COLLOQUIUM MATHEMATICUM

VOL. XLIX 1985 FASC. 2

ТЕОРЕМЫ О ФАКТОРИЗАЦИИ И ОБРАТНЫХ СПЕКТРАХ ДЛЯ РАВНОМЕРНОСТЕЙ

В. Х. БАЛАДЗЕ (ТБИЛИСИ)

После построения теории размерности сначала сепарабельных, а затем любых метрических пространств, возникла задача распространения основных фактов теории размерности за пределы метрических пространств. Существенную роль в решении этой задачи сыграл метод факторизационных теорем. Этот метод оказался плодотворным в вопросах спектральной разложимости, при построении универсальных пространств и компактных расширений с теми или иными размерностными свойствами и весовыми свойствами.

Первая факторизационная теорема была получена Мардешичем [7] для размерности dim в классе компактов. В этом же классе пространств Пасынков [11], [12] доказал факторизационные теоремы для размерностей Ind, Δ и относительной размерности rd, Лейбо [6] для размерности ind, а Замбахидзе [4] — для размерности dm [1]. Получены факторизационные теоремы сразу для нескольких размерностных инвариантов (см. [11] и [10]). Наиболее общий результат в этом направлении в классе компактов получен Немцем [8], который на основании введенного им понятия обобщенной перегородки аксиоматизировал понятие размерностного инварианта, охватив при этом подавляющее большинство всех до сих пор рассматриваемых размерностных инвариантов. Факторизационная теорема для соответствующего инварианта вытекает из факторизуемости, определяющей этот инвариант обобщенной перегородки, что существенно упрощает получение конкретных факторизационных теорем.

Факторизационную теорему в классе равномерных пространств доказал Кульпа [5]. Теоремы 1 и 2 из [5], доказанные Кульпой, обобщают результаты Мардешича и Пасынкова, формулируемые в чисто топологических терминах, и показывают, что равномерные пространства являются естественной областью существования факторизационных теорем и теорем о разложении в спектр из метрических пространств.

Нами здесь доказана факторизационная теорема для равномерных пространств в том случае, когда равномерность факторизуемого пространства обладает счетным набором свойств (см. определение 1).

Отметим, наконец, что понятия, определения которых имеются в [3], считаются известными и далее не поясняются.

Следуя работе [5], *псевдоравномерность* на множестве X есть такое семейство $\mathscr{U}$ покрытий множества X, что выполняются следующие условия:

(1) $\mathscr{U}$ — направленное множество относительно звездной вписанности;

(2) если $Q \in \mathscr{U}$ и $Q \succ P$, то $P \in \mathscr{U}$.

Базисом псевдоравномерности $\mathscr{U}$ называется такое подсемейство $\mathscr{B} \subset \mathscr{U}$, что для каждого $Q \in \mathscr{U}$ существует P из $\mathscr{B}$, вписанное в Q.

Замечание 1. Пусть $\mathscr{B}$ — семейство покрытий множества X, удовлетворяющее условию (1). Ясно, что $\mathscr{B}$ будет базисом псевдоравномерности, состоящим из всех таких покрытий P множества X, что для каждого P существует $Q \in \mathscr{B}$ вписанное в P.

Псевдоравномерность $\mathscr{U}$ называется *равномерностью*, если

(3) для любых двух различных точек x и y множества X существует $P \in \mathscr{U}$ такое, что $x \in \operatorname{st}(y, P)$.

Замечание 2. Семейство $\mathscr{B}$ покрытий множества X, удовлетворяющее условиям (1) и (3), будет базисом равномерности $\mathscr{U}$, состоящим из всех таких покрытий P множества X, что для любого P существует $Q \in \mathscr{B}$ вписанное в P.

Определение. Пусть $\mathscr{R}$ — некоторое множество комплексов, удовлетворяющее условиям:

1. если комплекс K принадлежит $\mathscr{R}$, то любой изоморфный ему комплекс L тоже принадлежит $\mathscr{R}$;

2. если комплекс K принадлежит $\mathscr{R}$, то любой его подкомплекс L тоже принадлежит $\mathscr{R}$.

