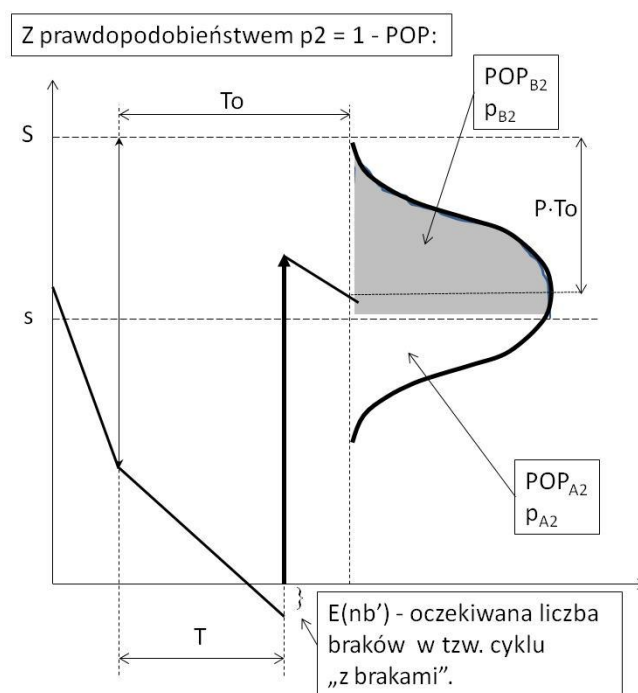
Fig. 3. Illustration of probability of placing and not placing an order taking into consideration shortages

Należy przeanalizować odrębnie dwa przypadki:

1. Rozpatrywany cykl następuje po cyklu, w którym nie wystąpił brak w zapasie (rys. 4). Prawdopodobieństwo wystąpienia takiego cyklu jest równe $p_1 = POP$. Ponieważ w poprzednim cyklu nie wystąpił brak zapasu, nie wprowadza się korekty „popyt – wydania”.



Rys. 4. Ilustracja poziomów obsługi i prawdopodobieństw ich zajścia w przypadku, gdy w poprzednim cyklu nie wystąpił brak w zapasie
 Fig. 4. Illustration of service levels and probabilities of their occurrence in case there has been no shortage (no stock-out situation) in the preceding cycle



Rys. 5. Ilustracja poziomów obsługi i prawdopodobieństw ich zajścia w przypadku, gdy w poprzednim cyklu wystąpił brak w zapasie
 Fig. 5. Illustration of service levels and probabilities of their occurrence in case there has been shortage (a stock-out situation) in the preceding cycle

Poniżej określono prawdopodobieństwa złożenia bądź niezłożenia zamówienia, uwarunkowane wystąpieniem bądź niewystąpieniem braku zapasu w poprzednim cyklu.

Tabela 1

Prawdopodobieństwo	złożenia zamówienia	niezłożenia zamówienia
	$p(ZD \leq s)$	$p(ZD > s)$
Pod warunkiem, że:	w danym cyklu przeglądu	
w poprzednim cyklu nie wystąpił brak w zapasie ($p1 = POP$)	P_{A1}	P_{B1}
w poprzednim cyklu wystąpił brak w zapasie ($p2 = 1 - POP$)	P_{A2}	P_{B2}

Przypadek 2 (w poprzednim cyklu wystąpił brak w zapasie) wymaga uwzględnienia wielkości braku, który wystąpił w tym cyklu (korekta poziomu S). Należy jednak zauważyć, że oczekiwana liczba braków nie powinna być obliczana jako średnia dla wszystkich cykli dostaw, a jedynie dla tych, w których wystąpi brak. Wielkość tę określono jako $E(nb')$. Proponuje się obliczać ją z następującej formuły:

