



**JEL C 530**

**Dr hab. Petro Hrytsiuk<sup>1)</sup>**  
**Senior Lecturer Tetyana Babych<sup>2)</sup>**

<sup>1)2)</sup> Cybernetics Department, National University of Water and Environmental Engineering (Rivne, Ukraine)  
gritsukp@ukr.net  
t.iu.babych@nuwm.edu.ua

## **MODELING OF GRAIN PRODUCTION PROFITABILITY BY FUZZY LOGIC**

### **MODELOWANIE RENTOWNOŚCI PRODUKCJI ZBOŻA Z WYKORZYSTANIEM LOGIKI ROZMYTEJ**

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕНТАБЕЛЬНОСТИ ЗЕРНОПРОИЗВОДСТВА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ**

#### **Abstracts**

*Ukraine is an agrarian state. One of the most important branches of agriculture sector is grain production. High yield of grain is a basis of Ukrainian food security. Therefore the task of developing a reliable mathematical model forecasting the grain production profitability is actually. Regression analysis and fuzzy simulation principles have been used for building of the grain production profitability depending model. The values profitability forecasting for 2015 obtained by three different methods are convergent to each other.*

**Keywords:** mathematical modeling, grain production, statistic model, regression analysis, profitability, yield, crop production, fuzzy logic, membership function.

#### **Streszczenie**

*Podstawą bezpieczeństwa żywnościowego Ukrainy są wysokie plony zbóż. W związku z tym szczególnie istotną kwestią jest opracowanie niezawodnego modelu matematycznego prognozowania produkcji zboża. Opracowano model szacowania rentowności produkcji zboża z wykorzystaniem analizy regresji i zasady logiki rozmytej. Przeprowadzona została prognoza rentowności produkcji zboża dla roku 2015 w oparciu o trzy różne formuły matematyczne, natomiast uzyskane wyniki predykcji były bardzo zbieżne.*

**Słowa kluczowe:** modelowanie matematyczne, produkcja zboża, modelu statystycznego, analiza regresji, rentowność, produktywność, logika rozmyta, funkcja.

#### **Аннотация**

*Основой продовольственной безопасности Украины являются высокие уро-*

**Dr hab. P. Hrytsiuk, Senior Lecturer T. Babych**

жаси зерновых культур. Поэтому задача разработки надежной математической модели прогнозирования зернопроизводства является актуальной. С использованием корреляционно-регрессионного анализа и принципов нечеткого моделирования нами построена модель рентабельности производства зерна. Выполнено прогнозирование значения рентабельности производства зерна на 2015 год тремя различными методами, результаты прогнозирования близки между собой.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, зернопроизводство, статистическая модель, регрессионный анализ, рентабельность, урожайность, нечеткая логика, функция принадлежности.

**Введение.** Украина является аграрным государством и имеет значительный потенциал для дальнейшего развития аграрного сектора. Выращивание сельскохозяйственной продукции, в основном, ориентировано на зерновые культуры. Зерно дает возможность обеспечить животноводство зернофура-жом, а население не только хлебом и хлебопродуктами, но и сырьем для промышленной переработки. Зерно является не только источником продовольственной безопасности государства, но и через способность к длительному хранению и высокую транспортабельность чрезвычайно выгодно для экспортирования. За последние годы Украина уверенно вошла в группу стран – крупнейших экспортёров зерна в мире. Так, за итогами 2013-2014 и 2014-2015 маркетинговых годов Украина занимает третье место в мире по экспорту зерна на внешние рынки. Несмотря на заметный технологический прогресс последних лет, зерновая отрасль сохраняет зависимость от природно-климатических условий. Значительные колебания объемов производства зерна приводят к последующим ценовым колебаниям, и, как следствие, к экономической нестабильности отрасли. Высокий урожай зерновых согласно закону зависимости цены от предложения вызывает спад цены на зерно и рентабельности производства и наоборот. Поэтому актуальной является задача разработки надежной математической модели для прогнозирования рентабельности производства зерна. Изучением роли факторов, влияющих на повышение рентабельности, а также математическим моделированием эффективности про-

изводства зерна занимались такие ученые как И.Б. Загайтов, В.В. Витлинский, П.М. Грицюк. Несмотря на значительные усилия, которые прилагаются для изучения данной проблемы, исследование динамики зернопроизводства и рисков, с которыми оно сопряжено, сохраняет свою актуальность благодаря изменениям климата и разнообразию климатических условий в различных регионах мира. Так, исследование динамики зернопроизводства в провинции Манитоба (Канада) проводилось с учетом погодной неопределенности и риска [B.T. Coyle, R.Wei, J. Rude, 2008]. Разработка системы принятия решений для оптимизации урожая кукурузы с учетом стохастических изменений климата посвящена диссертация Ж.В.Мэлде [J.W. Mjelde, 1985].