Скажем, что равномерность (псевдоравномерность) $\mathscr{U}$ на X *обладает свойством* $\mathscr{R}$, если $\mathscr{U}$ имеет базис, состоящий из покрытий, нервы которых принадлежат $\mathscr{R}$.

Свойство равномерности $\mathscr{U}$ „иметь размерность $\dim \mathscr{U} \leqslant n$" (см. [5]) является свойством такого типа. Можно определить такие свойства. Например:

Скажем, что $\operatorname{dm} \mathscr{U} = -1$ тогда и только тогда, когда $X = \varnothing$. Далее $\operatorname{dm} \mathscr{U} = 0$, если равномерность (псевдоравномерность) $\mathscr{U}$ имеет базис, состоящий из покрытий, в нерве которого нет сравнимых элементов. Наконец, $\operatorname{dm} \mathscr{U} \leqslant n$ $(n > 0)$, если в $\mathscr{U}$ есть базис, состоящий из таких покрытий, что размерность Душник-Миллера его нерва, как частично-упорядоченного множества, не превосходит $n+1$ (см. [1]).

Будем говорить, что плотность $\chi_k(\mathscr{U})$ равномерности $\mathscr{U}$ не превосходит n, если $\mathscr{U}$ имеет базис, состоящий из таких покрытий ω, что число элементов покрытия ω, входящих в k-ю звезду [2] любого элемента из ω, не превосходит n.

Аналогично можно ввести и другие числовые характеристики равномерности $\mathscr{U}$ на X.

Пусть $\mathscr{U}$ — псевдоравномерность на X, $\mathscr{V}$ — псевдоравномерность на Y. Отображение $f: X \to Y$ называется *равномерным* относительно $\mathscr{U}$ и $\mathscr{V}$, если $f^{-1}(Q) \in \mathscr{U}$ для каждого $Q \in \mathscr{V}$. Через weight$(\mathscr{U})$ обозначается *вес равномерности* (псевдоравномерности) $\mathscr{U}$, т. е. минимальная мощность баз равномерности (псевдоравномерности) $\mathscr{U}$, а через $N(P)$ — нерв покрытия P.

Предложение 1. *Пусть $(X, \mathscr{U})$ — псевдоравномерное пространство и пусть псевдоравномерность $\mathscr{U}$ обладает свойством $\mathscr{R}$. Тогда равномерность ${}_q\mathscr{U}$, полученная из факторизации* [5] *псевдоравномерности $\mathscr{U}$, обладает свойством $\mathscr{R}$ и* weight ${}_q\mathscr{U} \leqslant$ weight $\mathscr{U}$.

Доказательство. Так как $\mathscr{U}$ является псевдоравномерностью на X, то семейство

$$X_{\mathscr{U}} = \left\{[x] \mid [x] = \bigcap_{P \in \mathscr{U}} \operatorname{st}(x, P), x \in X\right\}$$

есть разбиение множества X. Пусть $q: X \to X_{\mathscr{U}}$ отображение, определенное формулой $q(x) = [x]$. Для каждого $P \in \mathscr{U}$

$${}_qP = \{X_{\mathscr{U}} \setminus q(X \setminus O) \mid O \in P\}$$

является покрытием $X_{\mathscr{U}}$. Семейство ${}_q\mathscr{U} = \{{}_qP \mid P \in \mathscr{U}\}$ является базисом равномерности ${}_q\mathscr{U}$ на $X_{\mathscr{U}}$, а отображение $q: X \to X_{\mathscr{U}}$ будет равномерным относительно равномерности ${}_q\mathscr{U}$ на $X_{\mathscr{U}}$ и псевдоравномерности $\mathscr{U}$ на X (см. [5]).

Пусть псевдоравномерность $\mathscr{U}$ на X имеет базис $\mathscr{B}$. Из вышесказанного выходит, что семейство ${}_q\mathscr{B} = \{{}_qP \mid P \in \mathscr{B}\}$ будет базисом равномерности ${}_q\mathscr{U}$ на $X_{\mathscr{U}}$. Следовательно, weight ${}_q\mathscr{U} \leqslant$ weight $\mathscr{U}$.

