



Dr hab. Petro Hrytsiuk

*Economic Cybernetics Department, National University
of Water and Environmental Engineering (Rivne, Ukraine)
gritsukp@ukr.net*

THE LIMITS TO GROWTH OR THE GROWTH OF LIMITS

GRANICE WZROSTU ALBO WZROST GRANIC

ПРЕДЕЛЫ РОСТА ИЛИ РОСТ ПРЕДЕЛОВ

Abstracts

The article discusses the problem of existence of the limit of human population number. A comparative analysis of different approaches to the population growth modeling. The logistic model for the dynamics of Earth population growth was built.

Keywords: *human population, growth of population, demographic transition, limits to growth, logistic model.*

Streszczenie

W artykule opisano problematykę pojęcia i analizy ograniczeń wzrostu globalnej populacji ludzkiej. Przeprowadzono analizę porównawczą różnych formuł badania i modelowania wzrostu populacji. Opisano model logistycznej dynamiki wzrostu populacji Ziemi.

Słowa kluczowe: *populacja ludzka, wzrost liczby ludności, przejście demograficzne, granice wzrostu, model logistyczny.*

Аннотация

В статье обсуждается проблема существования предела численности человеческой популяции. Выполнен сравнительный анализ различных подходов к моделированию роста населения. Построена логистическая модель для динамики роста населения Земли.

Ключевые слова: *человеческая популяция, рост населения, демографический переход, пределы роста, логистическая модель.*

Введение. В конце 60-х гг. XX века Римский клуб поставил целью исследовать ближайшие и отдаленные последствия крупномасштабных решений, связанных с выбранными человечеством путям развития. Было предложено использовать системный подход для изучения глобальной проблематики, взяв на вооружение метод математического компьютерного моделирования. Результаты исследования были опубликованы в 1972 г. в первом докладе Римскому клубу под названием "Пределы роста". Авторы доклада, под руководством Дениса Медоуза, пришли к выводу, что

Dr hab. P. Hrytsiuk

если современные тенденции роста численности населения, индустриализации, загрязнения природной среды, производства продовольствия и истощения ресурсов будут продолжаться, то в течение 21 столетия мир подойдет к пределам роста, произойдет неожиданный и неконтролируемый спад численности населения и резко снизится объем производства [1]. Одним из главных факторов модели Медоуза является численность населения, проживающего на нашей планете. В последние 200 лет, начиная от знаменитой работы Мальтуса [2], не утихают дискуссии на тему – какое количество людей может проживать на планете Земля. Настоящая работа продолжает эту дискуссию с учетом новых статистических данных и мнений ведущих исследователей современности.

1. Пределы роста населения Земли.

По мнению многих современных ученых максимальная "несущая способность" планеты составляет девять-десять миллиардов человек. Социобиолог Эдвард Уилсон основывает свою оценку на расчетах имеющихся ресурсов Земли. Наиболее жесткие ограничения накладывают количество запасов пресной воды и количество пищи, которую способна производить планета. Площадь пахотных земель на планете составляет 1,4 иллиарда гектара. Урожай зерна с этой площади составляет примерно два миллиарда тонн зерна в год и этого достаточно чтобы прокормить 10 миллиардов человек. Но если предположить, что все жители Земли кроме продуктов переработки зерна будут питаться также мясом, тогда с данной площади могут прокормить лишь 2.5 миллиарда человек [3].

Биолог-популяционист Доэл Коэн из Колумбийского университета отмечает [4], что кроме питания, есть ряд других факторов, ограничивающих возможности планеты – это круговорот азота, скорость переработки углекислого газа в атмосфере, обеспечение достаточного количества кислорода, фосфора и так далее. Объем выбросов в атмосферу каждый год возрастает и трудно предсказать, когда наступит крити-

ческий предел. В 2011 году количество жителей планеты достигло семимиллиардной отметки. Согласно прогнозам ООН, в 2100 году количество жителей Земли составит десять миллиардов [5]. Однако за последующие годы динамика роста человечества может измениться, или даже развернуться в обратную сторону. Тенденция такова, что семьи по своему составу становятся все меньше и меньше. Герхард Хейлиг, глава отдела демографических оценок и прогнозов ООН, сравнил данные из 230 стран, начиная с 1950 года, и пришел к выводу, что в большинстве государств рождаемость неуклонно падает [6].

