

**Andrzej Kobielski**  
Politechnika Krakowska  
Instytut Pojazdów Szynowych

**Sławomir Drapik**  
ZUE Kraków

**Janusz Prusak**  
Politechnika Krakowska  
Instytut Elektromechanicznych Przemian Energii

## Niektóre problemy metodyki badań obciążeń wybranej kolejowej podstacji trakcyjnej metodą szeregów czasowych

*W artykule przedstawiono kontynuację analiz dotyczących oceny zmienności obciążeń wybranych kolejowych podstacji trakcyjnych. Następnie przypomniano niektóre uzyskane wyniki dla jednej z nich. W dalszej części artykułu odniesiono się do adekwatności przyjętego modelu i jego parametrów w świetle aproksymacji wartości średnich obciążenia podstacji wielomianami wysokiego stopnia. Stwierdzono potrzebę kontynuacji podjętych badań celem znalezienia bardziej adekwatnego sposobu aproksymacji charakterystyk analizowanych obciążeń trakcyjnych.*

### 1. Wprowadzenie

W przypadku pojazdów trakcji elektrycznej lub tramwajowej energia do celów napędowych, jak i wszystkich pozostałych jest przetwarzana i dostarczana za pośrednictwem podstacji trakcyjnych. Koszty inwestycyjne, a następnie eksploatacyjne dotyczące wspomnianych podstacji mogą mieć istotne znaczenie dla wyboru rodzaju trakcji (elektryczna, spalinowa) dla danej linii. Jak już wspomniano we wcześniejszych publikacjach np. [4] stosowane metody projektowe dla podstacji trakcyjnych są właściwe, ale niekoniecznie optymalne. Warto z tego względu podejmować działania badawcze, które pozwolą uczynić elektryczny transport szynowy jeszcze bardziej konkurencyjnym na rynku przewozów pasażerskich i towarowych.

Znajomość przebiegu obciążenia podstacji trakcyjnej, szczególnie na etapie jej projektowania, jest zagadnieniem niezwykle istotnym ze względu m.in. na wybór aparatury przetwórczej obwodu głównego, czy też urządzeń zabezpieczających. Może to również mieć znaczenie dla oceny wielkości zużycia energii oraz formułowania strategii jej zakupu dla potrzeb trakcyjnych. Analizowanie tych obciążeń na podstawie wyników pomiarowych uzyskanych dla istniejących już podstacji pozwala zorientować się w ich specyfice i naturze. Stosowanie bardziej zaawansowanych metod badawczych umożliwia opis ocenianej wielkości, np. za pomocą szerszego spektrum obiektywnych wskaźników matematycznych. Autorzy niniejszego referatu w kilku wcześniejszych publikacjach [1-4,6] prezentowali już część wyników związanych z tym zagadnieniem. Przedstawiona poniżej analiza stanowi kontynuację podjętej tematyki.

### 2. Wyniki identyfikacji obciążenia kolejowej podstacji B [6]

Analizie poddano wyniki pomiarów obciążeń kolejowej podstacji **B**. Jest to jedna z trzech podstacji, która zasilą duży węzeł komunikacyjny w Małopolsce. Przedstawione poniżej wyniki jej badań są kontynuacją opisanych we wcześniejszych pracach [1-4,6].

Podstacje **P** i **R** nie zostały w tym artykule uwzględnione z kilku istotnych powodów. Jeden z nich to ograniczenia objętościowe dotyczące edycji. Drugi powód to taki, że specyfika i charakterystyki obciążeń tych podstacji są zbliżone ze względu na ich bezpośrednią współpracę przy zasilaniu tego samego węzła komunikacyjnego. W związku z tym rezultaty i uwagi końcowe przedstawione w niniejszym artykule wskazują na bezcelowość realizacji bardzo pracochłonnych, licznych eksperymentów cyfrowych.

Do obliczeń wykorzystano pomiary obciążeń trakcyjnych dokonywanych w czasie trwania szczytu przewozowego porannego (godz. 6.00-8.00). Dla potrzeb wspomnianej analizy ww. obciążenia trakcyjne zostały przekształcone poprzez zmniejszenie ich częstotliwości próbkowania z wartości 2 kHz (rzeczywista częstotliwość pomiarów) do kilku mniejszych wartości częstotliwości. Zabiegi te miały na celu m.in. zmniejszenie pojemności danych do obróbki matematycznej. Próbkowanie 2-godzinnego szczytu z częstotliwością 2 kHz powoduje, że zbiór zarejestrowanych danych zawiera  $1,44 \times 10^7$  elementów. Konieczność ta wynikała z własności dysponowanych przez autorów niniejszej pracy czasowego,

środków hardware'owych i software'owych. Zaprezentowane poniżej wyniki analiz wskazują wpływ takiego postępowania na uzyskiwane rezultaty w zakresie parametrów modeli szeregów czasowych.

