

Piotr BANASIK *

Zniekształcenia w transformacji między układami współrzędnych PL-1992, PL-2000, PL-LAEA i PL-LCC na obszarze powiatu ostrowieckiego

Distortion in the coordinate systems transformation between PL- 1992 or PL- 2000 and PL-LAEA or PL-LCC on the area of the ostrowiecki district.

Streszczenie: W pracy podjęto problematykę zmian (zniekształceń) długości, pola powierzchni i kąta w transformacji między państwowymi układami współrzędnych. Analizę zniekształceń wykonano dla obszaru powiatu ostrowieckiego. Transformację współrzędnych zrealizowano między układami państwowymi PL-1992 i PL-2000 oraz nowymi układami PL-LAEA i PL-LCC. W obliczeniach wykorzystano algorytm badania zniekształceń w odwzorowaniu płaszczyzny na płaszczyznę. Podano zakresy zniekształceń na obszarze powiatu ostrowieckiego. Rozkład wybranych zniekształceń zilustrowano kartogramami.

Słowa kluczowe: układ współrzędnych, transformacja współrzędnych, zniekształcenia odwzorowawcze.

Received: 03.2016

Abstract. At work, there has been raised the issue of changes (distortion) of length, area, and angle in the transformation between national coordinate systems. Analysis of the distortion made for ostrowieckiego County area. Transformation of the coordinate was carried out between national systems PL-1992, PL-2000 and new coordinate systems PL-LAEA and PL-LCC. The calculation uses the algorithm testing distortion in the plane of the projection onto a plane. Ranges of distortion were calculated in the area of the district ostrowieckiego. Distribution of selected distortion was illustrated by cartograms.

Key words: coordinate system, coordinate transformation, cartographical distortion.

Accepted 06.2016

* Katedra Geomatyki, Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska, Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

WPROWADZENIE

W obowiązującym w Polsce od 2012 r. Państwowym Systemie Odniesień Przestrzennych zostały zdefiniowane dwa nowe układy współrzędnych prostokątnych płaskich. Są nimi: układ współrzędnych PL-LAEA, utworzony za pomocą odwzorowania płaszczyznowego, ukośnego, równopowierzchniowego, stycznego Lamberta, oraz układ współrzędnych PL-LCC z odwzorowaniem stożkowym, równokątnym, siecznym Lamberta [Rozporządzenie RM z 15.10.2012 r.]. Użyte w tych układach odwzorowania równopolowe oraz stożkowe nie były dotychczas stosowane w konstrukcji układów współrzędnych w Polsce. W „polskich”, państwowych układach współrzędnych dominowały bowiem odwzorowania walcowe lub płaszczyznowe, w wersji odwzorowań równokątnych. Przykładem są dwa wykorzystywane już od kilkunastu lat układy oznaczone symbolem PL-1992 lub PL-2000, w których zastosowano odwzorowanie walcowe, równokątne (Gaussa-Krugerera).

Przeznaczenie każdego z ww. układów współrzędnych zarówno nowych jak i tych używanych wcześniej jest zróżnicowane. Układ PL-2000 jest typowym układem do zastosowań szczegółowych (geodezyjnych), czyli m.in. sporządzania map w skalach od 1:5000 i większych. Układ PL-1992 stosuje się do sporządzania map topograficznych z szeregu skalowego 1:10000 – 1:25000. Do opracowań w skali 1:500000 i mniejszych stosuje się nowy układ PL-LCC. Opracowania w jeszcze drobniejszych skalach powinny być realizowane w układzie PL-LAEA [Rozporządzenie RM z 15.10.2012 r.].