$$E(nb') = \left\{ POP \cdot \left[\frac{E(nb_{A1}) \cdot p_{A1}}{1 - POP_{A1}} + \frac{E(nb_{B1}) \cdot p_{B1}}{1 - POP_{B1}} \right] + (1 - POP) \cdot \left[\frac{E(nb_{A2}) \cdot p_{A2}}{1 - POP_{A2}} + \frac{E(nb_{B2}) \cdot p_{B2}}{1 - POP_{B2}} \right] \right\} \cdot (1 - r), \quad (10)$$

gdzie:

$$E(nb_{A1}) = I(\omega_{A1}) \cdot \sigma_P \cdot \sqrt{T + T_o} \quad (11)$$

- oczekiwana liczba braków w przypadku złożenia zamówienia (długotrwałość cyklu – T_o), jeśli w poprzednim cyklu nie wystąpił brak w zapasie

$$E(nb_{A2}) = I(\omega_{A2}) \cdot \sigma_P \cdot \sqrt{T + T_o} \quad (12)$$

- oczekiwana liczba braków w przypadku złożenia zamówienia (długotrwałość cyklu – T_o), jeśli w poprzednim cyklu wystąpił brak w zapasie

$$E(nb_{B1}) = I(\omega_{B1}) \cdot \sigma_P \cdot \sqrt{T + 2 \cdot T_o} \quad (13)$$

- oczekiwana liczba braków w przypadku niezłożenia zamówienia (długotrwałość cyklu – $2T_o$), jeśli w poprzednim cyklu nie wystąpił brak w zapasie

$$E(nb_{B2}) = I(\omega_{B2}) \cdot \sigma_P \cdot \sqrt{T + 2 \cdot T_o} \quad (14)$$

- oczekiwana liczba braków w przypadku niezłożenia zamówienia (długotrwałość cyklu – $2T_o$), jeśli w poprzednim cyklu wystąpił brak w zapasie.

Natomiast r jest wskaźnikiem stopnia uwzględnienia odłożonego popytu:

$r = 0$ – popyt niezaspokojony jest całkowicie tracony,

$r = 1$ – popyt niezaspokojony jest całkowicie pokrywany w kolejnym cyklu.

Formuły służące wyznaczaniu odpowiednich poziomów obsługi oraz prawdopodobieństw ich wystąpienia można określić następująco:

1. Dla przypadku 1 (rys. 4):

$$POP_{B1} = \Phi(\omega_{B1}) = \Phi \left[\frac{S - P \cdot (T + 2 \cdot T_o)}{\sigma_p \cdot \sqrt{T + 2 \cdot T_o}} \right] \quad (15)$$

$$p_{B1} = \Phi \left(\frac{S - s - P \cdot T_o}{\sigma_p \cdot \sqrt{T_o}} \right) \quad (16)$$

$$POP_{A1} = \Phi(\omega_{A1}) = \Phi \left[\frac{S - P \cdot (T + T_o)}{\sigma_p \cdot \sqrt{T + T_o}} \right] \quad (17)$$

$$p_{A1} = 1 - p_{B1} \quad (18)$$

2. Dla przypadku 2 (rys. 5):

$$POP_{B2} = \Phi(\omega_{B2}) = \Phi \left[\frac{S + E(nb') - P \cdot (T + 2 \cdot T_o)}{\sigma_p \cdot \sqrt{T + 2 \cdot T_o}} \right] \quad (19)$$

$$p_{B2} = \Phi \left(\frac{S + E(nb') - s - P \cdot T_o}{\sigma_p \cdot \sqrt{T_o}} \right) \quad (20)$$

$$POP_{A2} = \Phi(\omega_{A2}) = \Phi \left[\frac{S + E(nb') - P \cdot (T + T_o)}{\sigma_p \cdot \sqrt{T + T_o}} \right] \quad (21)$$

$$p_{A2} = 1 - p_{B2} \quad (22)$$

Podzielenie we wzorze (10) oczekiwanych liczb braków $E(nb_{A1})$, $E(nb_{A2})$, $E(nb_{B1})$, $E(nb_{B2})$ odpowiednio przez wyrażenia $(1-POP_{A1})$, $(1-POP_{A2})$, $(1-POP_{B1})$, $(1-POP_{B2})$ wyznacza oczekiwane liczby braków dla cykli, w których braki wystąpiły.