W niniejszej pracy przedstawiono wyniki badań przekształconych (przetworzonych) przebiegów o częstotliwości 1Hz, 10Hz oraz 50Hz.

Dane do analizy dla wybranych częstotliwości przygotowano wg dwóch procedur w każdym przypadku. Pierwszy z nich polegał na obliczeniu wartości średnich z przedziałów czasowych wynikających z założonych częstotliwości. Zaś w wariancie drugim brano pod uwagę wartości maksymalne z tych samych przedziałów.

W uprzedniej pracy autorów niniejszego artykułu [6] wykazano, iż z prawdopodobieństwem 0,95 przebieg obciążenia kolejowej podstacji trakcyjnej **B** można opisać za pomocą szeregu czasowego w postaci procesu autoregresji drugiego rzędu – **AR(2)**, lub w postaci ogólniejszej jako proces **ARIMA(2,0,0)**

Model autoregresji rzędu  $p$  oznaczany symbolem **AR(p)**, opisany równaniem:

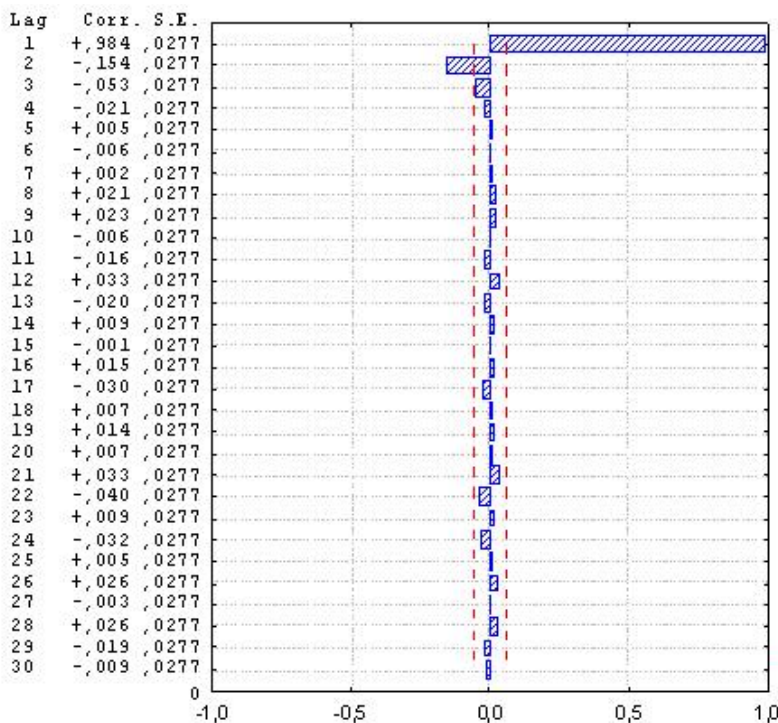
$$x_t = c_1 + \varphi_1 x_{t-1} + \varphi_2 x_{t-2} + \dots + \varphi_p x_{t-p} + a_t \quad (1)$$

gdzie:

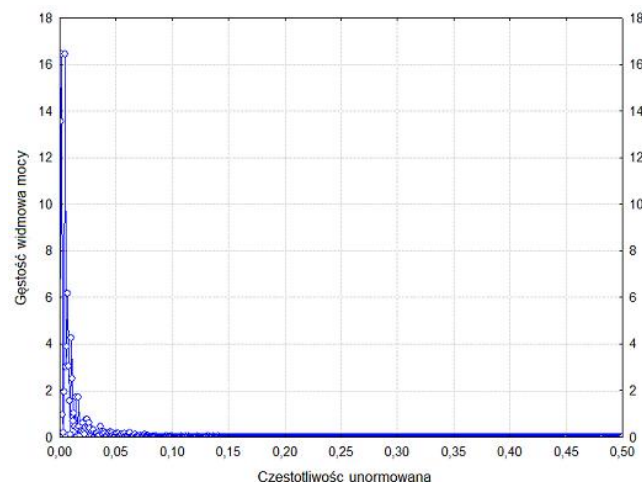
$c_1$  - stała,

$\varphi_n$  - współczynniki wagowe modelu szeregu czasowego,  $n \leq p$ ,

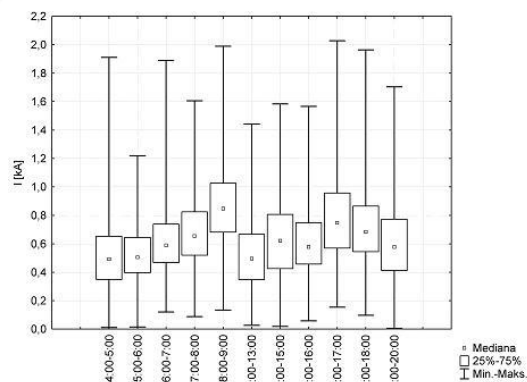
$a_t$  - nieskorelowana zmienna losowa o rozkładzie normalnym  $(0, \sigma_a^2)$ , tzw. biały szum.