Покажем, что равномерность ${}_q\mathscr{U}$ обладает свойством $\mathscr{R}$. Пусть Q произвольное покрытие равномерности ${}_q\mathscr{U}$. Тогда $q^{-1}(Q)$ принадлежит $\mathscr{U}$, так как q является равномерным отображением. По условию $\mathscr{U}$ имеет базис $\mathscr{B}$, состоящий из покрытий, нервы которых принадлежат $\mathscr{R}$. Значит, в покрытие $q^{-1}(Q) = \{q^{-1}(O) \mid O \in Q\}$ можно вписать покрытие P с нервом $N(P) \in \mathscr{R}$. Ясно, что $q[q^{-1}(Q)] = Q$, так как $X_{\mathscr{U}} \setminus q[X \setminus q^{-1}(O)] = O$ для любого $O \in Q$. Поэтому, ${}_qP$ вписано в Q. Покажем, что нерв $N({}_qP)$ является подкомплексом комплекса $N(P)$.

Пусть $P = \{G_i \mid i \in \Gamma\}$; тогда ${}_qP = \{X_{\mathscr{U}} \setminus q(X \setminus G_i) \mid i \in \Gamma\}$. Возьмем симплекс

$$s^n = \left(X_{\mathscr{U}} \setminus q(X \setminus G_1), \ldots, X_{\mathscr{U}} \setminus q(X \setminus G_{n+1})\right) \in N({}_qP).$$

Определим симплициальное отображение (вложение) $f: N({}_qP) \hookrightarrow N(P)$ по формуле $f\left(X_{\mathscr{U}} \setminus q(X \setminus G_i)\right) = G_i$, $i \in \Gamma$. Пересечение $\bigcap_{i=1}^{n+1} G_i$ будет непустым, потому что в противном случае пустым будет пересечение $\bigcap_{i=1}^{n+1} \left(X_{\mathscr{U}} \setminus q(X \setminus G_i)\right)$, что невозможно, так как $s^n \in N({}_qP)$. Следовательно, $f(s^n) = (G_1, \ldots, G_{n+1})$ является симплексом нерва $N(P)$. Этим доказано, что $N({}_qP)$ является подкомплексом комплекса $N(P)$, т. е. $N({}_qP) \in \mathscr{R}$.

Предложение 1 доказано.

Применяя предложение 2 из [5] получим следующее

Следствие 1. *Пусть отображение* $f:(X,\mathscr{U})\to(Y,\mathscr{V})$ *равномерное относительно псевдоравномерности* $\mathscr{U}$ *на* X *и равномерности* $\mathscr{V}$ *на* Y, *и пусть* $\mathscr{U}$ *обладает свойством* $\mathscr{R}$. *Тогда* f *допускает такую факторизацию*

$$\begin{tikzcd} X \arrow[r, "f"] \arrow[d, "q"'] & Y \\ X_{\mathscr{U}} \arrow[ur, dashed, "g"'] & \end{tikzcd}$$

что отображения q *и* g *равномерны,* $f=g\circ q$, $\operatorname{weight}{}_q\mathscr{U}\leqslant\operatorname{weight}\mathscr{U}$ *и* ${}_q\mathscr{U}$ *обладает свойством* $\mathscr{R}$.

Предложение 2. *Пусть равномерность* $\mathscr{U}$ *на* X *обладает счетным набором свойств* $\mathscr{R}_i$, $i=1,2,\ldots$ *Для каждого подсемейства* $\mathscr{B}$ *равномерности* $\mathscr{U}$, *имеющего мощность* $\geqslant\aleph_0$, *существует такая псевдоравномерность* $\tilde{\mathscr{U}}$ *на* X, *что* $\mathscr{B}\subset\tilde{\mathscr{U}}\subset\mathscr{U}$, $\operatorname{weight}\tilde{\mathscr{U}}\leqslant|\mathscr{B}|$ *и псевдоравномерность* $\tilde{\mathscr{U}}$ *обладает свойствами* $\mathscr{R}_i$, $i=1,2,\ldots$

