COLLOQUIUM MATHEMATICUM

VOL. XXII 1971 FASC. 2

STANISŁAW JAŚKOWSKI
(1906-1965)

PAR

L. DUBIKAJTIS (TORUŃ)*

Stanisław Jaśkowski naquit le 22 avril 1906 à Varsovie. Très tôt, il décida de se vouer au travail scientifique. Il étudia les mathématiques à l'Université de Varsovie et y obtint en 1932 le grade de docteur des sciences mathématiques. Il se spécialisa dans la logique mathématique sous la direction des professeurs J. Łukasiewicz, S. Leśniewski et A. Tarski.

Au début de la guerre, il s'enrôla volontaire dans l'armée et prit part à la défense de Varsovie en septembre de 1939. Arrêté par les Allemands pendant l'occupation de la Pologne, il fut emprisonné durant plus d'un mois.

Après la libération du pays, il reprit aussitôt ses activités, dans l'enseignement surtout. Depuis le 1 avril 1945 jusqu'au 30 septembre de 1945, il fut chargé de cours à l'Université de Łódź et depuis le 1 septembre de même année jusqu'à sa mort, il travailla à l'Université Nicolas Copernic à Toruń. En octobre de 1945, il soutint sa thèse d'agrégation à l'Université de Cracovie et fut nommé professeur à l'Université Nicolas Copernic; le 27 juin 1957, il y avança au grade de professeur titulaire.

Sa participation à la vie de l'Université fut intense: il fut le premier doyen de la Faculté de Mathématique, Physique et Chimie (1952-1954), puis le vice-recteur de l'université (1956-1959) et le recteur (1959-1962).

Atteint d'une maladie incurable, il continua ses travaux. Il mourut à Toruń le 16 novembre 1965.

Le premier travail de Jaśkowski [1], datant de 1926, parut en 1934. Il contient la solution du problème suivant: trouver un système logique reflétant entièrement les modes de raisonnement employés par les mathématiciens dans leurs démonstrations. En fait, ces modes diffèrent de beaucoup des règles de déduction usuelles dans la logique formalisée, ce qui rend les démonstrations mathématiques beaucoup plus courtes. Pour résoudre ce problème, Jaśkowski créa un système logique tout à fait

* Une version élargie de cet article fut publiée (en polonais) dans Wiadomości Matematyczne 10 (1967), p. 15-28.

nouveau et qui fut basé sur „les règles de suppositions". Son système diffère fondamentalement des autres systèmes logiques connus. Les limites de cet article ne permettant pas de l'exposer en detail, il n'en sera présenté ici qu'un trait spécifique.

Dans les calculs logiques habituels, la démonstration d'un théorème de la logique se compose d'une suite de propositions logiques qui commence par des axiomes et conduit, par des transformations successives, au résultat final. Les termes d'une telle suite sont d'habitude des expressions fort longues; les démonstrations en résultent bien pénibles et embrouillées. Or, en se servant du calcul logique de Jaśkowski, on n'est pas contraint d'y écrire toutes ces expressions en entier, mais il y suffit d'opérer convenablement avec certains fragments des propositions vraies pour les voir former, à l'instar de briques dans un édifice, la formule finale cherchée. Les démonstrations se trouvent ainsi abrégées bien considérablement et prennent une forme non seulement très claire, mais aussi facilement contrôlable.

A peu près à la même époque, Gentzen décrivit dans ses travaux des conceptions proches de celles de Jaśkowski. Or, par comparaison aux publications de Gentzen, qui ont eu presque aussitôt un retentissement, celle de Jaśkowski resta longtemps peu connue et ce ne sont que quelques monographies étrangères, par exemple *Introduction to mathematical logic* de Church, qui en font mention. En Pologne, la méthode de Jaśkowski est, naturellement, mieux connue et souvent utilisée dans les cours de la logique faits aux plusieurs écoles pédagogiques supérieures.

Jaśkowski améliora plus tard sa méthode en y introduisant les règles de déduction concernant la disjonction, la conjonction et l'équivalence. Il exposa en détail sa méthode dans un polycopié de logique [3] effectué en 1947 à l'Université de Toruń. Dans ce polycopié, Jaśkowski donna plusieurs exemples d'application de sa méthode et y démontra que le calcul des propositions basé sur sa méthode est non-contradictoire et complet.

On sait que la logique classique n'est pas susceptible de refléter toutes les relations qui se présentent dans le monde réel, pas plus que toutes les finesses de la langue courante. L'implication classique n'a par exemple presque rien de commun avec la relation entre cause et effet. C'est pourquoi Jaśkowski consacra beaucoup de temps à construire plusieurs systèmes logiques non classiques et qui fussent destinés à refléter d'une façon plus complète les relations du monde réel (1).