Сегодня уровень рождаемости стремится к уровню воспроизводства – 2,1 ребенка на одну женщину. Если к 2100 году глобальный коэффициент рождаемости сравняется с уровнем воспроизводства семьи, то численность населения Земли будет стабильно составлять девять-десять миллиардов человек. Составить достоверный прогноз на более отдаленный период невозможно из-за непредсказуемости поведения человечества.

2. Исторический аспект проблемы моделирования роста населения Земли.

История применения математики в демографии началась с момента выхода в свет книги Мальтуса «Опыт о законе народонаселения» [2]. В ней впервые четко сформулировано представление о том, что численность населения, которому дана возможность неограниченно размножаться, со временем увеличивается в геометрической прогрессии. Динамика численности неограниченной ресурсами популяции описывается уравнением

$$dN / dt = aN . \quad (1)$$

Здесь a - коэффициент скорости размножения. Решение этого уравнения имеет вид

$N(t) = N_0 e^{at}$ и поэтому оно названо уравнением экспоненциального возрастания. Уравнение Мальтуса адекватно отображает рост живых популяций при достаточном количестве корма и других благоприятных условиях. Однако, такие условия

не могут существовать долго. При увеличении численности популяции возникает явление внутривидовой конкуренции и это вызывает замедление скорости роста популяции. Для описания такой ситуации Ферхюльст предложил описывать динамику популяции уравнением, которое позже получило название логистического:

$$dN/dt = aN(K - N)/K, \quad (2)$$

Здесь K – максимально возможная стационарная численность популяции, которая определяется доступными ресурсами [7].

При малой численности популяции решение уравнение Ферхюльста совпадает с решением уравнение Мальтуса и отображает экспоненциальный рост. При увеличении численности популяции темпы роста уменьшаются и решением уравнение Ферхюльста является логистическая кривая. Со временем численность популяции асимптотически приближается к некоторому пределу K – емкости среды (рис. 1).

Исследуем скорость роста популяции, описываемую выражением dN/dt , в соответствии с обеими, описанными выше, моделями (рис.3). Как следует из модели Ферхюльста, скорость роста имеет максимум при $t_0 = 1/a$, $N_0 = K/2$. Представленные выше модели используют следующие упрощающие требует своего объяснения и обоснования.

С.П. Капица видит причину квадратичной зависимости в том, что человечество есть единственной системой, внутри которой происходят парные взаимодействия по обмену информацией, и скорость роста отдельных частей существенно зависит от общего размера всей системы. Именно информационные взаимодействия, на думку С.П. Капицы, являются основным механизмом, который отличает человека от остальных животных, для которых присущ линейный закон возрастания.

Таким образом, С.П. Капица дает объяснение квадратичному возрастанию населения Земли. Что касается второй загадки - демографического перехода, то для описания этого явления С.П. Капица модифицирует модель следующим образом. Поскольку

ку возрастание популяции человечества, в соответствии с уравнением (4), зависит исключительно от размера популяции и не зависит от внешних условий и ресурсных ограничений, то логично искать причину демографического перехода внутри человека, поскольку никакие ресурсные ограничения не смогли в течение тысячелетий остановить процесс возрастания. И теперь переход происходит не через ресурсный кризис, поскольку доход на душу населения постоянно возрастает. Капица считает особенно важным параметром характерное время жизни человека $\tau = 42$ года, которое определяется "внутренней предельной способностью системы человечества и человека к развитию". Этот параметр появляется в разных статистических оценках, в частности, Капица отмечает, что демографический переход происходит за характерное время, равное удвоенному τ .

Если подставить в уравнение роста (4) решение (3), то его можно переписать в виде

$$\frac{dN}{dt} = \frac{C}{(t_0 - t)^2}. \quad (5)$$

Для того, чтобы описать демографический переход, Капица вводит в это уравнение параметр τ

$$\frac{dN}{dt} = \frac{C}{(t_0 - t)^2 + \tau^2}. \quad (6)$$

Полученное уравнение уже не дает обострения - увеличения решения до бесконечности. Наоборот, при такой модификации, численность населения стабилизируется на уровне 10-12 миллиардов человек, что согласуется с прогнозами современных демографов.

Результаты численного решения уравнение Капицы приведены на рис. 5.