Prezentowanie danych w zależności od potrzeb i stopnia szczegółowości opracowań wymaga ich przeniesienia z jednego układu (np. U_A) do drugiego (np. U_B) za pomocą transformacji współrzędnych między układami. Można to zrealizować poprzez odwzorowania (płaszczyzna układu U_A → elipsoida GRS80 → płaszczyzna układu U_B) lub poprzez bezpośrednią transformację współrzędnych na płaszczyźnie (płaszczyzna układu U_A → płaszczyzna układu U_B). Ze względu na zróżnicowane własności odwzorowań użytych w ww. układach współrzędnych, dane o charakterze geometrycznym (długość, kąt, pole powierzchni) będą ulegały zmianom niezależnie od zastosowanego sposobu przejścia z układu na układ. Efektem tego mogą być deformacje obiektów prezentowanych na mapach. Wartości takich deformacji można obliczyć wykonując na danym obszarze odwzorowanie płaszczyzny układu U_A na płaszczyznę układu U_B i badając zniekształcenia w takim odwzorowaniu,

występujące w dowolnym punkcie tego obszaru [Osada, 2010, 46; Banasik i in., 2011, 84].

ALGORYTM BADANIA ZNIEKSZTAŁCEŃ MIĘDZY UKŁADAMI WSPÓŁRZĘDNYCH NA OBSZARZE POWIATU OSTROWIECKIEGO

Powiat ostrowiecki położony jest we wschodniej części województwa świętokrzyskiego. Tworzy go 6 gmin, w centrum znajduje się gmina miejska Ostrowiec Świętokrzyski (rys. 3). Obszar powiatu jest rozciągnięty w kierunku N-E i przypomina kształtem romb. W związku z tym jego dość duża rozciągłość południkowa ($36' \approx 43$ km) i równoleżnikowa ($15' \approx 27$ km) nie odpowiada zajmowanej powierzchni (616 km²). Do analizy zniekształceń odwzorowawczych utworzono siatkę punktów o rozmiarze oczka $1.5\text{km} \times 1.5\text{km}$, pokrywającą w całości obszar powiatu ostrowieckiego z kilku kilometrowym buforem zewnętrznym. W sumie siatka składała się z 816 oczek. Dla każdego z punktów tej siatki ustalono współrzędne w układzie PL-2000, a następnie przeliczono je na współrzędne w ww. układach wg schematu (rys. 1).



Rysunek 1. Schemat obliczenia współrzędnych punktów siatki

Źródło: Opracowanie własne

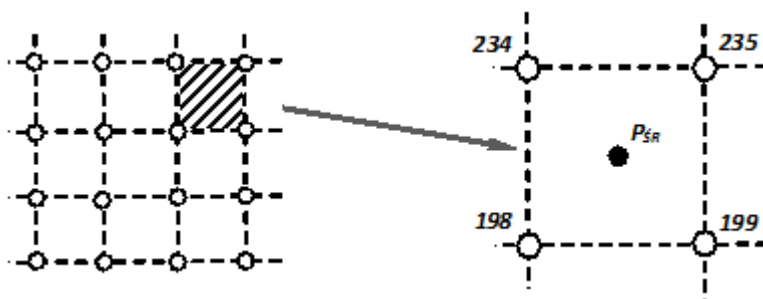
Obliczenie współrzędnych w układach PL-ETRF89 oraz PL-1992 zrealizowano za pomocą programu Transpol 2.06 [Transpol, (http)]. Współrzędne w układach PL-LCC i PL-LAEA obliczono za pomocą wzorów odwzorowania stożkowego i płaskoziemnego podanych w [Snyder, 1987, 107, 187].

Punkty siatki stanowiły zbiór punktów dostosowania w transformacji między dwoma dowolnymi układami współrzędnych U_A i U_B . Transformację współrzędnych za pomocą funkcji wielomianowej stopnia I (transformacja afiniczna) zrealizowano niezależnie dla każdego oczka siatki, biorąc jako punkty dostosowania 4

narożniki oczka (rys. 2). Transformacja współrzędnych między układami płaskimi U_A i U_B realizuje jednocześnie odwzorowanie płaszczyzny reprezentowanej przez układ U_A na płaszczyznę reprezentowaną przez układ U_B . W odwzorowaniu tym współrzędne x, y oraz X, Y i-tego punktu parametryzują płaszczyznę A i B zgodnie z zależnością (1):

$$\begin{cases} U_A: \bar{r}_A = [x_i; y_i] \\ U_B: \bar{r}_B = [X = a_0 + a_1x_i + a_2y_i; Y = b_0 + b_1x_i + b_2y_i] \end{cases} \quad (1)$$

Obliczenie zniekształceń w takim odwzorowaniu zrealizowano za pomocą zależności podanych w [Banasik i in., 2011, 84].