Modyfikacje wprowadzone w modelu, polegające na uwzględnieniu konsekwencji wynikających z możliwości powstawania braków w zapasie powodują, że formuła (6) przyjmuje postać:

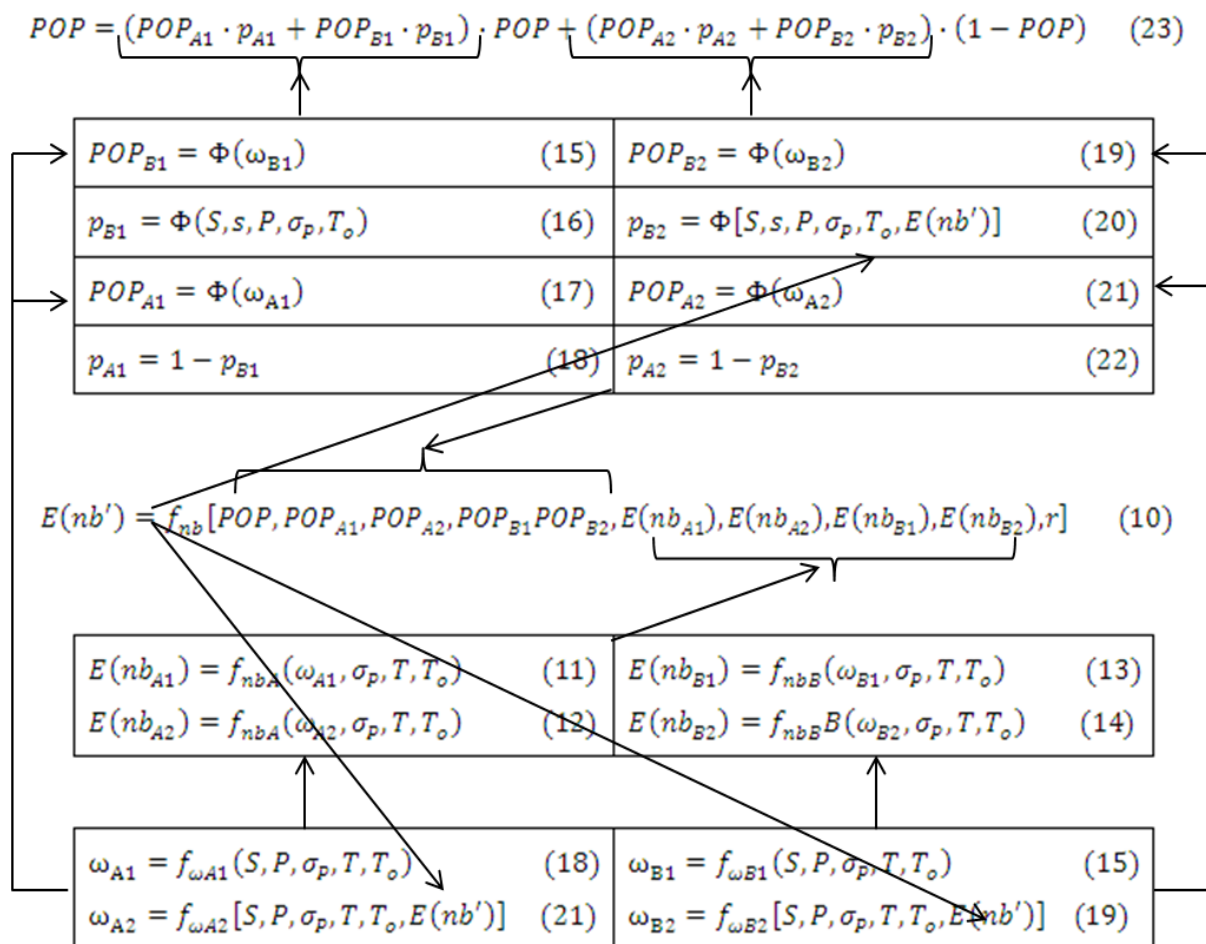
$$POP = (POP_{A1} \cdot p_{A1} + POP_{B1} \cdot p_{B1}) \cdot POP + (POP_{A2} \cdot p_{A2} + POP_{B2} \cdot p_{B2}) \cdot (1 - POP) \quad (23)$$