Уравнение (6) позволяет получить аналитическое выражение для численности населения

$$N = \frac{C}{\tau} \operatorname{arccctg}\left(\frac{t_1 - t}{\tau}\right) \quad (7)$$

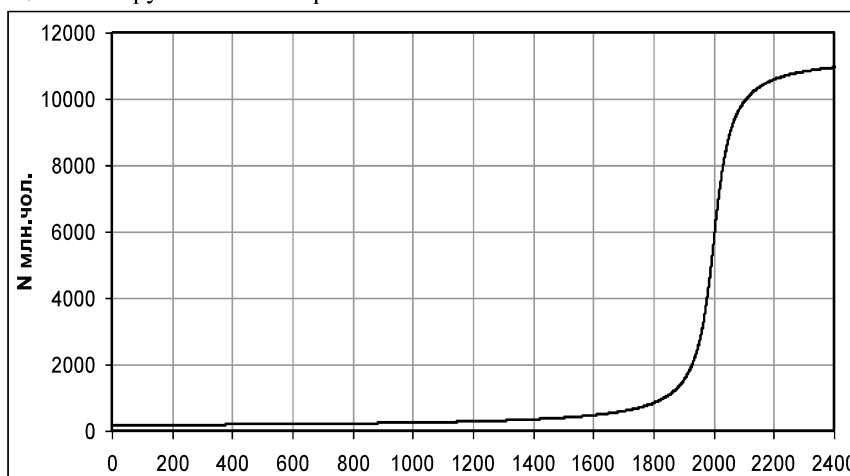
где t_1 - параметр, равный 2000 году нашей эры - середине демографического перехода.

Работы Капицы показали, что возрастание населения Земли можно описать математически не вводя никаких дополнительных переменных, то есть не учитывая никаких дополнительных факторов. Этот эффект дает основания для провозглашения "демографического императива" – признание первостепенной и самодостаточной роли демографии в истории развития человеческого общества.

Однако, ни основное уравнение (4), ни его модификация (6), описывающая эффект демографического перехода, не раскрывают сущности законов, которые действуют, оставаясь на феноменологическом уровне констатацией обнаруженной эмпирической

закономерности. Продолжением работ Капицы стали исследования Кремера и Малкова. Кремер [11] предложил модель, которая связывает рост населения с уровнем развития современных технологий. Кремер предположил, что развитие технологий напрямую связано с количеством населения. Таким образом, рост населения влечет за собой рост технологий, а рост технологий - рост населения. И так прирост населения зависит как от текущей численности населения так и от текущего уровня технологий.

Наиболее естественным показателем уровня технологий является производи-



Источник: *Рассчитано автором согласно [9]*

Рис. 5. Возрастание численности населения Земли (модель Капицы)

тельность труда - количество продукта, произведенного в единицу времени. Малков предложил свое объяснение демографического перехода [12]. Как известно из статистических данных, основной причиной демографического перехода является снижение рождаемости. Причиной этого явления Малков считает грамотность. Грамотность с одной стороны позволяет регулировать рождаемость, а с другой - меняет ценностные ориентиры людей. Образованные женщины рожают детей меньше и в более позднем возрасте. С учетом уровня грамотности модель роста населения Земли

становится трехфакторной: она связывает численность населения, производительность труда и уровень образованности. Модель Малкова позволяет объяснить, как гиперболический рост населения, так и явление демографического перехода.

4. Усовершенствованная модель Ферхюльста

Новые статистические данные вносят поправки в динамику роста населения земного шара. Если раньше модель Ферхюльста считалась недостаточной для описания динамики роста населения Земли, то новые данные заставляют пересмотреть это

утверждение. Мы решили проверить пригодность модели Ферхюльста, опираясь на новые данные относительно динамики роста населения Земли [5]. В 2011 году количество населения Земли достигло значения 7 миллиардов. Скорость роста населения Земли (производная от функции роста численности населения) представлена на рис. 6 (сплошная линия). График скорости состоит из двух частей: сначала идет возрастание скорости роста населения, а затем следует убывание скорости. Такое поведение скорости роста является близким к динамике, которую описывает модель Ферхюльста:

$$\frac{dN}{dt} = aN - \frac{aN^2}{K}. \quad (8)$$

Это дает нам основания использовать модель Ферхюльста для моделирования динамики численности населения Земли. Метод наименьших квадратов [13] позволяет подобрать параметры модели Ферхюльста таким образом, чтобы добиться максимального соответствия с новыми статистическими данными.