Rysunek 2. Fragment siatki punktów

Źródło: Opracowanie własne

Dzięki temu w każdym punkcie siatki obliczone zostały wartości zniekształcenia długości w obu kierunkach głównych odwzorowania (Z_a , Z_b), zniekształcenia kąta (Z_k) oraz zniekształcenia pola (Z_p). Wartości zniekształceń z czterech wierzchołków każdego oczka siatki uśredniono i przypisano do punktu P_{SR} znajdującego się w centrum danego oczka (rys. 2). Należy zauważyć, że ze względu na nieznaczne odległości między wierzchołkami oczka siatki, wartości zniekształceń w wierzchołkach nie różniły się między sobą o więcej niż 0.001 cm/km, 0.001" lub 0.001 m²/ha. W związku z tym można uznać, że średnia wartość danego zniekształcenia dobrze reprezentowała zniekształcenie na obszarze danego oczka siatki.

Powyżej opisany algorytm zastosowano do obliczenia zniekształceń w transformacji między „starymi” i „nowymi” układami: PL-2000 → PL-LAEA, PL-2000 → PL-LCC oraz PL-1992 → PL-LAEA i PL-1992 → PL-LCC. Zakresy wartości poszczególnych zniekształceń podano w tabeli 1, a rozkład wybranych zniekształceń na obszarze powiatu ostrowieckiego zilustrowano kartogramami (rys. 3).

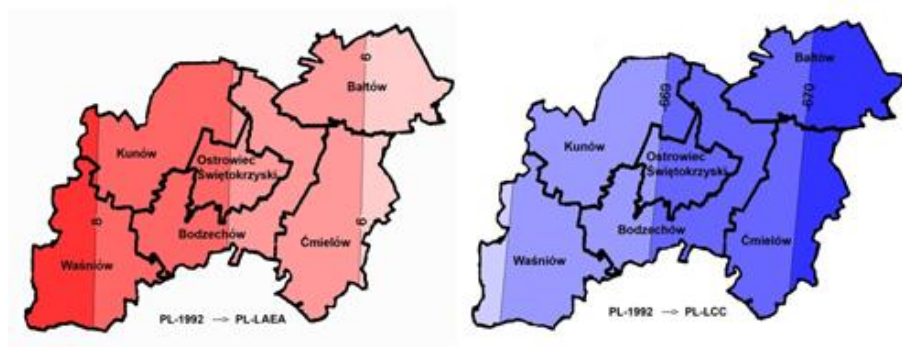
Tabela 1 Zakresy zniekształceń w transformacji między układami współrzędnych

Układ współrzędnych	PL-LAEA		PL-LCC	
	Z_a [m/km]	Z_b [m/km]	Z_a [m/km]	Z_b [m/km]
PL-2000	1,95 ÷ 2,10	-1,80 ÷ -1,90	-34,30 ÷ -34,32	-34,30 ÷ -34,32
PL-1992	2,30 ÷ 2,32	-1,45 ÷ -1,77	-33,97 ÷ -34,11	-33,97 ÷ -34,11
	Z_p [m ² /ha]	Z_k [']	Z_p [m ² /ha]	Z_k [']
PL-2000	1,0 ÷ 1,5	-12,90 ÷ -14,00	-674,3 ÷ -674,7	0,00
PL-1992	5,3 ÷ 8,5	-12,90 ÷ -14,00	-668,8 ÷ -670,7	0,00