Доказательство. Для каждой пары покрытий P', P'' из $\mathscr{B}$ возьмем такое покрытие $P_{11}\in\mathscr{U}$, что P_{11} звездно вписано в каждое из них и его нерв принадлежит $\mathscr{R}_1$. Рассмотрим последовательность $\{P_{ij}\}$ покрытий, которая вполне упорядочена следующим образом:

$$P_{11}\prec_* P_{21}\prec_* P_{22}\prec_* P_{31}\prec_* P_{22}\prec_* P_{13}\prec_* P_{41}\prec_* P_{32}\prec_*\ldots$$

Нервы всех покрытий P_{ij} из последовательности $\{P_{ij}\}$ с фиксированным индексом i принадлежат $\mathscr{R}_i$. Совокупность полученных покрытий обозначим через $\mathscr{B}_1$. Ясно, что $|\mathscr{B}_1|\leqslant|\mathscr{B}|$. Допустим семейства $\mathscr{B}_1$, $\mathscr{B}_2,\ldots,\mathscr{B}_n$, где $|\mathscr{B}_i|\leqslant|\mathscr{B}|$ определено. Применяя относительно $\bigcup\limits_{i=1}^{n}\mathscr{B}_i$ вышеописанную операцию, мы получим такое семейство $\mathscr{B}_{n+1}$ покрытий, что $|\mathscr{B}_{n+1}|\leqslant|\mathscr{B}|$. Семейство $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}\mathscr{B}_i$ является направленным относительно звездно вписанности и

$$\Big|\bigcup_{i=1}^{\infty}\mathscr{B}_i\Big|\leqslant|\mathscr{B}|.$$

Из замечания 1 видно, что существует псевдоравномерность $\tilde{\mathscr{U}}$ на X, базисом которой является $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}\mathscr{B}_i$ и $\mathscr{B}\subset\tilde{\mathscr{U}}\subset\mathscr{U}$. Следовательно, $\operatorname{weight}\tilde{\mathscr{U}}\leqslant|\mathscr{B}|$. Из построения видно, что $\tilde{\mathscr{U}}$ удовлетворяет и остальным требованиям предложения 2.

(¹) Считаем $\operatorname{weight}\mathscr{V}>\aleph_0$.

Предложение 2 доказано.

Теорема 1. *Пусть* $(X, \mathscr{U})$ *и* $(Y, \mathscr{V})$ (1) — *равномерные пространства и* $f: X \to Y$ — *равномерное отображение „на". Если равномерность* $\mathscr{U}$ *обладает свойствами* $\mathscr{R}_i$, $i = 1, 2, \ldots$, *и вес* $\operatorname{weight} \mathscr{V} \leqslant \tau$, *то существуют равномерное пространство* $(Z, \mathscr{W})$ *и равномерные отображения* $g: X \to Z$ *и* $h: Z \to Y$ *такие, что* $f = h \circ g$, $\operatorname{weight} \mathscr{W} \leqslant \tau$, *и равномерность* $\mathscr{W}$ *на* Z *обладает свойствами* $\mathscr{R}_i$, $i = 1, 2, \ldots$

Доказательство. Пусть $\mathscr{B}$ такой базис равномерности $\mathscr{V}$ на Y, что $|\mathscr{B}| \leqslant \tau$. Рассмотрим семейство $f^{-1}(\mathscr{B})$ покрытий пространства X. Так как f равномерное отображение, $f^{-1}(\mathscr{B}) \subset \mathscr{U}$. Ясно, что $|f^{-1}(\mathscr{B})| \leqslant \tau$. По предложению 2 существует такая псевдоравномерность $\tilde{\mathscr{U}}$ на X, что $f^{-1}(\mathscr{B}) \subset \tilde{\mathscr{U}} \subset \mathscr{U}$, $\operatorname{weight} \tilde{\mathscr{U}} \leqslant \tau$ и $\tilde{\mathscr{U}}$ обладает свойствами $\mathscr{R}_i$, $i = 1, 2, \ldots$ Отображение $f: X \to Y$ будет равномерным относительно псевдоравномерности $\tilde{\mathscr{U}}$ на X и равномерности $\mathscr{V}$ на Y. Действительно, пусть $Q \in \mathscr{V}$. В Q можно вписать покрытие P из базиса $\mathscr{B}$. Ясно, что $f^{-1}(P) > f^{-1}(Q)$. Из построения $\tilde{\mathscr{U}}$ видно, что $f^{-1}(P)$ принадлежит $\tilde{\mathscr{U}}$. Следовательно, $f^{-1}(Q) \in \tilde{\mathscr{U}}$, т. е. $f: X \to Y$ равномерна относительно $\tilde{\mathscr{U}}$ и $\mathscr{V}$. Применяя следствие 1 получим, что существует коммутативная диаграмма