**1.Статистическая модель рентабельности зернопроизводства.** В системе зернопроизводства переплетаются разнообразные факторы: экономические, политические, хозяйственные, естественные. Как и в любой другой сложной системе, ее функционирование сопряжено с неопределенностью состояния внешней среды. Наличие неопределенности обуславливает возникновение рисков зернопроизводства.

При оценке рисков зернопроизводства рентабельность  $R$  является более объективным критерием, чем цена  $C$ . Выражение для рентабельности зернопроизводства имеет вид

$$R = P/Z - 1 = Y \cdot C / Z - 1. \quad (1)$$

Здесь  $P$  - доход (грн/га);  $Y$  - урожайность (ц/га);  $Z$  - затраты (грн/га);  $C$  внутренняя

цена на зерновые (грн./т) [Грицюк П.М., 2010, с.333].

Основным фактором, определяющим цену на зерно, является валовый сбор зерновых, а также запасы зерна, имеющиеся на начало сбора урожая, которые относятся к внутренним факторам. Согласно основному закону экономики увеличение предложения (высокий валовый сбор) ведет к снижению цены на зерно и, наоборот, недостаточное предложение (низкий валовый сбор) вызывает рост цены зернопродуктов. Еще одним внутренним фактором, непосредственно влияющим на рентабельность зернопроизводства, является внутригосударственная цена на зерно. Поскольку цена в разных регионах страны отличается и меняется на протяжении года, в расчетах рентабельности следует использовать усредненное значение цены зерна, как по регионам, так и по месяцам года. [Грицюк П.М., Бабич Т.Ю., 2014].

Наиболее важными внешними факторами влияния на рентабельность являются внешний спрос на зерно и цена зерна на мировом рынке. Рост внешнего спроса приводит к увеличению объема экспорта и уменьшению предложения на внутреннем рынке. Это разгружает внутренний рынок и положительно влияет на рост рентабельности. Для выявления зависимостей и построения моделей нами были использованы статистические данные за 2004-2014 годы (табл. 1).

Проведем исследование зависимости рентабельности зернопроизводства от трех факторов: валового сбора зерна за два последних года, среднегодовой внутренней цены зерна и затрат на производство зерна (в расчете на 1 т зерна). Исследование динамики цены зерна за период 2004-2014 годы показало, что она растет по экспонентному закону с показателем экспоненты 0,1464 (рис. 1). Динамика затрат на производство зерна имеет похожий характер и характеризуется коэффициентом 0,1434 (рис. 2). Значения коэффициентов детерминации подтверждают высокую степень адекватности обеих моделей  $R^2 = 0,9251$  и  $R^2 = 0,96996$  соответственно).

При установлении зависимости рентабельности производства зерна от двух указанных факторов можно использовать номинальные значения цены и затрат, или же приведенные (дисконтированные) значения к уровню цен 2004 года. Анализ очищенных от инфляционной составляющей (дисконтированных) значений показателей позволит более четко выяснить их влияние на формирование показателя рентабельности. Для дисконтирования мы использовали усредненное значение коэффициента роста 0,1449. Динамика роста цены на зерно и затрат на производство зерна в номинальном и приведенном виде отображена на рис. 3 и на рис. 4 соответственно.

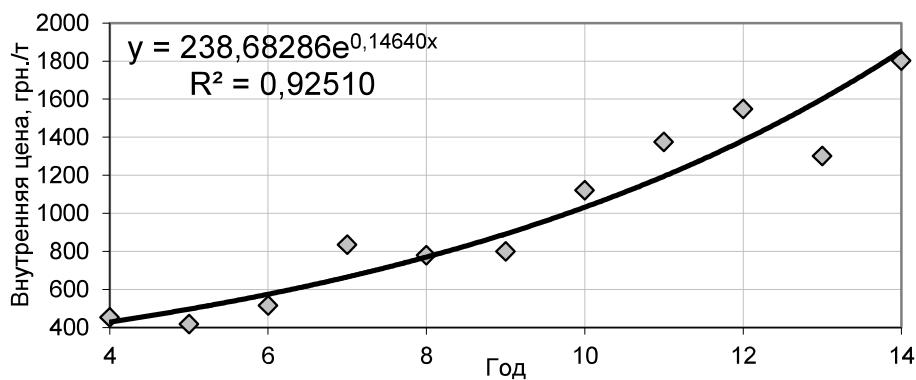
**Таблица 1. Результаты производства зерна в Украине за 2004-2014 г.**