Rys.1. Funkcja autokorelacji cząstkowej przebiegu obciążenia podstacji **B** [6].



Rys.2. Periodogram obciążenia podstacji trakcyjnej **B** (szczyt poranny) [7].



Rys.3. Wykres skrzynkowy obciążenia prądowego podstacji trakcyjnej **B** w godz. 04.00-20.00 [1,2,4].

W artykule zachowano symbolikę angielską stosowaną w literaturze: model **AR** (AutoRegressive model – model autoregresji), model **ARIMA** (AutoRegressive-Integrated Moving Average model – skalkowany model autoregresji i średniej ruchomej).

Na powyższym rys.3 przedstawiono wykres skrzynkowy obciążenia prądowego podstacji trakcyjnej **B** w godz. 04.00-20.00. Analizowany poranny szczyt przewozowy jest zaznaczony kłamarą.

Jednym ze skutecznych sposobów oceny własności statystycznych populacji wyników pomiarów jest wykorzystanie tzw. wykresów skrzynkowych (Rys.3), zwanych też w literaturze polskiej jako pudełkowe lub „skrzynką z wąsami” (ang. *Box-and-Whisker Plot, Boxplot*), których twórcą był J.W. Tukey („*Exploratory Data Analysis*”, Addison-Wesley, MA 1977).

Wykresy te, prócz informacji statystycznych, pozwalają także na interpretację graficzną wyników pomiarów.

Cechą charakterystyczną wykresów skrzynkowych jest przedstawienie w zwartej graficznej postaci usytuowanie 50% wyników pomiarów ograniczonych wymiarem pionowym „skrzynki” względem mediany (kwadrat w jej środku) i zarejestrowanych ekstremalnych wartości pomiarowych, zwanych „wąsami”.

### 3. Analiza adekwatności modelu i jego parametrów w świetle aproksymacji wielomianowej

Poniższa analiza dotyczy modelu wyjściowego obciążenia kolejowej podstacji **B** zidentyfikowanego jako model autoregresji rzędu drugiego **AR(2)**. Przy czym podstawowym zadaniem autorów niniejszego artykułu było wyznaczenie wartości współczynników modelu, w szczególności zaś – podobieństwa charakteru procesu na podstawie m.in. wykresów funkcji autokorelacji cząstkowej odniesionych do bazowego wykresu zamieszczonego na rys.1.

Zgodnie z założeniem (rozdz.2) analiza była przeprowadzona na plikach przekształconych (przetworzonych) przebiegów obciążenia trakcyjnego podstacji **B** o częstotliwościach 1Hz, 10Hz oraz 50Hz a do ich aproksymacji wybrano w pierwszej kolejności aproksymację wielomianową stopnia 16-go oraz 32-go.

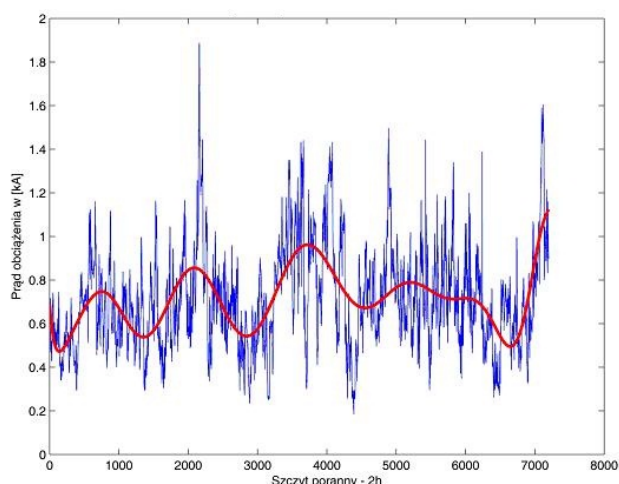
Poniżej przedstawiono stosowne przypadki założone przez autorów do weryfikacji samej metody badań a w szczególności efektywności aproksymacji wielomianami wysokiego stopnia:

- częstotliwość 1 Hz, wielomian stopnia 16-go,
- częstotliwość 1 Hz, wielomian stopnia 32-go,
- częstotliwość 10 Hz, wielomian stopnia 16-go,
- częstotliwość 10 Hz, wielomian stopnia 32-go,
- częstotliwość 50 Hz, wielomian stopnia 16-go,
- częstotliwość 50 Hz, wielomian stopnia 32-go.