Для применения метода наименьших квадратов введем следующие обозначения $a_1 = a$, $a_2 = a/K$, $x_1 = N$, $x_2 = -N^2$. (9)

Кроме этого введем свободный член регрессии a_0 . После этого модель Ферхюльста приобретает вид множественной регрессии с двумя факторами x_1 и x_2

$$\frac{dN}{dt} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2. \quad (10)$$

В результате применения метода наименьших квадратов мы получили следующие значения искомых параметров: $a_0 = -71,617$; $a_1 = 0,05410$; $a_2 = -0,000004596$. Графическая иллюстрация моделирования скорости роста населения Земли с использованием метода наименьших квадратов представлена на рис. 6 (штриховая линия). Модель Мальтуса не может адекватно отобразить динамику роста населения Земли, поскольку она не учитывает явления демографического перехода. Модель Ферхюльста способна смоделировать этот эффект и, таким обра-

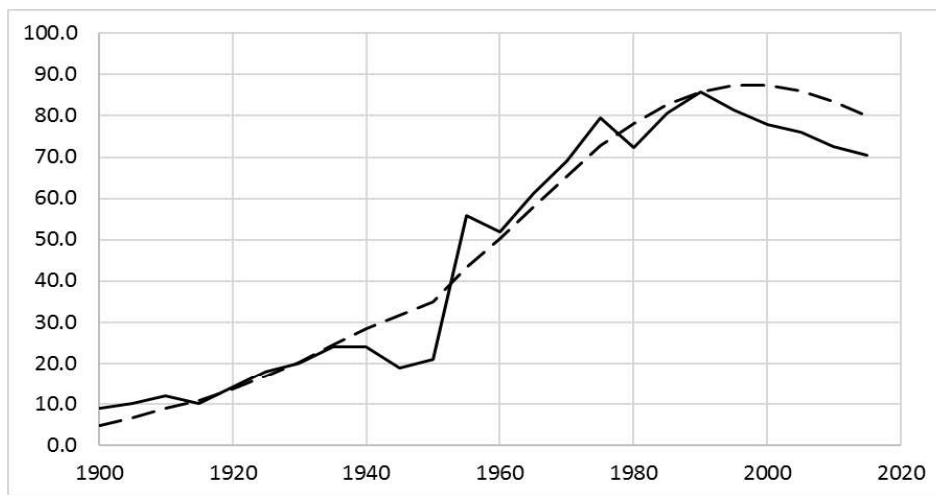
зом, может быть использована для моделирования динамики населения Земли. Согласно построенной нами модели максимальная скорость прироста населения Земли наблюдалась в 1995 году и после этого начала уменьшаться. Этот вывод является близким к результатам модели Капицы, согласно которой максимальная скорость роста должна была соответствовать 2000-му году. Таким образом, модифицированная нами модель Ферхюльста, имеет следующий вид

$$\frac{dN}{dt} = a_0 + aN - \frac{aN^2}{K}. \quad (11)$$

Здесь $a = a_1$, $a/K = a_2$. Значения параметров a_0, a_1, a_2 выписаны выше. Главным отличием полученного уравнения от уравнения Ферхюльста является присутствие отрицательного коэффициента a_0 .

