



Krzysztof S. Targiel

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Informatyki i Komunikacji
Katedra Badań Operacyjnych
krzysztof.targiel@ue.katowice.pl

OCENA CZYNNIKÓW ŚRODOWISKOWYCH W ZRÓWNOWAŻONYM ROZWOJU REGIONÓW DO CELÓW WYCENY OPCJI REALNYCH*

Streszczenie: Rezultaty wielu przedsięwzięć rozwojowych realizowanych jako projekty mogą zależeć od zmiennych czynników środowiskowych. Wpływają one na wartość tegoż projektu poprzez wykorzystanie pojawiających się możliwości, co jest możliwe tylko w warunkach właściwego zarządzania. Owe możliwości są nazywane opcjami realnymi. Do ich wykorzystania jest konieczne oszacowanie przyszłych zmian wartości tych czynników. W kontekście zrównoważonego rozwoju są to czynniki nie tylko ekonomiczne, ale także społeczne oraz związane ze środowiskiem naturalnym. Na podstawie obserwacji danych historycznych możliwe jest tworzenie scenariuszy przyszłych zachowań tych czynników. Takie scenariusze mogą przybierać formę drzew dwumianowych. Niniejszy artykuł przedstawia ocenę parametrów drzew dwumianowych dokonaną na podstawie obserwacji historycznych czynników środowiskowych mogących mieć wpływ na projekty zrównoważonego rozwoju regionów.

Słowa kluczowe: rozwój regionów, opcje realne, podejmowanie decyzji.

Wprowadzenie

Na początku XXI w. coraz dobitniej zauważamy, iż charakterystycznym elementem współczesności jest zmienność. Za Heraklitem z Efezu można stwierdzić iż „Jedyną co jest stałe, to zmiana”. Także regiony rozwijają się w silnie zmienionym otoczeniu. Te okoliczności należy brać pod uwagę przy planowaniu rozwoju.

* Projekt został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki jako projekt badawczy nr N N 111 477740.

Rozwój regionalny jest rozumiany jako nieustający ciąg decyzji dotyczących kierunków rozwoju, metod zmian, sposobu oceny tych zmian. Aby efektywnie podejmować decyzje, niezbędne są metody wspomagania decydentów. Jednym z kierunków tego wspomagania jest poszerzenie palety narzędzi o możliwości wykorzystania opcji realnych, które uwzględniają nie tylko bieżącą sytuację, ale także zmienność środowiska, w którym przychodzi podejmować decyzje.

Spojrzenie systemowe na rozwój regionalny przedstawia go jako proces zmian stanu obecnego na pożądaną, dotyczący umownie wydzielonego, względnie jednorodnego obszaru kraju. Proces ten powinien prowadzić do wzrostu dobrobytu i poprawy standardu życia ludności poprzez zwiększenie dostępu do dóbr i usług materialnych oraz duchowych w zakresie kultury, wiedzy, sztuki, rozrywki. Zmiana stanu jest dokonywana poprzez realizację projektów rozwojowych. Istnieje zazwyczaj wiele sposobów zmiany stanu obecnego, co jest jednoznaczne z wieloma projektami rozwojowymi, które mogą zostać zrealizowane. Wybór właściwego najczęściej jest dokonywany na podstawie kryterium finansowego. W kontekście rozwoju zrównoważonego powinny być rozpatrywane także aspekty społeczne i środowiskowe. W zmiennym środowisku XXI w. opieranie decyzji jedynie na obecnych wartościach parametrów, od których zależy rezultat projektu, wydaje się niewystarczające. Należy brać pod uwagę także scenariusze rozwoju tych parametrów. Jest to możliwe w metodologii wyceny opcji realnych.