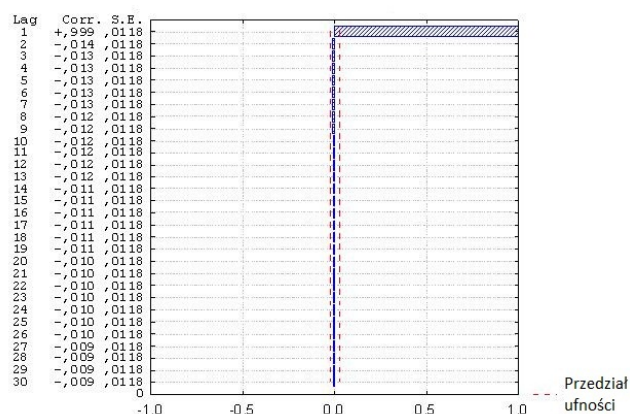
Na poniższych wykresach o numeracji parzystej (rys.4, 6, 8,10, 12 i 14) przedstawiono przebieg

aproksymowanej średniej wartości obciążenia podstacji **B** (krzywa ciągła) na tle ciągu pomiarowego w szczycie porannym (godz. 6.00 – 8.00).

#### Przypadek a)



Rys.4. Aproksymacja średniej wartości obciążenia podstacji **B** dla częstotliwości 1 Hz wielomianem stopnia 16-go.



Rys.5. Funkcja autokorelacji cząstkowej aproksymowanej średniej wartości obciążenia podstacji **B** dla częstotliwości 1 Hz wielomianem stopnia 16-go.

Identyfikacja przebiegu aproksymowanej średniej wartości obciążenia podstacji **B** (rys.4) jako szeregu czasowego dała w wyniku oszacowanie jej jako procesu autoregresji rzędu 1-go, **AR(1)** - (rys.5), którego jeden z parametrów modelu szeregu czasowego opisanego wzorem (1) jest równy  $\varphi_1 = 0,999929$ .

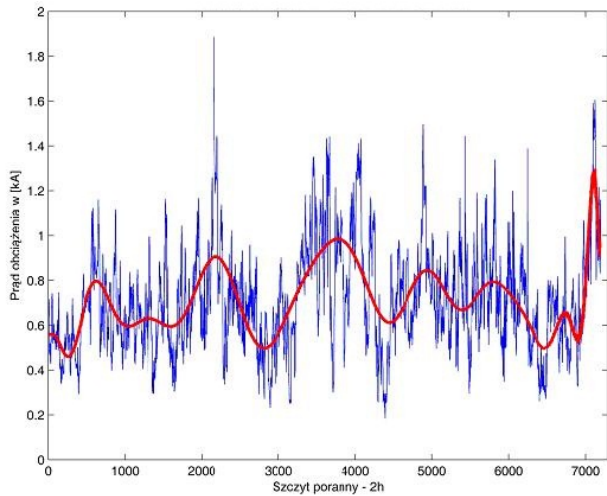
Dla potwierdzenia tego faktu przeprowadzono eksperyment polegający na założeniu, że przebieg powyżej aproksymowanej średniej wartości obciążenia podstacji jest modelem **AR(2)**. W wyniku zastosowania stosownej procedury pakietu **STATISTICA** uzyskano następujące wartości parametrów tego modelu:  $\varphi_1 = 0,997054$  oraz  $\varphi_2 = 0,002943$ . Wartość parametru  $\varphi_2$  stanowi 0,2952 % wartości parametru  $\varphi_1$ . Potwierdza to fakt, że poprzednie oszacowanie w postaci modelu **AR(1)** jest poprawne.

Zatem dla przypadku a) występuje brak zgodności z bazowym modelem **AR(2)**, wynikającym

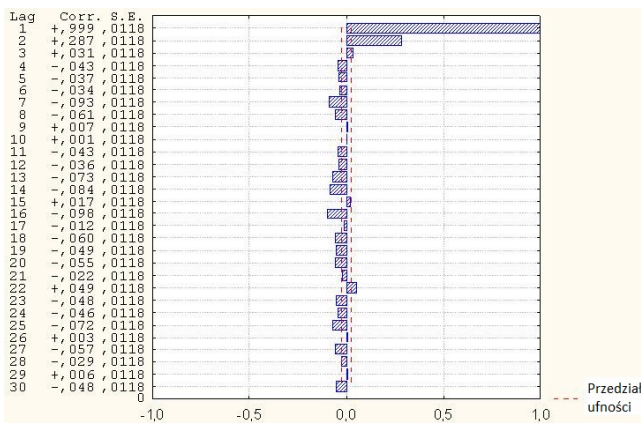


z jego oszacowania na podstawie wyników pomiarów obciążenia podstacji **B** w porannym szczycie przewozowym.

### Przypadek b)



Rys.6. Aproxymacja średniej wartości obciążenia podstacji **B** dla częstotliwości 1 Hz wielomianem stopnia 32-go.