Год	Рентабельность, (%)	Валовый сбор за 2 года, (млн.т)	Внутренняя цена, (грн/т)	Затраты на 1 т зерновых (грн/т)	Затраты (в ценах 2004 г.), грн/га	Урожайность, т/га	Цена (в ценах 2004 г.), грн/т	Затраты (в ценах 2004 г.), грн/га	Затраты (в ценах 2004 г.) (грн/т)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2004	20,1	62,04	453,1	377,3	1067,7	2,83	453,1	1067.7	377,3
2005	3,1	79,83	417,8	405,2	1053,6	2,60	364,4	882.7	353,9
2006	7,4	72,28	515,2	479,7	1156,1	2,41	392,0	811.4	366,0
2007	28,7	63,56	833,5	647,6	1411,8	2,18	553,2	830.2	431,5
2008	16,4	82,59	778,6	668,9	2314,4	3,46	450,8	1140.1	389,3

Продолжение табл.1

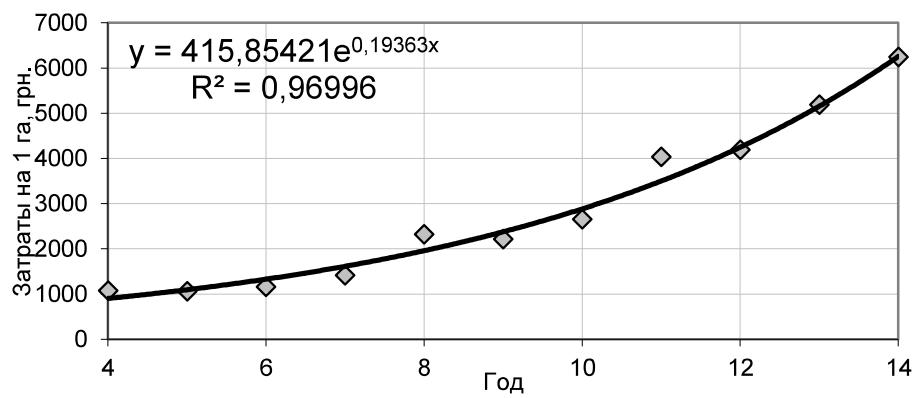
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2009	7,3	99,32	799,0	744,6	2211,6	2,97	403,5	912,8	378,5
2010	13,9	85,3	1120,9	984,1	2647,3	2,69	493,8	915,3	436,9
2011	26,1	96,04	1374,2	1089,8	4032,1	3,70	528,1	1168,0	422,6
2012	15,2	102,99	1547,1	1343,0	4190,1	3,12	518,6	1016,9	454,9
2013	1,8	109,27	1299,8	1276,8	5183,9	4,06	380,1	1054,0	377,7
2014	25,8	126,91	1801,4	1432,0	6243,3	4,36	459,5	1063,5	370,0

Источник: Государственная Служба Статистики, <http://www.stat.gov.ua>, доступ от 21.04.2016 г.



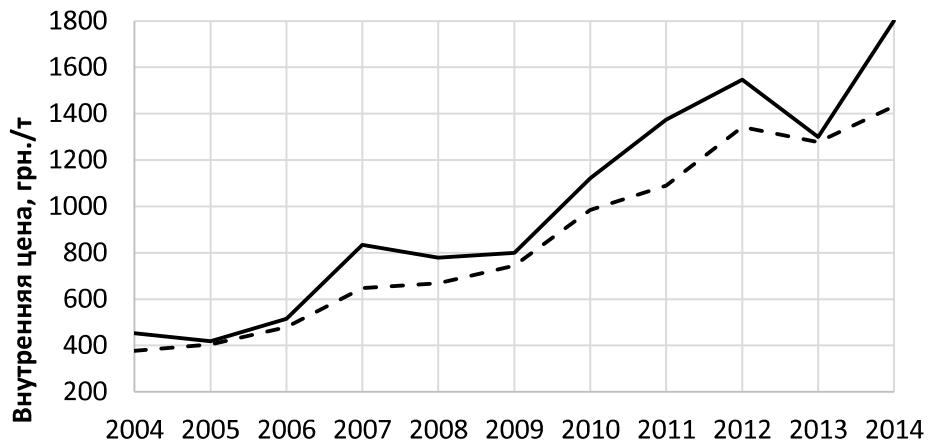
Источник: Государственная Служба Статистики, <http://www.stat.gov.ua>, доступ от 21.04.2016 г.