$$
\begin{tikzcd}
(X,\mathscr{U}) \arrow[d, "i"'] \arrow[dr, "\chi"] & \\
(X,\tilde{\mathscr{U}}) \arrow[r, "f"] \arrow[d, "q"'] & (Y,\mathscr{V}) \\
(X_{\mathscr{U},q}\mathscr{U})=(Z,\mathscr{W}) \arrow[ur, dashed, "h"'] &
\end{tikzcd}
$$

где все отображения, в том числе и отображение i, определенное формулой $i(x) = x$, равномерны. Из этой диаграммы получим коммутативную диаграмму

$$
\begin{tikzcd}
(X,\mathscr{U}) \arrow[rr, "f"] \arrow[dr, "g"'] & & (Y,\mathscr{V}) \\
& (Z,\mathscr{W}) \arrow[ur, "h"'] &
\end{tikzcd}
$$

где $g = q \circ i$. Ясно, что равномерность $\mathscr{W}$ на Z удовлетворяет всем требованиям теоремы.

Теорема доказана.

Пусть $\mathscr{R}$ — семейство всех комплексов размерности $\leqslant n+1$, а $(X, \mathscr{U})$ — равномерное пространство. Свойство равномерности $\mathscr{U}$ — иметь размерность $\dim \mathscr{U} \leqslant n$ — и свойство равномерности $\mathscr{U}$ — обладать свойством $\mathscr{R}$ — эквивалентны. Так что, из доказанной теоремы получаем теорему доказанную Кульпой [5].

Следствие 2 (Кульпа [5]). *Для любого равномерно непрерывного отображения* $f:(X,\mathscr{U})\to(Y,\mathscr{V})$ *существуют такое равномерное пространство* $(Z,\mathscr{W})$ *и такие равномерно непрерывные отображения* $g:(X,\mathscr{U})\to(Z,\mathscr{W})$ *и* $h:(Z,\mathscr{W})\to(Y,\mathscr{V})$, *что* $f=h\circ g$, $\operatorname{weight}\mathscr{W}\leqslant\operatorname{weight}\mathscr{V}$ *и* $\dim\mathscr{W}\leqslant\dim\mathscr{U}$.

Следствие 3. *Для любого равномерно непрерывного отображения* $f:(X,\mathscr{U})\to(Y,\mathscr{V})$ *существуют такое равномерное пространство* $(Z,\mathscr{W})$ *и такие равномерно непрерывные отображения* $g:(X,\mathscr{U})\to(Z,\mathscr{W})$ *и* $h:(Z,\mathscr{W})\to(Y,\mathscr{V})$, *что* $f=h\circ g$, $\operatorname{weight}\mathscr{W}\leqslant\operatorname{weight}\mathscr{V}$ *и* $\dim\mathscr{W}\leqslant\dim\mathscr{U}$, $\operatorname{dm}\mathscr{W}\leqslant\operatorname{dm}\mathscr{U}$, $\chi_k(\mathscr{W})\leqslant\chi_k(\mathscr{U})$.

Следствие 4 (Замбахидзе [4]). *Пусть* $f:X\to Y$ *непрерывное отображение компакта* X *на компакт* Y. *Тогда существуют такое компактное пространство* Z *и такие непрерывные отображения* $g:X\to Z$ *и* $h:Z\to Y$, *что* $f=h\circ g$, $w(Z)\leqslant w(Y)$ *и* $\operatorname{dm}Z\leqslant\operatorname{dm}X$.