W tym miejscu pojawia się problem, który stał się problemem badawczym w niniejszym artykule: jak modelować wykorzystywane w wycenie opcji realnych czynniki środowiskowe mogące mieć wpływ na ocenę projektów rozwojowych w zrównoważonym rozwoju regionów. Celem badawczym jest sprawdzenie efektywności opisu czynników występujących w zrównoważonym rozwoju za pomocą procesów stochastycznych, a dokładniej ich dyskretnych przybliżeń za pomocą drzew dwumianowych.

W pierwszej części artykułu przedstawiono idee zrównoważonego rozwoju. W części drugiej zdefiniowano drzewa dwumianowe. Trzecia część określa metody estymowania parametrów tych drzew, natomiast ostatnia zawiera obliczenia numeryczne estymacji parametrów.

1. Zrównoważony rozwój

Zrównoważony rozwój w dzisiejszym znaczeniu został zdefiniowany przez Światową Komisję ds. Środowiska i Rozwoju w dokumencie nazywanym Raportem Burdlanda. Raport ten stwierdza, że zrównoważony rozwój „[...] ozna-

cza zaspokajanie potrzeb teraźniejszości bez naruszenia zdolności przyszłych pokoleń do zaspokajania ich potrzeb” [www 1].

Rozumienie pojęcia zrównoważonego rozwoju ewoluowało w kierunku podejścia „samoograniczającego” [Lorek, 2010, s. 175], w którym rozważa się trzy sfery rozwoju: ekonomiczno-przestrzenną, społeczno-demograficzną i ekologiczną. Zintegrowane lądy tych sfer rozwojów pozwalają na trwałe rozwój. Elementy tego podejścia są widoczne w dokumentach Rady Europy określających strategię rozwoju. Mowa tutaj o Strategii Lizbońskiej obowiązującej do 2010 r. Jak twierdzi Lorek [2010, s. 177], dotyczy to także nowej strategii rozwoju „Europa 2020”. Przedstawia ona trzy podstawowe priorytety: inteligentny rozwój (ang. *smart growth*) to rozwój gospodarki opartej na wiedzy i innowacjach, rozwój włączający (ang. *inclusive growth*) to rozwój nakierowany na tworzenie miejsc pracy oraz redukcję ubóstwa oraz rozwój zrównoważony (ang. *sustainable growth*) to promowanie gospodarki zrównoważonej. Priorytety te odpowiadają trzem płaszczyznom rozwoju: ekonomicznej, społecznej i środowiskowej (ekologicznej).

Sposób osiągnięcia trwałego zrównoważonego rozwoju został określony w Odnowionej Strategii Zrównoważonego Rozwoju [Odnowiona Strategia Trwałego Rozwoju, 2006]. Dokument ten definiuje cele główne strategii, którymi są: ochrona środowiska naturalnego, sprawiedliwość i spójność społeczna, dobrobyt gospodarczy, realizacja zobowiązań UE w skali międzynarodowej.

Strategia definiuje także pożądane kierunki zmian w sferach społecznej, gospodarczej i ekonomicznej. W ramach każdego z kierunków określono cele operacyjne i działania, które mają pozwolić na osiągnięcie zamierzonych celów. Mają one znaczący wpływ na pomiar stopnia osiągnięcia celów strategicznych poprzez zbierane dane oraz upubliczniane wskaźniki statystyczne. W kontekście proponowanej metody kluczowym elementem jest właśnie dobór wskaźników określających rozwój w trzech wymaganych sferach.

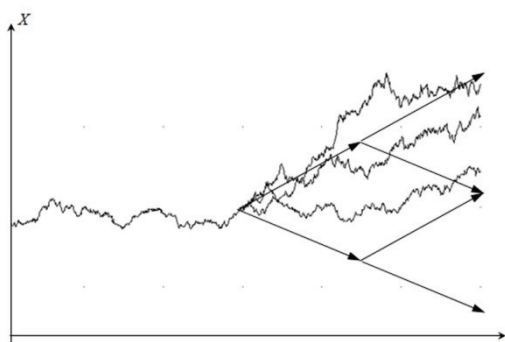
2. Drzewa dwumianowe

Drzewo dwumianowe pełni rolę scenariusza możliwych zmian badanego parametru. Konstrukcja drzewa zakłada, że parametr może w każdym rozpatrywanym okresie jedynie wzrosnąć lub spaść. Dzięki wzajemnemu powiązaniu wielkości wzrostu i spadku obliczone wartości węzłów drzewa powtarzają się. Takie podejście ogranicza liczbę rozważanych w scenariuszu wartości węzłów.