Рис. 1. Динамика роста цены зерна в Украине в течение 2004-2014 гг.



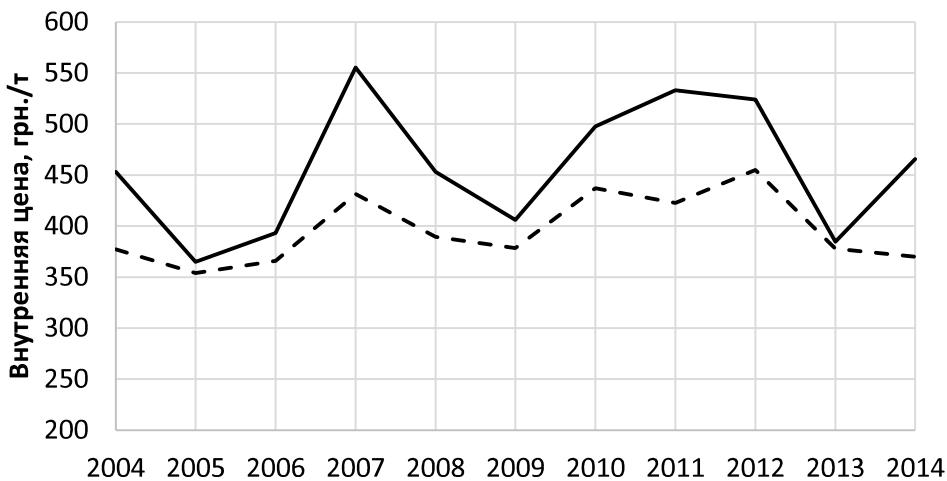
Источник: Государственная Служба Статистики, <http://www.stat.gov.ua>, доступ от 21.04.2016 г.

Рис. 2. Динамика затрат на производство зерна в Украине в течение 2004-2014 гг.



Источник: Государственная Служба Статистики, <http://www.stat.gov.ua>, доступ от 21.04.2016 г.

Рис. 3. Динамика роста цены зерна (сплошная линия) и затрат на производство зерна (штриховая линия) в Украине. Номинальные данные



Источник: Государственная Служба Статистики, <http://www.stat.gov.ua>, доступ от 21.04.2016 г.

Рис. 4. Динамика роста цены зерна (сплошная линия) и затрат на производство зерна (штриховая линия) в Украине. Дисконтированные данные

Из рис. 3 та 4 видно, что рост затрат более плавный и определяется, в основном, инфляционными процессами. Рост цены зерна скачкообразный, поскольку, кроме инфляции на цену зерна сильно влияет показатель валового сбора зерновых культур. С учетом инфляции закон «цена-

предложение» выглядит следующим образом: низкий урожай ведет к резкому повышению цен, высокий урожай – к ее снижению или стабилизации на предыдущем уровне. Между номинальными значениями цены зерна и затрат на производство зерна существует высокая кореляция, характери-

зующаяся коэффициентом  $r = 0,98$ .

Корреляция между дисконтированными значениями этих показателей несколько ниже и характеризуется коэффициентом  $r = 0,86$ . Построим регрессионную модель рентабельности зернопроизводства с учетом ее зависимости от валового сбора, цены зерна и затрат на производство зерна (дисконтированных)

$$R = b_0 + b_1 \cdot V + b_2 \cdot C_d + b_3 \cdot Z_d .(2)$$

Тут  $R$  - рентабельность зернопроизводства в %,  $V$  - валовой сбор зерновых за два последних года (млн. т),  $C_d$  - дисконтированная цена зерна (грн./т),  $Z_d$  - дисконтированные затраты зернопроизводства (грн./т),  $b_0, b_1, b_2, b_3$  - параметры модели, определенные обычным методом наименьших квадратов [A.L. Edwards, 1976, pp. 20-32]. Для определения параметров модели (2) были использованы дисконтированные данные за 2004 – 2014 годы (столбцы 8 и 10 табл.1). В результате нами получено регрессионную трехфакторную модель рентабельности зернопроизводства в следующем виде

$$R = 10,173 + 0,037 \cdot V + 0,259 \cdot C_d - 0,292 \cdot Z_d .(3)$$

Коэффициент детерминации модели (3)  $r^2 = 0,997$ , значение критерия Фишера  $F = 709,49$  при критическом значении  $F_{kp} = 4,35$ . Следовательно, модель адекватна к исследуемым данным. Значение т-критерия Стьюдента для параметров модели равняются 3,65; 3,54; 40,91 и 24,58 при критическом значении  $t_{kp} = 2,36$ . Следовательно, все параметры модели являются статистически значимыми.