gdzie POP_{A1} , p_{A1} , POP_{B1} , p_{B1} , POP_{A2} , p_{A2} , POP_{B2} i p_{B2} wskazano na rysunkach 4 i 5 oraz określono formułami (15) – (22).

6. Weryfikacja modelu

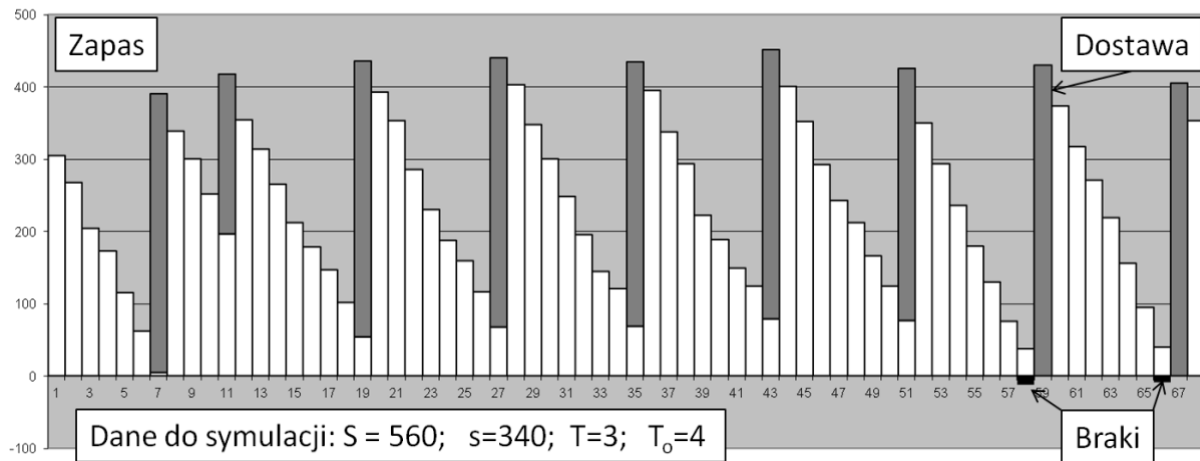
Na rys. 6 pokazano wzajemne zależności pomiędzy poszczególnymi równaniami i formułami wchodzącymi w skład modelu.

Rysunek 6 wskazuje na duży stopień ich współzależności. Powoduje to, że praktyczne zastosowanie modelu nie jest zadaniem łatwym. Podjęto próbę jego implementacji w arkuszu kalkulacyjnym EXCEL i rozwiązania postawionego zadania metodą kolejnych iteracji. Dla przykładowych danych ($P = 50$, $\sigma_P = 10$, $T_o = 4$, $T = 3$ oraz $A = S - s = 220$) określono zależność $POP = f(S)$. Jednocześnie dla tych samych wartości parametrów przeprowadzono symulację, korzystając z autorskiej aplikacji (w arkuszu EXCEL) do symulowania wybranych systemów odnawiania zapasów w warunkach losowych zmian popytu (rys. 7).