Wielkość wzrostu oraz spadku oblicza się na podstawie historycznych obserwacji badanego parametru. Po ich ustaleniu, zaczynając od znanej bieżącej

wartości parametru, jest konstruowane drzewo, które powinno objąć wszystkie przyszłe wartości.

Estymacja parametrów musi się rozpocząć od dobrania odpowiedniego procesu stochastycznego modelującego zmienność parametru. Na rysunku 1 pokazano drzewo dwumianowe dobrane na podstawie innego modelu niż wygenerowane trzy ścieżki procesu stochastycznego. Niektóre ścieżki wychodzą poza obszar, który obejmuje drzewo. Dodatkowo wygenerowane procesy kształtują się w górnej części drzewa dwumianowego.



Rys. 1. Drzewo dla procesu BM, ścieżki dla procesu GBM

Źródło: Opracowanie własne.

Konsekwencją wybranego modelu jest sposób obliczania parametrów wzrostu i spadku oraz prawdopodobieństwa tych zmian. Wybór typu modelu jest nazywany modelowaniem, natomiast dobór parametrów modelu – kalibracją [Seydel, 2009, s. 53].

3. Modelowanie zmian

W literaturze przedmiotu są rozważane trzy zasadnicze grupy procesów stochastycznych wykorzystywanych do modelowania zmian zmiennej stanu. Za Dixitem i Pindykiem [1994] wyróżnia się procesy dyfuzyjne, procesy Poissona oraz procesy mieszane. W niniejszym artykule ograniczono się do pierwszej grupy procesów. Ich przykładami są procesy Arytmetycznego Ruchu Browna, Geometrycznego Ruchu Browna oraz proces Orsteina-Uhlenbecka jako szczególny przypadek procesu z powrotem do średniej. Pozostałe procesy są rzadziej wykorzystywane w praktyce wyceny opcji realnych.

Oceny parametrów drzewa dwumianowego dokonujemy poprzez porównanie własności probabilistycznych wynikających z teoretycznego modelu oraz je-

go dyskretnego przybliżenia w postaci drzewa dwumianowego. Porównywane będą dwa pierwsze momenty, tzn. wartość oczekiwana oraz wariancja procesu.

Dla procesu dyfuzyjnego w ogólnej postaci danej równaniem (1):

$$dX_t = \alpha(X_t, t) dt + \sigma(X_t, t) dW_t \quad (1)$$

gdzie:

W_t – proces Wienera,

X_t – badany parametr (zmienna stanu),

α – parametr odpowiadający za dryf procesu,

σ – zmienność procesu,

wartość oczekiwana jest dana wzorem (2):

$$E[dX_t] = \alpha(X_t, t) dt \quad (2)$$

natomiast wariancja procesu jest dana wzorem (3):

$$\text{Var}[dX_t] = \sigma^2(X_t, t) dt \quad (3)$$

Poprzez porównanie powyższych zależności z wartościami uzyskiwanymi z próby, dla modelu dyskretnego w postaci drzewa dwumianowego uzyskujemy wzory na parametry tego drzewa. Są one zależne od obserwowanej realizacji procesu stochastycznego. Za Guthriem [2009, s. 267] będziemy estymować dryf procesu (μ) ze średniej arytmetycznej (ν) dla danych historycznych zgodnie z równaniem (4):

$$\hat{\mu} = \hat{\nu} / \Delta t_d \quad (4)$$

Zmienność procesu (σ) zostanie oceniona na podstawie odchylenia standardowego (ϕ) danych historycznych zgodnie z równaniem (5):

$$\hat{\sigma} = \hat{\phi} / \sqrt{\Delta t_d} \quad (5)$$

gdzie: Δt_d część roku, dla której są obserwowane dane historyczne.