В связи с высокой корреляцией между факторами «цена зерна» и «затраты» (коэффициент корреляции  $r = 0,86$ ) возникает вопрос насчет мультиколлинеарности построенной нами регрессионной модели. Применение теста Фаррара-Глобера пока-

зало существование заметного уровня коллинеарности. Однако, поскольку коэффициент детерминации модели (3) достаточно высокий, эффект коллинеарности не будет оказывать значительное влияние на прогнозные качества полученной регрессионной модели.

Теперь используем построенную нами модель для прогнозирования рентабельности зернопроизводства в Украине в 2015 году. Согласно предварительным данным официальной статистики и прогнозам аналитиков в 2015 году валовой сбор зерновых составил 60,1 млн. т, среднегодовая цена зерна была на уровне 2 800 грн./т, а затраты на производство зерна – 2 158 грн./т. Опираясь на эти оценки, получаем предварительную оценку рентабельности зернопроизводства  $(2800 - 2158) / 2158 = 0,30$  (согласно (1)). То есть, ожидаемый уровень рентабельности составляет 30%. Прогноз рентабельности зернопроизводства, полученный на основе модели (3), составляет 33,4%. Полученный результат близок к предварительным оценкам экспертов. Согласно полученным позже официальным статистическим данным, значение рентабельности зернопроизводства в 2015 году составляло 43,2%. Модель (3) можно использовать для прогнозирования рентабельности зернопроизводства на более длительный период. При этом для прогнозирования таких влияющих факторов, как цена и затраты, можно использовать экспонентные трендовые модели. Методы прогнозирования урожайности и валового сбора зерновых описаны в монографии [Грицюк П.М., 2010].

**Нечеткая модель рентабельности зернопроизводства.** Тщательная проработка и учет рисков является неотъемлемой частью и важной составляющей успеха экономической деятельности. Руководителям все чаще приходится принимать решения в условиях неопределенности, которые могут привести к непредвиденным последствиям и, соответственно, нежелательным исходам и убыткам. Поэтому своевременное выявление, а также адекватная и

наиболее точная оценка рисков является одной из насущных проблем современного инвестиционного анализа. Существующие на сегодняшний день методы учета и оценки рисков не лишены субъективизма и существенных предпосылок, приводящих к неправильным оценкам риска. Теория нечеткой логики (fuzzy logic) – это новый, динамично развивающийся подход к оценке результатов экономической деятельности с учетом риска. В последнее время нечеткое моделирование является одной из наиболее активных и перспективных направлений прикладных исследований в области управления и принятия решений. Рассмотрим другой подход к анализу зависимости рентабельности производства зерна от влияющих факторов, который состоит в использовании нечеткой логики. Преимуществом этого метода является возможность моделирования нелинейных зависимостей рентабельности от факторов, которые на нее влияют. Нечеткое моделирование особенно эффективно в случае присутствия неопределенности и риска в описании экономических процессов. Неопределенность усложняет применение точных количественных методов и подходов. Нечеткая логика, которая является основой для реализации методов нечеткого анализа, более естественным образом отображает ход человеческого мышления по сравнению с традиционными формальноматематическими системами.

Первым этапом нечеткого анализа входной информации является фазификация (fuzzification) переменных. В процессе фазификации происходит лингвистическое отображение входных факторов – построение лингвистических переменных. Каждая лингвистическая переменная определяется таким набором характеристик [Zadeh L., 1965, р. 338 – 353; Кофман А., 1982, 432 с.]

$$\langle \beta, P, X, G, M \rangle, \quad (4)$$

Тут  $\beta$  - имя лингвистической переменной,  $P$  - множество значений лингвистической переменной (терм-множество),  $X$  - универсальное множество,  $G$  - синтак-

тическое правило, на основе которого генерируется терм-множество значений  $P$   $M$  - семантическая процедура, соответственно которой каждому новому терму, сгенерированному на основе правила  $G$ , ставится в соответствие нечеткое множество, заданное на универсальном множестве  $X$ . В нашем исследовании использованы следующие лингвистические переменные: «валовый сбор», «цена зерна», «затраты производства». Терм-множество состоит из трех термов: «низкий», «средний» и «высокий». Степень соответствия между значениями влияющих факторов и термами лингвистических переменных описывается с помощью функции принадлежности.