Źródło: Opracowanie własne

Z tabeli 1 wynika, że zniekształcenia liniowe i powierzchniowe w przypadku transformacji do układu PL-LCC są wielokrotnie większe niż w przypadku transformacji do układu PL_LAEA. Przyczyną jest m.in. położenie płaszczyzny odwzorowawczej układu PL-LCC względem powierzchni elipsoidy GRS80. Płaszczyzna ta przebiega znacznie głębiej pod powierzchnią elipsoidy (równoleżniki sieczności to $\varphi_s=35^\circ$, $\varphi_N=65^\circ$) niż płaszczyzna układu PL-2000 czy PL-1992. Efektem tego jest znaczne zmniejszenie długości i pola powierzchni. Zdecydowanie bliżej siebie znajdują się płaszczyzny odwzorowawcze układów PL-2000 i PL-1992 oraz PL-LAEA (płaszczyzna styczności z elipsoidą w punkcie $\varphi_0=52^\circ$, $\lambda_0=10^\circ$). Z kolei ten sam rodzaj odwzorowania (równokątne) w układach PL-2000, PL-1992 i PL-LCC wpłynął na niemal zerowe zniekształcenia kątowe w transformacji między tymi układami (maksymalne wartości Z_k nie przekraczały 6").

Przejście z układów opartych na odwzorowaniu równokątnym (PL-2000, PL-1992) do układu opartego na odwzorowaniu równopolowym (PL-LAEA) spowodowało, że zniekształcenia liniowe Z_a , i Z_b są różnych znaków, a zniekształcenie kąta wyniosło kilkanaście minut kątowych (tab. 1). W związku z tym po przejściu z układu PL-1992 lub PL-2000 do układu PL-LAEA można spodziewać się wyraźnego zniekształcenia konturów obiektów geometrycznych.



Rysunek 3. Rozkład zniekształceń pola powierzchni w [m²/ha] w transformacji z układu PL-1992 do układów PL-LAEA i PL-LCC

Źródło: Opracowanie własne

Gradient zmian zniekształceń w większości przypadków przebiegał w kierunku azymutu z zakresu 95°÷138°. Wyjątkiem były zniekształcenia pola w transformacji do układu PL-LAEA, gdzie azymut gradientu tych zniekształceń był przeciwny i wyniósł ok. 270° (rys. 3). Taki w przybliżeniu równoleżnikowy kierunek wskazuje, że ekstremalnych zniekształceń długości, pola powierzchni i kąta w transformacji między ww. układami współrzędnych należy się spodziewać w zachodnich lub wschodnich gminach powiatu ostrowieckiego.

PODSUMOWANIE

Przeanalizowany powyżej problem zniekształceń geometrycznych, pojawia się niemal zawsze, kiedy następuje transfer danych geometrycznych między układami współrzędnych płaskich. Wartość tych zniekształceń jest zależna od własności odwzorowań stanowiących podstawę każdego układu płaskiego oraz od wielkości i położenia danego obszaru. W przypadku transformowania danych geometrycznych z układów współrzędnych PL-2000 i PL-1992 do układów nowych PL-LAEA i PL-LCC na obszarze powiatu ostrowieckiego występują zarówno zniekształcenia dodatnie i ujemne. Ich zmienność jest niewielka, co wynika z niewielkiego obszaru, jaki zajmuje ten powiat. Uwagę zwracają znaczne zniekształcenia kątowe, które praktycznie były zaniedbywalne w przypadku dotychczas stosowanych w Polsce układów współrzędnych, opartych na odwzorowaniach równokątnych. Użyta powyżej metoda badania zniekształceń może być w podobny sposób zastosowana

do badania zniekształceń geometrycznych w transformacji realizowanej w innych rejonach kraju.

SPIS LITERATURY

Banasik P., Czaja J., Cichociński P., Góral W., Kozioł K., Krzyżek R., Kudrys J., Ligas M., Skorupa B., *Podstawy geomatyki*, Wydawnictwa AGH, Kraków, 2011.

Rozporządzenie RM z 15.10.2012 r. w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych, Dz.U. 2012 poz. 1247.

Osada E., Sergeieva K., *O badaniu zniekształceń modeli transformacji map na podstawie elipsy Tissota*, Geodeta 1/2010.

Snyder J.P., *Map projection – a workin manual*, United States Government, Washington, 1987.

Transpol, <http://www.gugik.gov.pl/bip/prawo/modele-danych>