Dla danych dziennych przyjmujemy, że jest to 1/250 część roku. Wynika to z założenia, iż mamy 250 dni roboczych w roku.

3.1. Modele procesów dyfuzyjnych

Proces stochastyczny nazywany Arytmetycznym Ruchem Browna (*Brownian Motion* – BM) jest najprostszym rozważanym modelem. Jeśli oznaczymy poprzez μ dryf procesu, jest on dany równaniem różniczkowym [Weron i Weron, 1998, s. 166] (6):

$$dX_t = \mu dt + \sigma dW_t \quad (6)$$

Wybór tego typu modelu może mieć uzasadnienie zwłaszcza w przypadku wskaźników technicznych, dla których nie obserwujemy zależności wielkości przyrostu od osiąganego przez tą zmienną poziomu.

Z estymatora zmienności Arytmetycznego Procesu Browna ($\hat{\sigma}$) można obliczyć stopień wzrostu oraz spadku w drzewie dwumianowym obejmującym w najlepszym stopniu taki proces. Za pracą Guthrie [2009, s. 327] są one dane wzorami (7) oraz (8):

$$u = \hat{\sigma} \sqrt{\Delta t_m} \quad (7)$$

$$d = -\hat{\sigma} \sqrt{\Delta t_m} \quad (8)$$

gdzie: Δt_m – część roku odpowiadająca etapowi w siatce dwumianowej.

Węzły siatki drzewa dwumianowego są obliczane ze wzoru [Guthrie, 2009, s. 327]:

$$X(i, n) = X_0 + (n - 2i) \cdot \hat{\sigma} \sqrt{\Delta t_m} \quad (9)$$

gdzie:

i – liczba spadków,

n – numer etapu.

Proces Geometrycznego Ruchu Browna (*Geometric Brownian Motion* – GBM) dany jest równaniem różniczkowym [Weron i Weron, 1998, s. 167] określonym równaniem (10):

$$dX_t = \mu X_t dt + \sigma X_t dW_t \quad (10)$$

Wykorzystanie tego procesu ma szczególne uzasadnienie w przypadku, gdy modelowanym parametrem jest instrument finansowy notowany na giełdzie, dla którego jest obserwowany ekspotencjalny wzrost wartości. Wynika to z obserwowanej na tych rynkach zależności przyrostów od poziomu osiąganego przez parametr.

Na podstawie estymatora $\hat{\sigma}$ można obliczyć stopień wzrostu oraz spadku w drzewie dwumianowym, które w najlepszym stopniu obejmuje przyszłe wartości procesu GBM. Są one dane zależnościami (11) oraz (12) [Guthrie, 2009, s. 268]:

$$u = e^{\hat{\sigma} \sqrt{\Delta t_m}} \quad (11)$$

$$d = e^{-\hat{\sigma} \sqrt{\Delta t_m}} \quad (12)$$

Węzły siatki drzewa dwumianowego obejmującego proces Geometrycznego Ruchu Browna są obliczane z zależności (13) [Guthrie, 2009, s. 268]:

$$X(i, n) = X_0 e^{(n-2i) \cdot \hat{\sigma} \sqrt{\Delta t_m}} \quad (13)$$

gdzie:

i – liczba spadków,

n – numer etapu.

Grupa procesów, w których obserwuje się powrót do średniej (*Mean Reverting Model* – MRM) jest dana równaniem różniczkowym [Sydel, 2009, s. 39] określonym wzorem (14):

$$dX_t = \lambda(R - X_t)dt + \sigma X_t^\beta dW_t \quad \text{dla } \lambda > 0 \quad (14)$$

gdzie:

λ – parametr określający szybkość powrotu do średniej,

β – parametr,

R – średnia.