Существует много типов функций принадлежности: треугольная, трапециевидная, гауссова, колоколообразная. Вид функции принадлежности определяется свойствами объекта моделирования. По мнению многих исследователей, для лингвистического описания экономических процессов, которые в большинстве случаев имеют нелинейный характер, одной из наиболее адекватных является колоколообразная функция принадлежности. Функция такого вида является непрерывной и выпуклой на всей области определения.

Аналитическая форма записи колоколообразной функции принадлежности следующая:

$$\mu(u) = \frac{1}{1 + \left( \frac{u - b}{c} \right)^2}, \quad (5)$$

где  $c$  - коэффициент сжатия-растяжения,  $b$  - координата максимума функции  $\mu(b) = 1$ .

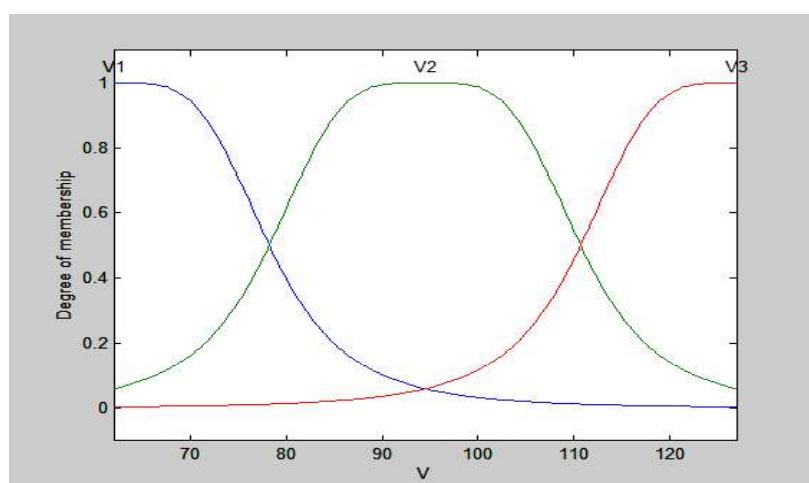
Основные преимущества колоколообразной функции принадлежности:

- простота, поскольку она определяется только двумя параметрами;
  - удобство настройки этих параметров, поскольку функция принадлежности имеет достаточно простую производную.
- Кроме этого, данная функция убывает до нуля на границах терм-множества, а только

асимптотически приближается к нулю. Это очень важно при анализе и прогнозировании нестационарных процессов, параметры которых часто выходят за границы обучающего множества значений. Применение треугольной и трапециевидной функций принадлежности имеет существенный недостаток, поскольку обучающее множество

ограничено, а функции не являются дифференцированными, что делает процесс оптимизации модели с использованием градиентных методов невозможным.

Модель колоколообразной функции принадлежности для фактора «валовый сбор» представлена на рис. 5.



Источник: Разработано авторами.

Рис. 5. Модель колоколообразной функции принадлежности для фактора «валовый сбор»

В нашем случае нечеткая система производит выбор вариантов решений на основе зависимости выходной величины от нескольких входных величин.

Математическая модель зависимости выхода от входов отсутствует. Вместо нее используется база экспертных правил в виде нечетких высказываний «*if – then*» в терминах лингвистических переменных и нечетких множеств.

Алгоритм функционирования нечеткой системы принятия решений определяется такими шагами [A.F. Naeeni, 2004, 99 р.]:

1) преобразование четких входных переменных в нечеткие, то есть определение степени соответствия входов каждого из нечетких множеств (фаззификация);

2) вычисление правил на основе использования нечетких операторов и применение импликации для получения выходных значений правил;

3) агрегирование нечетких выходов правил в общее выходное значение;