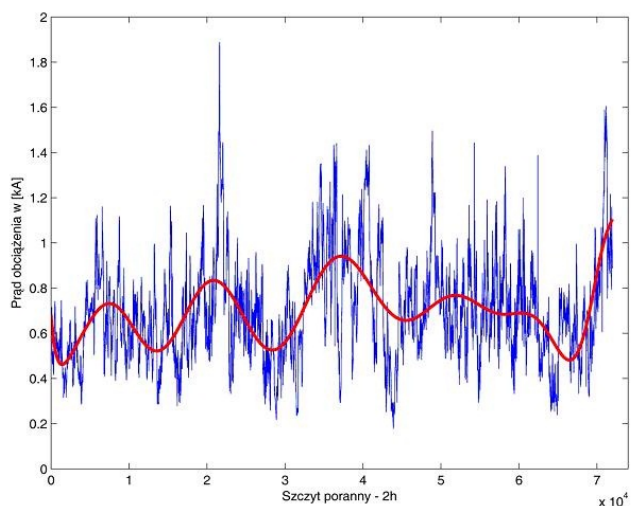


Rys.7. Funkcja autokorelacji cząstkowej aproksymowanej średniej wartości obciążenia podstacji **B** dla częstotliwości 1 Hz wielomianem stopnia 32-go.

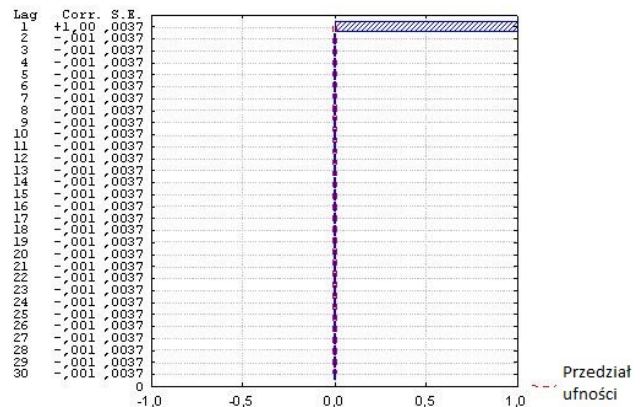
Kształt funkcji autokorelacji cząstkowej będącej wynikiem identyfikacji przebiegu aproksymowanej średniej wartości obciążenia podstacji **B** (rys.7) jako szeregu czasowego dała w rezultacie oszacowanie jej jako procesu typu **ARIMA** ( $p,d,q$ ) o niezeraowych jego współczynnikach. Wyklucza to zgodność z bazowym modelem **AR**(2), wynikającym z jego oszacowania na podstawie wyników pomiarów obciążenia podstacji **B** w porannym szczycie przewozowym.

Warto jednak zauważyć, że aproksymowana średnia wartość obciążenia podstacji **B** wielomianem stopnia 32-go daje (z graficznego punktu widzenia) lepsze jej przybliżenie w stosunku do wyników pomiarów obciążenia podstacji niż w przypadku aproksymacji wielomianem stopnia 16-go (rys.4 oraz 6).

### Przypadek c)



Rys.8. Aproxymacja średniej wartości obciążenia podstacji **B** dla częstotliwości 10 Hz wielomianem stopnia 16-go.

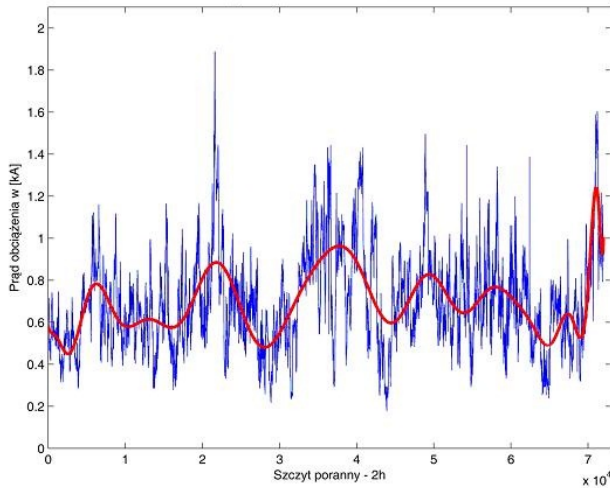


Rys.9. Funkcja autokorelacji cząstkowej aproksymowanej średniej wartości obciążenia podstacji **B** dla częstotliwości 10 Hz wielomianem stopnia 16-go.