Теорема 2. *Вполне регулярное пространство* X *с равномерностью* $\mathscr{U}$, *обладающей свойствами* $\mathscr{R}_i$, $i=1,2,\ldots$, *можно равномерно плотно вложить в равномерное пространство* $(\tilde X,\tilde{\mathscr{U}})$, *являющееся пределом обратного спектра* $\{X_\alpha,\pi^\alpha_\beta,M\}$, *причем пространства* X_α *метризуемы и равномерность* $\mathscr{U}_\alpha$ *на* X_α *обладает свойствами* $\mathscr{R}_i$, $i=1,2,\ldots$, *проекции* $\pi^\alpha_\beta:X_\alpha\to X_\beta$ *равномерны и „на" и* $|M|\leqslant\operatorname{weight}\mathscr{U}\leqslant\aleph_0$. *Если, кроме того, равномерность* $\mathscr{U}$ *полна* [3], *то пространство* $(X,\mathscr{U})$ *равномерно изоморфно с* $(\tilde X,\tilde{\mathscr{U}})$.

Доказательство. Пусть $\mathscr{B}$ такой базис равномерности $\mathscr{U}$, что $|\mathscr{B}|=\operatorname{weight}\mathscr{U}$. Мы можем построить такое семейство M псевдоравномерностей α на X, что $\alpha\subset\mathscr{U}$ для любого $\alpha\in M$. Семейство M будет направленным относительно включения. M строится следующим образом. Для каждого покрытия $P\in\mathscr{B}$ рассмотрим систему $\{P_{ij}\}$ покрытий равномерности $\mathscr{U}$. Нерв каждого покрытия P_{ij} с фиксированным индексом i принадлежит $\mathscr{R}_i$ и они вполне упорядоченны следующим образом:

$$P\prec P_{11}\prec_* P_{21}\prec_* P_{22}\prec_* P_{31}\prec_* P_{22}\prec_* P_{13}\prec_* P_{41}\prec_* P_{32}\prec_*\ldots$$

Из замечания 1 видно, что семейство $\{P_{ij}\}$ образует базис псевдоравномерности $\alpha(P)$. Полученная псевдоравномерность $\alpha(P)$ обладает свойствами $\mathscr{R}_i$, $i=1,2,\ldots$, $\operatorname{weight}\alpha(P)\leqslant\aleph_0$. Пусть $\mathscr{B}_1=\{\alpha(P)\mid P\in\mathscr{B}\}$ семейство псевдоравномерностей $\alpha(P)$. Допустим семейства $\mathscr{B}_1,\mathscr{B}_2,\ldots,\mathscr{B}_{n-1}$ состоящие из псевдоравномерностей, обладающих свойствами $\mathscr{R}_i$, $i=1,2,\ldots$, и имеющих вес $\leqslant\aleph_0$, построены. Сейчас построим $\mathscr{B}_n$. Для любой пары псевдоравномерностей α и β из $\mathscr{B}_1\cup\mathscr{B}_2\cup\ldots\cup\mathscr{B}_{n-1}$ существует такая псевдоравномерность γ, что $\alpha\cup\beta\subset\gamma$, γ обладает свойствами $\mathscr{R}_i$, $i=1,2,\ldots$, и $\operatorname{weight}\gamma\leqslant\aleph_0$. Действительно, пусть α и β порождены из следующих последовательностей $\{P'_{ij}\}$ и $\{P''_{ij}\}$. Рассмотрим множество A, как совокупность всех элементов последовательностей $\{P'_{ij}\}$ и $\{P''_{ij}\}$. Ясно, что $|A|\leqslant\aleph_0$ и $A\subset\mathscr{U}$. Поступая также как при доказательстве предложения 2, мы построим такую псевдоравномерность γ, что $A \subset \gamma \subset \mathscr{U}$, weight $\gamma \leqslant \aleph_0$, γ обладает свойствами $\mathscr{R}_i, i = 1, 2, \ldots$, и $\alpha \cup \beta \subset \gamma$. Совокупность всех таких γ обозначим через $\mathscr{R}_n$. Пусть $M = \{\alpha : \alpha \in \mathscr{R}_i, i = 1, 2, \ldots\}$. Множество M будет направленным относительно включения и $|M| \leqslant$ weight $\mathscr{U}$.

Для каждого $\alpha \in M$ рассмотрим факторизацию псевдоравномерности α на X и равномерное отображение $q_\alpha : X \to X_\alpha$. По предложению 1, равномерность $\mathscr{U}_\alpha$ на X_α имеет счетный вес и обладает свойствами $\mathscr{R}_i$, $i = 1, 2, \ldots$ Ясно, что X_α будет метризуемым пространством. Остальная часть доказательства теоремы проходит также как в доказательстве теоремы 2 из [5].