Szczególne znaczenie ma proces Orsteina-Uhlenbecka. Jest to proces określony równaniem (14) o parametrach $\beta=0$ oraz $R=0$. Wykorzystanie grupy procesów z powrotem do średniej ma szczególne uzasadnienie ekonomiczne. Dla wielu wielkości ekonomicznych jest obserwowany efekt powrotu do pewnego ustalonego poziomu. Efekt ten jest bardzo dobrze modelowany równaniem (14).

Ocenę parametrów Guthrie [2009, s. 272] dokonuje wykorzystując model autoregresyjny stopnia pierwszego (AR(1)) w postaci określonej równaniem (15):

$$x_{j+1} - x_j = \alpha_0 + \alpha_1 x_j + u_{j+1}, \quad u_{j+1} \sim N(0, \phi^2) \quad (15)$$

gdzie: $x_j = \ln(X_j)$. W tej sytuacji estymator $\hat{\sigma}$ jest dany wzorem (16) [Guthrie, 2009, s. 274]:

$$\hat{\sigma} = \hat{\phi} \sqrt{\frac{2 \ln(1 + \hat{\alpha}_1)}{\hat{\alpha}_1 (2 + \hat{\alpha}_1) \Delta t_d}} \quad (16)$$

Parametry u i d są dobierane ze wzorów (11) i (12), natomiast węzły siatki drzewa dwumianowego ze wzoru (13).

4. Weryfikacja modelu dyskretnego

Jakość pokrycia przez drzewo dwumianowe przyszłych zmian procesu stochastycznego ocenimy poprzez miernik średniokwadratowej odległości realizacji procesu od najbliższego węzła drzewa dwumianowego:

$$MAE_{min} = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \left(\min_i |X(i, n) - x_n| \right) \quad (17)$$

gdzie:

$X(i, n)$ – i -ty węzeł drzewa dwumianowego na n -tym etapie,

x_n – realizacja procesu w momencie rozpoczęcia n -tego etapu,

M – liczba etapów w horyzoncie czasowym.

Miara określona równaniem (17) jest tym większa, im przyszłe wartości obserwowanego parametru są odleglejsze od obliczonych węzłów drzewa dwumianowego. Jeśli wartości parametru wykrócą poza stożek wyznaczony drzewem dwumianowym, wartość miernika wzrasta. Nieznaczne wykroczenia w niewielkim stopniu zwiększają wartość MAE . Te są dopuszczalne. Wartością graniczną ‘nieznacznego wykroczenia’ jest połowa odległości pomiędzy węzłami tego samego etapu. Gdy parametr wykracza poza stożek o wartość wyższą, powoduje to znaczące zwiększenie miernika.

5. Przykład numeryczny

Krajowe cele strategii „Europa 2020” [www 2] zostały określone w obszarze społecznym (zwiększenie wskaźnika zatrudnienia osób w wieku 20-64 lata do co najmniej 71%, zmniejszenie do 4,5% odsetka młodzieży niekontynuującej nauki oraz zwiększenie do 45% odsetka osób w wieku 30-34 lat mających wyższe wykształcenie, zmniejszenie o 1,5 mln liczby osób żyjących poniżej relatywnej granicy ubóstwa), ekonomicznym (osiągnięcie poziomu nakładów na działalność B+R 1,7% PKB), a także środowiskowym (zmniejszenie zużycia energii pierwotnej do poziomu około 96 Mtoe, zwiększenie wykorzystania odnawialnych źródeł energii oraz redukcja emisji CO₂).