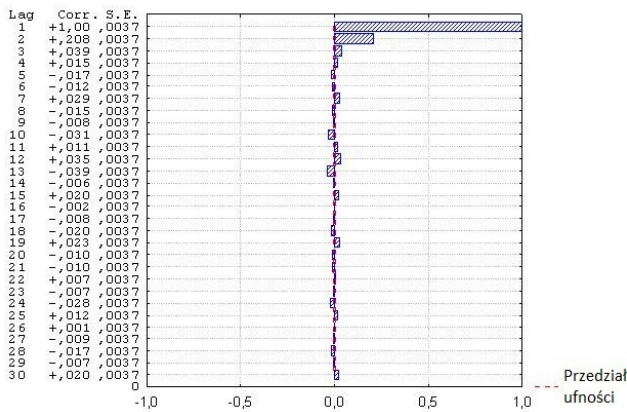
Kształt funkcji autokorelacji cząstkowej aproksymowanej średniej wartości obciążenia podstacji **B** dla częstotliwości próbkowania 10 Hz wielomianem stopnia 16-go świadczy, że posiada ona cechy modelu autoregresji 1-go rzędu **AR**(1) – analogicznie jak w analizowanym powyżej przypadku a) przedstawionym na rys.5. Dla rozpatrywanego przypadku c) jeden z parametrów modelu szeregu czasowego opisanego wzorem (1) jest równy  $\phi_1 = 0,999937$ , co oznacza bardzo dużą zgodność z przypadkiem a), dla którego wartość współczynnika modelu **AR**(1) wynosi  $\phi_1 = 0,999929$  (różnica na dwóch ostatnich miejscach).

Zatem dla rozpatrywanego przypadku (analogicznie jak w przypadku a), występuje brak zgodności z bazowym modelem **AR**(2), wynikającym z jego oszacowania na podstawie wyników pomiarów obciążenia podstacji **B** w porannym szczycie przewozowym.

### Przypadek d)



Rys.10. Aprosksymacja średniej wartości obciążenia podstacji **B** dla częstotliwości 10 Hz wielomianem stopnia 32-go.



Rys.11. Funkcja autokorelacji cząstkowej aproksymowanej średniej wartości obciążenia podstacji **B** dla częstotliwości 10 Hz wielomianem stopnia 32-go.

Rozpatrywany przypadek d) charakteryzuje się bardzo zbliżonymi cechami jak rozpatrywany powyżej przypadek b).

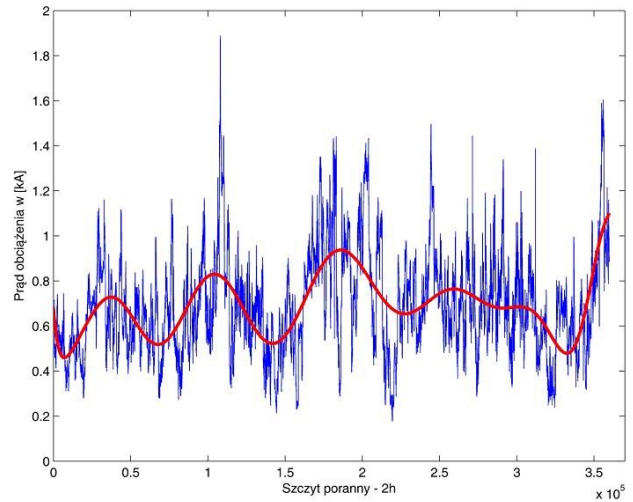
Podobnie jak w przypadku b) kształt funkcji autokorelacji cząstkowej będącej wynikiem identyfikacji przebiegu aproksymowanej średniej wartości obciążenia podstacji **B** (rys.11) jako szeregu czasowego sugeruje jej estymację jako procesu typu **ARIMA** ( $p,d,q$ ) o jego niezerowych współczynnikach.

Podobnie również jak w przypadku b) występuje niezgodność z bazowym modelem **AR(2)**, wynikającym z jego oszacowania na podstawie wyników pomiarów obciążenia podstacji **B** w porannym szczycie przewozowym.

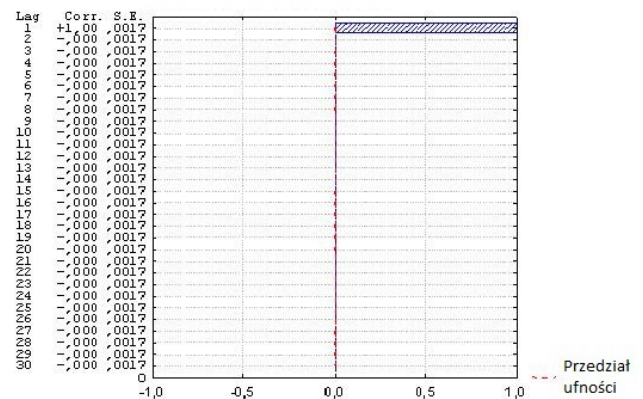
Podobnie także jak w przypadku b) można zauważyć, że aproksymowana średnia wartość obciążenia podstacji **B** wielomianem stopnia 32-go daje (z graficznego punktu widzenia) lepsze jej przybliżenie w stosunku do wyników pomiarów obciążenia podstacji niż w przypadku aproksymacji wielomianem stopnia 16-go (rys.8 oraz 10).

Jeśli zaś zaniedbać prążki autokorelacji cząstkowej po prążku nr 3, to wówczas estymowany model średniej wartości obciążenia podstacji **B** przyjąłby postać modelu autoregresji rzędu 3-go **AR(3)**, i wówczas jego współczynniki miałyby wartości:  $\varphi_1 = 0,905954$ ,  $\varphi_2 = 0,090674$  oraz  $\varphi_3 = 0,003372$ , co również jest niezgodne z bazowym modelem **AR(2)**, wynikającym z jego oszacowania na podstawie wyników pomiarów obciążenia podstacji **B**.