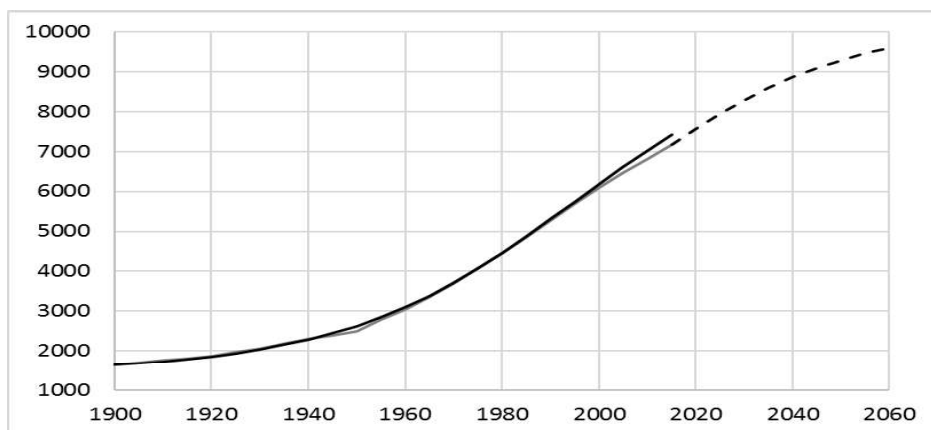
Это означает, что динамика численности населения имеет отрицательный тренд, который не зависит от численности. Для прогнозирования количества населения Земли на ряд ближайших лет используем уравнение (11) и начальное условие, в соответствии с которым количество населения Земли в 1900 году составляло 1 640 млн. Результаты, выполненного нами, моделирования и прогнозирования представлены на рис. 7. В соответствии с построенной нами моделью количество населения Земли в 2050 году будет составлять 9.3 млрд человек. До конца XXI века при условии сохранения существующих тенденций и при отсутствии глобальных войн и катастроф количество населения Земли может достичь 10.1 млрд. Максимальная численность населения Земли будет достигнута в середине XXII века и будет составлять 10.25 млрд. человек. Полученные нами прогнозы отличаются от прогнозов С.П. Капицы, согласно которым в середине XXII века количество населения Земли должно стабилизироваться на уровне 12 млрд. человек, но достаточно близки к выводам современных исследователей, которые считают, что превышение количества 10

млрд. человек является непосильным бременем для планеты Земля.



Источник: *Разработано автором*

Рис. 6. Моделирование скорости роста населения Земли



Источник: *Разработано автором.*

Рис. 7. Прогнозирование количества населения Земли (усовершенствованная модель Ферхюльста).
Прогноз – штриховая линия

Выводы. В середине XX века произошел демографический переход, который сопровождался резким снижением темпов роста населения Земли. В связи с этим появились модели, пытающиеся объяснить динамику глобального роста с учетом этого эффекта. В настоящей статье построена

логистическая модель роста населения Земли. Основным результатом работы является вывод о существовании предельного значения количества населения планеты. Этот вывод согласуется с прогнозами большинства современных исследователей.

Библиография:

1. Meadows D. H., Meadows D. L., Randers J., Behrens W. W.. *The limits to growth. A report for the club of Rome's project on the predicament of mankind.* – New York, Universe Books, 1972. – p. 205.
2. Malthus T. R. *An essay on the principal of Population.* Printed for J. Johnson, in St. Paul's Church-Yard. 1798. – p. 125.
3. *Forecasting product liability claims: epidemiology and modelling in the Manville asbestos case* Eric Stallard, Kenneth G. Manton, Joel E. Coen. Springer Science + Business Media, 2005. – p. 394.
4. *World Population Prospects The 2015 Revision.* Methodology of the United Nations Population Estimates and Projections. Published by the United Nations Copyright © United Nations, 2015. – p. 38.
5. Gerhard K. Heilig. *UN World Population Prospects, the 2015 Revision.* Presentation prepared for the “International School on Energy Systems” of the Forschungszentrum Jülich – organized at Kloster Seon, Germany on September 7–11, 2015.
6. Verhulst, P. F. *Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement //* Corr. Math. et Phys. 1838. Vol. 10. – pp. 113–121.
7. Foerster H. von, Mora P., Amiot L. *Doomsday: Freeday, 13 November, A.D. 2026 //* Science. Vol. 132, 1960. – Pp. 1291–1295.
8. Капица С. П. *Математическая модель роста населения мира //* Мат. Моделирование, 1992. № 4/6. С. 65 – 79.
9. *Режимы с обострением. Эволюция идеи: Законы коэволюции сложных структур.* М.: Наука, 1999. – 255 с.
10. Kremer M. *Population growth and technological Change: One million B.C. to 1990 //* Quart. J. Econ. Vol. 108, 1993. – pp. 681–716.
11. Малков А. С., Коротаев А. В., Халтурина Д. А. *Математическая модель роста населения Земли, экономики, технологии и образования.* В книге «Новое в синергетике. Новая реальность, новые проблемы, новое поколение». – М.: Наука, 2002. – с.148 -186. Rao, C. R.; Toutenburg, H.; et al. *Linear Models: Least Squares and Alternatives.* Springer Series in Statistics (3rd ed.). Berlin: Springer, 2008. – p. 439.