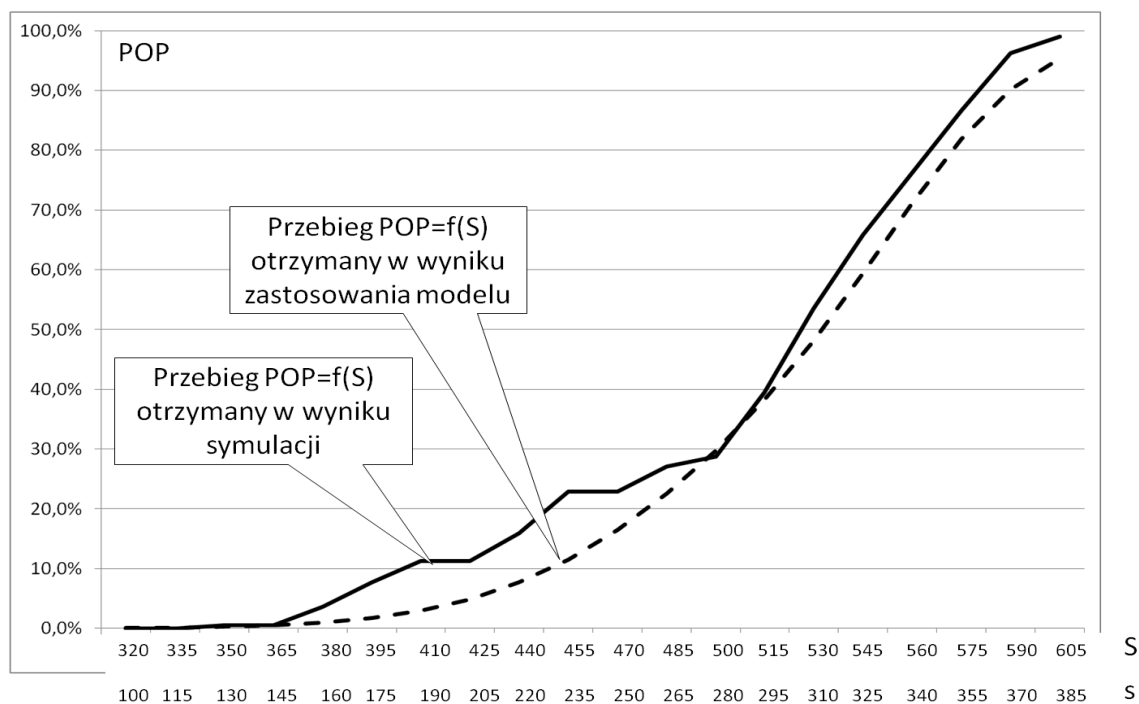
Rys. 6. Ilustracja współzależności równań i formuł wchodzących w skład modelu

Fig. 6. Illustration of interdependences of equations and formulas being part of the model



Rys. 7. Przykładowy obraz ilustrujący wyniki symulacji odnawiania zapasu w systemie sS
 Fig. 7. Presentation of results of an exemplary simulation of the sS system

Wyniki otrzymane drogą symulacji i przy wykorzystaniu modelu przedstawiono na rys. 8. Porównanie obu przebiegów wskazuje na pewne odstępstwa wyników otrzymanych z modelu i tych uzyskanych drogą symulacji.



Rys. 8. Porównanie wyników badań wpływu parametrów s i S na poziom obsługi otrzymanych drogą symulacji i przy zastosowaniu przedstawionego modelu
 Fig. 8. Comparison of results of tests showing influence of s and S parameters on the service level achieved by means of simulation and using the proposed model

7. Podsumowanie

Przedstawiony model opisuje zależności określające związki pomiędzy parametrami systemu odnawiania zapasów sS (poziom maksymalny S , poziom minimalny s , czas cyklu przeglądu T_0 i czas cyklu uzupełnienia zapasu T) a poziomem obsługi, rozumianym jako prawdopodobieństwo obsłużenia popytu POP w cyklu uzupełnienia zapasu. Zaproponowane podejście pozwala również na przedstawienie modelu określającego wpływ tych parametrów na stopień ilościowej realizacji, jako alternatywnego sposobu definiowania poziomu obsługi.