### Przypadek e)



Rys.12. Aprosksymacja średniej wartości obciążenia podstacji **B** dla częstotliwości 50 Hz wielomianem stopnia 16-go.



Rys.13. Funkcja autokorelacji cząstkowej aproksymowanej średniej wartości obciążenia podstacji **B** dla częstotliwości 50 Hz wielomianem stopnia 16-go.

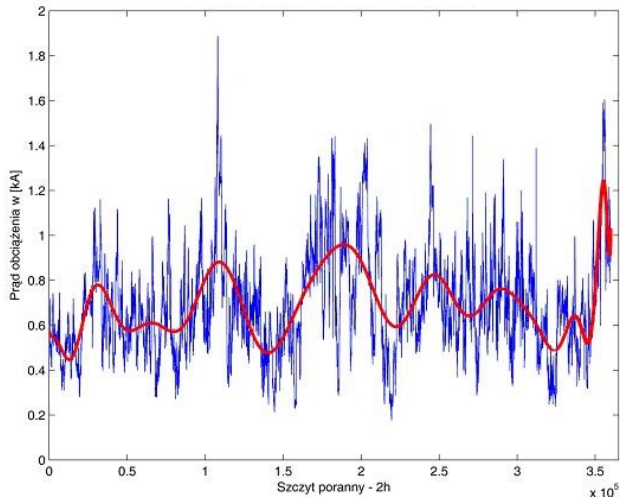
Analiza wykresów dla warunków przyjętych dla rozpatrywanego przypadku e) prowadzi do analogicznych wniosków jak w przypadku a) oraz przypadku c).

Przypadek d) daje się zatem opisać modelem autoregresji 1-rzędu **AR(1)**, zaś wartość estymowanego parametru modelu wynosi  $\varphi_1 = 0,999944$ .

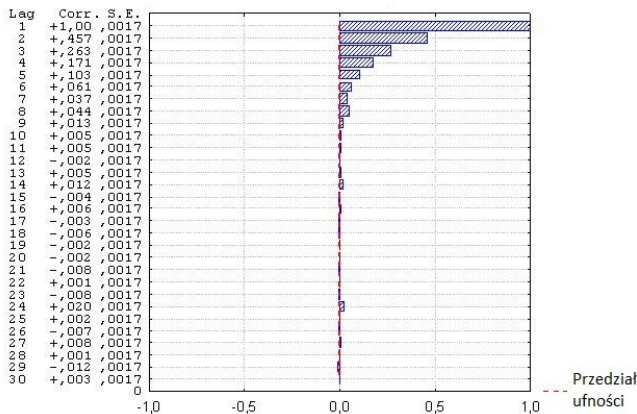
Można zatem zauważyć, że niezależnie od częstotliwości próbkowania średniej wartości obciążenia podstacji trakcyjnej **B** (1 Hz, 10 Hz, 50 Hz), jej aproksymacja wielomianem stopnia 16-go powoduje estymację tego samego modelu szeregu czasowego autoregresji rzędu 1-go **AR(1)** o parametrach  $\varphi_1$  różniących się od siebie wartościami dopiero na 5-tym i 6-tym miejscu.



## Przypadek f)



Rys. 14. Aprosymacja średniej wartości obciążenia podstacji **B** dla częstotliwości 50 Hz wielomianem stopnia 32-go.



Rys. 15. Funkcja autokorelacji cząstkowej aproksymowanej średniej wartości obciążenia podstacji **B** dla częstotliwości 50 Hz wielomianem stopnia 32-go.

Analizowany przypadek f) posiada odmienne cechy od rozpatrywanego powyżej przypadku b) oraz przypadku d), których charakterystyki były do siebie zbliżone.

Kształt funkcji autokorelacji a szczególnie funkcji autokorelacji cząstkowej (rys.15) pozwala przyjąć założenie, że średnią wartość obciążenia trakcyjnego podstacji **B** można opisać za pomocą modelu autoregresji rzędu 8-go AR(8). Jednak jak przytoczono w pracach [6,7] za (Box G.E.P., Jenkins G.M.: *Analiza szeregów czasowych. Prognozowanie i sterowanie*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1983), do rzadkości należą szeregi czasowe, których modele autoregresji są rzędu wyższego niż AR(3).