Теорема доказана.

Из теоремы получаем непосредственные следствия:

Следствие 5 (Кульпа [5]). *Вполне регулярное пространство с равномерностью* $\mathscr{U}$ *можно равномерно плотно вложить в равномерное пространство* $(\tilde{X}, \tilde{\mathscr{U}})$, *являющееся пределом обратного спектра* $\{(X_\alpha, \mathscr{U}_\alpha), \pi^\alpha_\beta, M\}$, *причем пространства* X_α *метризуемы, проекции* π^α_β *равномерны и „на"*, $\dim \mathscr{U}_\alpha \leqslant \dim \mathscr{U}$ *и* $|M| \leqslant$ weight $\mathscr{U} \geqslant \aleph_0$. *Если, кроме того, равномерность* $\mathscr{U}$ *полна, то пространство* $(X, \mathscr{U})$ *равномерно изоморфно с* $(\tilde{X}, \tilde{\mathscr{U}})$.

Следствие 6. *Если топологическое пространство* X *является компактом, тогда оно гомеоморфно обратному пределу обратного спектра, состоящего из метризуемых компактов. Кроме того, мощность спектра не превосходит веса пространства* $X \geqslant \aleph_0$ *и размерность* dm *каждого элемента спектра не превосходит* $\mathrm{dm}\, X$.

Следствие 7. *Если топологическое пространство* X *является компактом, тогда оно гомеоморфно обратному пределу обратного спектра* $\{X_\alpha, \pi^\alpha_\beta, M\}$, *состоящего из метризуемых компактов* X_α, $\alpha \in M$. *Кроме того,* $|M| \leqslant w(X) \geqslant \aleph_0$ *и* $\dim X_\alpha \leqslant \dim X, \mathrm{dm} X_\alpha \leqslant \mathrm{dm} X, \chi_k(X_\alpha) \leqslant \chi_k(X)$.

Заметим, что следствие 7 верно для счетного набора комбинаторных свойств [2].

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Д. Анаджевич, *Некоторые свойства размерности нормальных пространств*, Математический вестник 3 (1966), стр. 261-264.

[2] В.Х. Баладзе, *О некоторых комбинаторных свойствах наростов бикомпактных расширений топологических пространств и о факторизации равномерных отображений*, Сообщения Академии наук Грузинской ССР 98 (1980), стр. 293-296.

[3] R. Engelking, *General topology*, Warszawa 1977.

[4] Л. Г. Замбахидзе и С. Ф. Товодрос, *О размерности и его применениях в классификации локально связных континуумов*, Сообщения Академии наук Грузинской ССР 79 (1975), стр. 549-552.

[5] W. Kulpa, *Factorization and inverse expansion theorems for uniformities*, Colloquium Mathematicum 21 (1970), стр. 217-227.

[6] **И. М. Лейбо**, *О равенстве размерностей для замкнутых образов метрических пространств*, Доклады Академии наук СССР 216 (1974), стр. 498-501.

[7] S. **Mardešić**, *On covering dimension and inverse limits of compact spaces*, Illinois Journal of Mathematics 4 (1960), стр. 278-291.

[8] **А. Г. Немец** и **Б. А. Пасынков**, *О двух общих подходах к факторизационным теоремам в теории размерности*, Доклады Академии наук СССР 233 (1977), стр. 788-791.

[9] **Ю. П. Оревков**, *Обобщение теоремы Скляренко*, там же 163 (1965), стр. 823-826.

[10] **П. Г. Парфенов**, *Об одном подходе к доказательству некоторых теорем теории размерности*, там же 219 (1974), стр. 35-38.

[11] **Б. А. Пасынков**, *О размерности нормальных пространств*, там же 201 (1971), стр. 1049-1052.

[12] — *О продолжении непрерывных отображений*, там же 219 (1974), стр. 39-42.

КАФЕДРА АЛГЕБРЫ-ГЕОМЕТРИИ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
ТБИЛИССКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
ТБИЛИСИ

Reçu par la Rédaction le 26. 8. 1980