Istotne znaczenie w budowie modelu ma uwzględnienie efektu powstających braków na przyjęte zależności. Trzeba jednak zauważyć, że jakkolwiek pozwala to na pełniejsze odzwierciedlenie rzeczywistych zjawisk, to jednocześnie utrudnia rozwiązanie problemów na podstawie modelu. Nie czyni jednak tego niemożliwym. Podjęte próby rozwiązań opartych na podejściu iteracyjnym (w arkuszu kalkulacyjnym EXCEL) wskazują na możliwości jego praktycznego wykorzystania. Zastosowania praktyczne modelu obejmować mogą także optymalizację parametrów systemu ze względu na kryteria kosztowe (np. łączne koszty uzupełniania, utrzymania i braku zapasu).

Odnosząc się do założeń poczynionych przy budowie przedstawionego modelu, należy stwierdzić, że uwzględnienie zmienności losowej czasu cyklu uzupełnienia zapasu nie wpłynie na charakter relacji (jeśli tylko nie wprowadzi to zmiany w typie rozkładu popytu w cyklu uzupełnienia zapasu⁶). Rozszerzy się jedynie postać niektórych formuł. Jeśli chodzi o przyjęty typ rozkładu dla zmiennego losowo popytu, to przedstawiona w artykule postać modelu i jego poszczególnych składowych odnosi się do przypadku dóbr szybko rotujących, dla których rozkład popytu w przyjętej jednostce czasu może być opisany rozkładem normalnym. W przypadku pozycji wolno rotujących (np. części zamienne) należałoby zmodyfikować postać części formuł poprzez wprowadzenie funkcji odpowiadających na przykład rozkładowi Poissona.

Model wymaga dalszych weryfikacji – zarówno w warunkach zastosowań praktycznych, jak i poprzez dalsze badania symulacyjne.

Bibliografia

1. Сергеев В.И. (ред.): Корпоративна логистика. Высшая школа экономики, Государственный университет. Москва ИНФРА-М, 2004.
2. Krzyżaniak S.: Poziom obsługi w gospodarce zapasami. „Logistyka”, nr 1, 2003.

⁶ Krzyżaniak S.: Wpływ zmienności czasu cyklu uzupełnienia zapasu na poprawność wnioskowania o zależności pomiędzy zapasem zabezpieczającym a poziomem obsługi. „Logistyka”, nr 2, 2009.

3. Krzyżaniak S.: Wpływ zmienności czasu cyklu uzupełnienia zapasu na poprawność wnioskowania o zależności pomiędzy zapasem zabezpieczającym a poziomem obsługi. „Logistyka”, nr 2, 2009.
4. Sarjusz-Wolski Z.: Sterowanie zapasami w przedsiębiorstwie. PWE, Warszawa 2000.
5. Terminology in Logistics. Terms and Definitions. European Logistics Association, 1994.

Abstract

The model presented in the paper describes dependences determining relations between main parameters of the sS inventory replenishment system (ie. maximal stock S , minimal stock/decision level s , review cycle T_o and replenishment lead time T) and service level, defined here as probability of not going out of stock within replenishment lead time (so called event-oriented performance criterion). Proposed approach enables also developing a similar model referring to the other alternative definition of service level – quantity-oriented performance measure.

The essential feature of the developed model is that it takes into account number of missing items (shortage level), resulting from a stock-out situation. It has to be noted, however, that although this reflects the reality in a better way, on the other hand it makes solving practical problems more complicated, yet still feasible. Some attempts taken to solve exemplary problems by iterative approach to the model (using EXCEL sheet) indicate feasibility of its practical applications. Such applications may also embrace optimisation of system parameters with regard to cost criteria (eg. total cost of stock replenishment and carrying as well as stock-out costs)

Referring to the assumptions made for the development of the presented model, it has to be noted that considering variability of the replenishment lead time will not have any significant influence on the relations between formulas consisting the model (provided, this does not change the nature of demand distribution over the replenishment lead time). This will only require modification of some of the formulas. What concerns the assumed type of demand distribution (the normal distribution) it has to be observed that thus the concrete formulas relate to fast moving goods, where the normal distribution is adequate. In case of slow moving items (eg. spare parts) the respective formulas would have to be modified by using other distributions (eg. Poisson).

The model requires further tests and verification – both in practical applications, as well by using simulation tests.