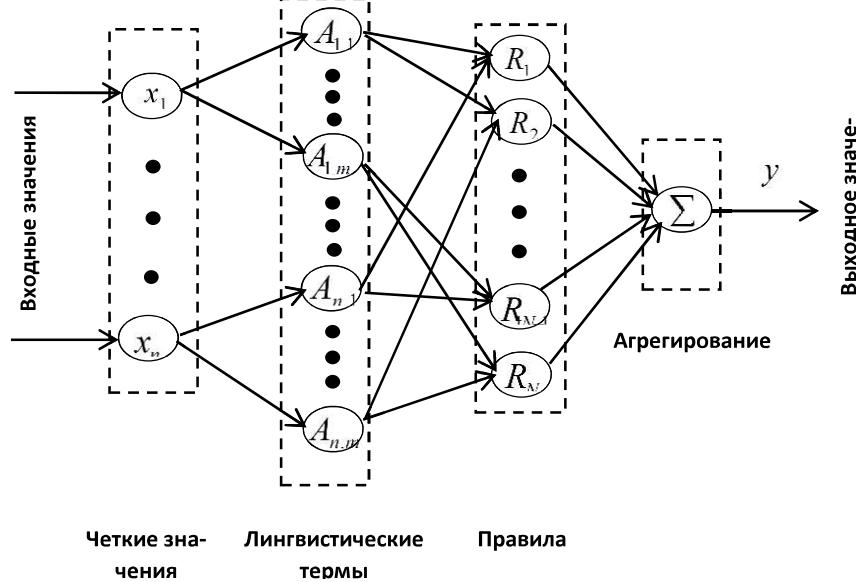
4) преобразование нечеткого выхода правил в четкое значение (дефаззификация).

Структура системы с нечеткой логикой изображена на рис. 6. Система построена по схеме многослойной искусственной нейросети, которая состоит из входного, двух скрытых и выходного слоев. Первый слой изображает входы системы, второй слой – нечеткие лингвистические переменные, третий слой – правила действий над нечеткими переменными, четвертый слой – выходы правил. Все каждого слоя, кроме последнего, равняется 1. Вес связей между флоем правил и выходным флоем определяется алгоритмом обучения.

В нашем случае входы  $V$  (валовый сбор),  $C$  (цена на внутреннем рынке),  $Z$

(затраты производства зерна) и выход  $R$  (рентабельность) являются четкими величинами. Каждый параметр  $V, C, Z$  имеет нечеткий аналог в виде лингвистической переменной  $v, c, z$ . Каждая лингвистическая переменная состоит из трех термов («низкий», «средний», «высокий»), каждый

из которых представляет нечеткое множество. Фаззификация входных значений факторов происходит с использованием колоколообразной функции принадлежности на основе метода Мамдани [E.H. Mamdani, 1974].



Источник: [П. Кравець, Р. Киркало, 2009]

Рис. 6. Структура системы нечеткого логического вывода

Система логического вывода с использованием правил  $R_i, i = 1..N$  проверяет значения каждой лингвистической переменной на основе правил нечеткой логики и преобразует входной набор в выходную лингвистическую переменную  $r$ . Максимальное количество правил для нашей системы может быть 27. Каждое из правил является нечеткой импликацией, которая определяет выходное значение в зависимости от уровня истинности левой части правила. Завершающий шаг нечеткого логического вывода – агрегирование выходов правил. При нечетком выводе параллельно обрабатывают большое количество правил с дальнейшим их агрегированием в завершающее решение. Правила могут формулироваться на основе опыта и знаний экс-

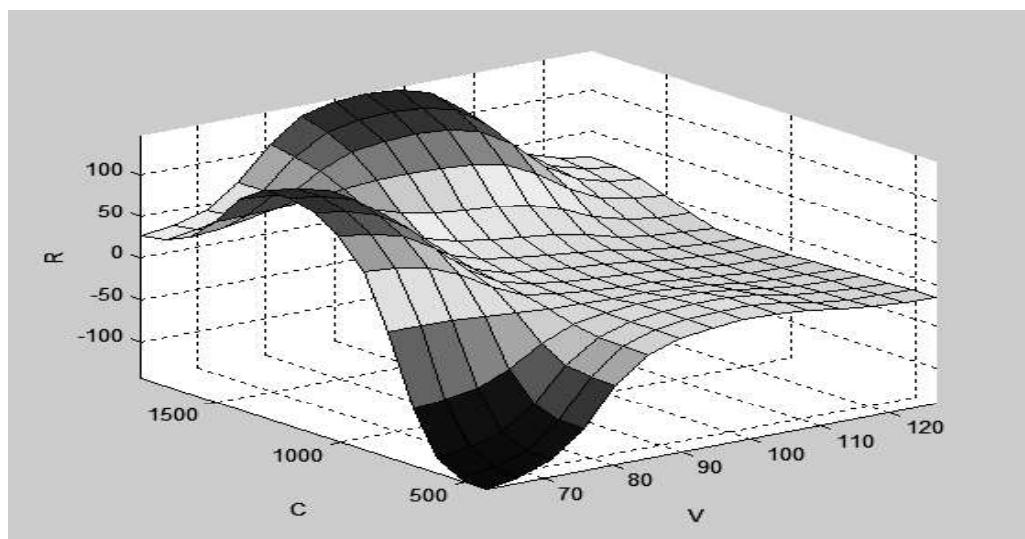
пертов, путем создания модели действий оператора или методом обучения. В нашем случае происходит обучение базы правил по известным статистическим данным. Обучение состоит в адаптивном подборе параметров нечетких множеств и автоматическом генерировании правил нечеткого логического вывода. Итак, на выходе нашей системы будет лингвистическая переменная «рентабельность», которая может принимать одно из трех значений: «низкий», «средний», «высокий». После формирования системы правил происходит дефазификация агрегированного выхода. В общем случае этап дефазификации необязателен. Но в нашем случае речь идет о прогнозировании, и этап дефазификации необходим, поскольку он используется для преобразования выведенных нечетких