Zakładając jednakże estymację średniej wartości obciążenia trakcyjnego podstacji **B** modelem autoregresji rzędu 8-go AR(8), to wartości współczynników tego modelu są równe:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 0,513914, \varphi_2 = 0,251447, \varphi_3 = 0,117132, \varphi_4 = 0,067231, \\ \varphi_5 &= 0,027292, \varphi_6 = 0,008696, \varphi_7 = -0,002344, \varphi_8 = 0,016628. \end{aligned}$$

## 4. Wnioski i uwagi końcowe

Zaprezentowane powyżej wyniki analiz wskazują na szczególną specyfikę zmienności obciążeń trakcyjnych, które z wielkimi trudami poddają się ocenie z zastosowaniem metody aproksymacji wielomianowej badanych szeregów czasowych.

W szczególności:

- 1) otwartym zagadnieniem jest wybór częstotliwości pomiaru badanego obciążenia podstacji trakcyjnej,
- 2) zmiany częstotliwości badanych przebiegów obciążeń trakcyjnych podstacji nie zmieniały w istotny sposób ich wartości średnich - różnice nie przekraczały 4 % (pozostałych parametrów elektrycznych i statystycznych nie brano pod uwagę na obecnym etapie badań),
- 3) przy wyższych częstotliwościach badanych przebiegów obciążeń trakcyjnych podstacji pojawia się zjawisko niestabilności wielomianów aproksymacyjnych,
- 4) ze wzrostem częstotliwości analizowanych przebiegów pojawiają się znaczne różnice w kształcie funkcji autokorelacji cząstkowych w odniesieniu do autokorelacji cząstkowej będącej wynikiem oszacowania rzędu autoregresji AR(2) szeregu czasowego wynikającego z analizy pierwotnego pomiaru (2 kHz) w szczycie 2-godzinnym podstacji **B** (vide rys.1);
- 5) prognozowanie zmienności obciążeń trakcyjnych nawet dla krótkich odcinków czasowych nie jest jeszcze możliwe na obecnym etapie badań.

Wobec niesatysfakcjonujących rezultatów zastosowania aproksymacji wielomianowej, jak to wynika z przedstawionych przykładów, istnieje konieczność poszukiwania bardziej skutecznej metody aproksymacji dla uzyskania możliwie optymalnej zgodności z procesem autoregresji rzędu drugiego AR(2).

Kontynuacja badań powinna doprowadzić do sformułowania takich procedur, które pozwolą z zadawalającą dokładnością określać spodziewaną zmienność obciążeń podstacji trakcyjnych.

Dzięki temu będą istniały uzasadnione podstawy m.in. dla:

- 1) doskonalenia metod projektowych celem bardziej precyzyjnego (optymalnego) doboru urządzeń przetwórczych (zespołów prostownikowych) rozdzielczych i zabezpieczających dla podstacji trakcyjnych,

- 2) dla podejmowania uzasadnionych decyzji o sposobie zakupu energii elektrycznej dla potrzeb trakcyjnych,
- 3) dla projektantów i konstruktorów nowych generacji urządzeń wyposażenia podstacji trakcyjnych, parametrach znamionowych bardziej dostosowanych do charakteru zmienności obciążeń trakcyjnych,
- 4) dla zespołów ekspertów tworzących nowe przepisy (normy, standardy, procedury), z zakresu znamionowania urządzeń dla wyposażenia podstacji trakcyjnych.

## Literatura

- [1] Drapik S., Kobielski A., Prusak J.: *Selected issues of traction substation load variability*. [w] *Modern Electric Traction. Power Supply* (red. K. Karwowski, A. Szeląg), Chapter 5, Gdansk University of Technology, Gdańsk 2009.
- [2] Drapik S., Kobielski A., Prusak J.: *Wybrane aspekty zmienności obciążeń kolejowych podstacji trakcyjnych*. 9<sup>th</sup> International Conference MET '2009, Gdańsk, September 24-26, 2009, Poland, str. 171.
- [3] Drapik S., Kobielski A., Prusak J.: *Wybrane aspekty zmienności obciążeń kolejowych podstacji trakcyjnych*. *Technika Transportu Szynowego (tts)*, nr 4/2010.
- [4] Drapik S., Kobielski A., Prusak J.: *Fluktuacja obciążeń podstacji trakcyjnych w ujęciu teorii szeregów czasowych*. *Technika Transportu Szynowego (tts)*, nr 7-8/2010.
- [5] Kobielski A., Prusak J., Popczyk M.: *Ocena procedur pomiarowych na przykładzie zmienności kolejowych obciążeń trakcyjnych*. [w] *Czasopismo Techniczne – Elektrotechnika*, nr 1-E/2009, zeszyt 15, rok 106, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej.
- [6] Drapik S., Kobielski A., Prusak J.: *Analiza zmienności obciążeń trakcyjnych w ujęciu szeregów czasowych*. XIV Konferencja Naukowa Trakcji Elektrycznej SEMTRAK 2010, Zakopane, październik 2010, str.27.
- [7] Drapik S., Kobielski A., Prusak J.: *Analiza zmienności obciążeń trakcyjnych w ujęciu szeregów czasowych*. [w] *Czasopismo Techniczne – Elektrotechnika*, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej (w druku).