Tabela 1. Wskaźniki środowiskowe dla Polski

Wyszczególnienie		1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Zużycie energii pierwotnej	Mtoe	99,1	97,5	95,1	97,6	92,1	95,1	99,1	98	91,7	89,5
Udział energii odnawialnej	%	b.d.	b.d.	b.d.	b.d.	b.d.	b.d.	b.d.	b.d.	b.d.	b.d.
Emisja gazów cieplarnianych		101	102	101	98,5	103	100	99	98,1	98	98,1
		2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Zużycie energii pierwotnej	Mtoe	84,6	86	84,9	87,5	87,3	88	92,1	91,9	93,2	90,1
Udział energii odnawialnej	%	b.d.	b.d.	b.d.	b.d.	7	7	7	7	7,8	8,8
Emisja gazów cieplarnianych	%	100	98,2	96,4	96,4	97,6	96,8	95,7	96,1	92,9	91,9
		2010	2011	2012							
Zużycie energii pierwotnej	Mtoe	96	96,3	93,3							
Udział energii odnawialnej	%	9,3	10,4	11							
Emisja gazów cieplarnianych	%	90,7	90,1	91,6							

Źródło: [www 3].

Wskaźniki o charakterze społecznym zmieniły w 2010 r. metodologię liczenia, stąd brak jest jeszcze odpowiedniej ilości danych do analiz. Skupiono się na wskaźnikach środowiskowych, a mianowicie: emisja gazów cieplarnianych (gdzie emisja w 2000 r. to 100%), udział energii ze źródeł odnawialnych w końcowym zużyciu energii brutto (w %) oraz zużycie energii pierwotnej (w Mtoe – milionach ton oleju ekwiwalentnego). W tabeli 1 przedstawiono dane historyczne wartości tych wskaźników dla Polski.

Na podstawie przedstawionych danych historycznych wyestymowano parametry drzewa dwumianowego, które w najlepszy sposób pokrywa przyszłe zmiany badanego wskaźnika. Do estymacji wykorzystano dane do 2009 r. włącznie. Dane z kolejnych trzech lat wykorzystano do weryfikacji modelu.

Tabela 2. Porównanie modeli dla wskaźnika „Zużycie energii pierwotnej”

Model	MAE_{min}
BM	2,00
GBM	64,65
MR-OU	36,73

Źródło: Opracowanie własne.

Najlepsze dopasowanie uzyskano dla Arytmetycznego Ruchu Browna, dla którego wartości wzrostu i spadku wynosiły $u = 4,75$ i $d = -4,75$.

Tabela 3. Porównanie modeli dla wskaźnika „Udział energii odnawialnej”

Model	MAE_{min}
BM	0,13
GBM	4,51
MR-OU	2,08

Źródło: Opracowanie własne.

Ponownie najlepsze dopasowanie uzyskano dla Arytmetycznego Ruchu Browna, dla którego $u = 0,74$, a $d = -0,74$.

Tabela 4. Porównanie modeli dla wskaźnika „Emisja gazów cieplarnianych”

Model	MAE_{min}
BM	1,96
GBM	57,61
MR-OU	38,55

Źródło: Opracowanie własne.

Także tym razem najlepsze dopasowanie uzyskano dla Arytmetycznego Ruchu Browna. Uzyskane wartości wzrostu i spadku wynosiły $u = 2,79$, natomiast $d = -2,79$.

Analizując uzyskane wyniki, należy stwierdzić, iż najlepsze wyniki dopasowania drzewa dwumianowego uzyskano dla modelu Arytmetycznego Ruchu Browna. Tego wyniku należało się spodziewać, ponieważ rozważane parametry mają charakter wskaźników technicznych, dla których nie są obserwowane zależności pomiędzy przyrostem a poziomem zmiennej, a także nie jest obserwowane zjawisko powrotu do pewnego poziomu.