лингвистических переменных в точное значение.

Использованная нами модель нечеткого вывода типа Мамдани применяет центроидный метод дефазификации, в котором выходное значение прогнозируемой величины определяется центром веса выходного нечеткого множества. Функция отклика, иллюстрирующая работу системы нечеткой логики, представлена на рис. 7.

Результатом работы системы нечеткой логики стало прогнозное значение рентабельности зернопроизводства в 2015 году R

= 32,3%. Для получения прогноза нами были использованы следующие предварительные оценки влияющих факторов: валовой сбор зерна за 2 последних года – 124 млн. т; внутренняя цена зерна в 2015 году – 2 800 грн./т; затраты на производство зерна – 2 158 грн./т. Полученный прогноз близок к прогнозам, полученным другими методами, что подчеркивает его достоверность. Подчеркнем, что для построения модели нечеткой логики были использованы номинальные значения цены и затрат зернопроизводства.



Источник: Разработана авторами

Рис. 7. Поверхность отклика для системы нечеткого вывода прогнозирования рентабельности зернопроизводства

**Выводы.** Нами предложены два подхода к моделированию рентабельности зернопроизводства. Первый состоит в использовании корреляционно-регрессионного анализа. Корреляционный анализ показал сильную зависимость рентабельности от цены зерна, затрат зернопроизводства и валового сбора зерновых. Эти факторы и были положены в основу модели множе-

ственной линейной регрессии. Другой подход состоит в использовании нечеткой логики для моделирования зависимости рентабельности от тех же влияющих факторов. Результаты прогнозирования рентабельности зернопроизводства на 2015 год, полученные с использованием обеих моделей, достаточно близки как между собой, так и к статистическим данным за 2015 год.

### **Библиография:**

1. Coyle B. T., Wei R., Rude J.. *Dynamic econometric models of Manitoba crop production and hypothetical production impacts for CAIS*, «CATPRN Working Paper», 2008, №6.

2. Edwards A. L., *The Regression Line on*, CA: Freeman W.H., San Francisco, 1976.
3. Mamdani E. H.. *Application of fuzzy algorithms for the control of a simple dynamic plant*. Proc. IEEE 121, 1974.
4. Mjelde J. W.. *Dynamic programming model of the corn production decision process with stochastic climate forecasts*. — Thesis of Doctor of Philosofy in Agricultural Economics. University of Illinois, 1985.
5. Naeeni A. F., *Advanced Multi-Agent Fuzzy Reinforcement Learning. Master Thesis Computer Engineering*, Nr: E3098D, Dalarna University, Sweden, 2004.
6. Zadeh L., *Fuzzy sets*, “Information and control”, 1965, №8.
7. Грицюк П. М., *Аналіз, моделювання та прогнозування динаміки брожайності озимої пшениці в розрізі областей України: Монографія*. НУВГП, Рівне, 2010.
8. Грицюк П. М., Бабич Т. Ю., *Економіко-математичне моделювання рентабельності зерновиробництва в Україні*, «Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Економіка», 2014, Випуск 2(66).
9. Кофман А., *Введение в теорию нечетких множеств*, Радио и связь, Москва, 1982.
10. Кравець П., Киркало Р., *Системи прийняття рішень з нечіткою логікою*, Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Комп'ютерні науки та інформаційні технології”, 2009 р., №9.
11. <http://www.stat.gov.ua>, доступ от 21.04.2016 г.