Podsumowanie

W artykule rozważono różne modele rozwoju wartości parametrów charakteryzujących zrównoważony rozwój. W analizach ograniczono się do procesów dyfuzyjnych modelowanych za pomocą procesów stochastycznych Arytmetycznego Ruchu Browna, Geometrycznego Ruchu Browna oraz procesu Orsteina-Uhlenbecka. Rozważania te odniesiono do wskaźników wykorzystanych w strategii „Europa 2020”. Historyczne dane posłużyły do wyznaczenia drzewa dwumianowego pokrywającego przyszłe zmiany rozważanego parametru. Uzyskane wyniki pokazały, że model najprostszy okazał się najlepszy. Wynikało to także z charakteru tych parametrów, który miał cechy wskaźnika bardziej technicznego niż ekonomicznego. Przedstawione obliczenia numeryczne pokazały efektywność opisu zmienności wskaźników wykorzystanych w strategii „Europa 2020” za pomocą drzew dwumianowych.

Modelowanie drzew dwumianowych ma istotne znaczenie przy wycenie opcji realnych metodą CRR [Cox, Ross i Rubinstein, 1979]. Opcje realne mogą zostać wykorzystane w zarządzaniu projektami rozwojowymi. Osiągnięcie przez wskaźniki celów wyznaczonych w dokumentach strategii będzie skutkowało zmianami w polityce finansowania projektów rozwojowych, dlatego też istotne jest określenie scenariuszy rozwoju wartości tych wskaźników.

Literatura

- Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M. (1979), *Option Pricing: A Simplified Approach*, „Journal of Financial Economics”, Vol. 7, s. 229-263.
- Czarski E. (2011), *Wskaźniki zrównoważonego rozwoju Polski*, GUS, Katowice.
- Dixit A.K., Pindyck R.S. (1994), *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, Princeton.
- Guthrie G. (2009), *Real Options in Theory and Practice*, Oxford University Press, Oxford.

- Lorek E. (2010), *Nowe kierunki badań w zrównoważonym rozwoju. Teraźniejszość i przyszłość* [w:] *Ekonomia – finanse. Współczesne wyzwania i kierunki rozwoju*, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Centrum Badań i Ekspertyz, Katowice.
- Odnowiona Strategia Trwałego Rozwoju UE (2006), Rada UE, Bruksela.
- Seydel R.U. (2009), *Tools for Computational Finance*, 4th ed., Springer-Verlag, Berlin.
- Targiel K. (2010), *Wykorzystanie opcji realnych w projektach wieloetapowych* [w:] J. Pyka (red.), *Nowoczesność przemysłu i usług. Modele, metody i narzędzia zarządzania organizacjami*, Katowice, s. 334-343.
- Weron A., Weron R. (1998), *Inżynieria finansowa*, WNT, Warszawa.
- [www 1] World Commission on Environment and Development. Our Common Future, <http://www.un.org/documents/ga/res/42/ares42-187.htm> (dostęp: 31.07.2012).
- [www 2] Krajowy Program Reform Europa 2020, Warszawa, kwiecień 2011, <http://www.mg.gov.pl/Bezpieczenstwo+gospodarcze/Strategia+Europa+2020/Krajowy+Program+Reform> (dostęp: 11.10.2014).
- [www 3] http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/europe_2020_indicators/headline_indicators (dostęp: 24.06.2014).

**EVALUATION OF ENVIRONMENTAL FACTORS IN THE SUSTAINABLE
DEVELOPMENT OF THE REGIONS FOR THE PURPOSE
OF VALUATION OF REAL OPTIONS**

Summary: The results of a number of development projects may depend on the variable environmental factors. They may affect the value of that project, through the use of emerging opportunities, which is possible only in the conditions of proper management. These opportunities are called real options. To use them, it is necessary to estimate future changes in the value of these factors. In the context of sustainable development, the factors are not only economic but also social and related to environment. Based on the observation of historical data, it is possible to create scenario future behavior of these factors. Such scenarios may take the form of binomial trees. This paper presents the evaluation of the parameters of binomial trees made based on historical observations of environmental factors that may influence on the projects of sustainable development of regions.

Keywords: development of regions, real options, decision making.