Les théories logiques dues à Jaśkowski n'épuisent pas la longue liste de ses travaux logiques. Au contraire, il est l'auteur de plusieurs

(1) Quelques uns de ces systèmes se trouvent envisagés dans la version polonaise précitée de cet article.

autres résultats importants et intéressants pour la logique; rappelons-les brièvement.

1. Dans son travail important [2] de 1936 concernant la logique de l'intuitionisme, Jaśkowski construisit une suite infinie croissante de matrices logiques dans laquelle une formule du calcul des propositions est un théorème de la logique intuitioniste lorsqu'elle est vraie dans ces matrices à partir de l'une d'elles et seulement alors. Son indice dans la suite en question peut être calculé: il résulte du nombre des variables et des symboles des opérations logiques figurant dans la formule dont il s'agit. Grâce à ce mode de procéder, Jaśkowski fut à même de montrer que le calcul intuitioniste des propositions est décidable.

Maintes applications de ce résultat témoignent de son importance. Il permit de résoudre plusieurs problèmes et donna naissance à des travaux de plus en plus nombreux. Les plus importants en sont peut-être les résultats de Rose ([2]).

2. Jaśkowski composa un système extrêmement simple d'axiomes du calcul des propositions et montra qu'ils ne se laissent pas remplacer par des axiomes plus courts, même en augmentant leur nombre.

3. Son travail [10] apporte, entre autres, des résultats intéressants sur la possibilité de définir (dans le calcul des propositions ordinaire) les foncteurs à 3 arguments par ceux à 2 arguments et la négation.

4. On appelle *substitution reversible de n variables propositionnelles* p_i toute substitution de ces n variables par n expressions où figurent n variables propositionnelles q_j et pour laquelle il existe une autre substitution de même genre qui, appliquée aux variables q_j dans les expressions des p_i, donne des expressions équivalentes aux variables initiales p_i. Les substitutions reversibles de n variables forment toujours un groupe. Jaśkowski en examina les invariants. Il démontra [10] que, pour chaque expression fixée du calcul des propositions bivalent, il existe dans ce groupe un invariant unique, à savoir la *probabilité* de cette expression, en entendant par ce terme le quotient du nombre des valuations des variables pour lesquelles l'expression prend la valeur 1 par celui de toutes les valuations possibles (et qui est égal à 2^n pour une expression à n variables). Après avoir constaté que la probabilité ainsi définie est un invariant de l'opération du groupe, Jaśkowski montra que deux expressions (à n variables) ayant la même probabilité se laissent toujours transformer l'une en l'autre par une substitution reversible. Il en est ainsi en particulier de tous les théorèmes (à n variables) de la logique, car leur probabilité est toujours égale à 1. En outre, Jaśkowski démontra qu'en appliquant une substitution (propositionnelle) reversible aux prédicats

([2]) G. F. Rose, *Propositional calculus and realizability*, Transactions of the American Mathematical Society 75 (1953), p. 1–18.

dont l'ensemble est celui des notions primitives d'une théorie arbitraire, on obtient un nouvel ensemble de prédicats qui peut aussi servir de celui des notions primitives de la même théorie.

5. Dans son travail [20], Jaśkowski analysa les possibilités de définir dans le calcul des prédicats les relations classiques d'Aristote (désignées d'ordinaire par a, e, i et o) de façon qu'elles vérifient toutes les lois de la théorie classique des syllogismes. Jaśkowski montra qu'il y a plusieurs interprétations de ce genre, mais qu'une seule conserve le sens ordinaire des propositions catégoriques pour les *noms* au sens d'Aristote (c'est-à-dire non vides et non universels). Cette interprétation est pourtant assez artificielle et n'est pas entièrement compatible avec la langue courante. C'est pourquoi Jaśkowski y voyait la preuve de l'inutilité de la théorie classique de l'inférence directe dans sa forme traditionnelle.

6. Envisageant les propriétés logiques des expressions dans lesquelles chaque variable ne figure que k fois, Jaśkowski parvint à des résultats intéressants dans le cas de $k = 2$. Il démontra en particulier que, dans certains cas, la déduction basée sur les règles de substitution et d'inférence (*modus ponens*), peut être notablement simplifiée et même parfois réduite à un simple remplacement des variables par d'autres variables. Dans sa publication [35], Jaśkowski appliqua ces résultats à la théorie des inégalités et les utilisa dans son travail [34] en examinant les méthodes de décision pour certains calculs des propositions.

Les problèmes de décision furent abordés fréquemment par Jaśkowski. Citons par exemple son article [17] dans lequel il s'agissait d'une sorte de mise au point générale de la question. Beaucoup d'autres travaux de Jaśkowski traitaient ces problèmes incidemment. Un bon nombre de ses résultats concernent la réduction du problème de décision (du calcul des prédicats du premier ordre) à celui des autres théories ou de certaines classes d'expressions de diverses théories. En particulier, il démontra que les classes suivantes s'y prêtent:

1° la classe des théorèmes de la théorie des groupes dans lesquels peut figurer, outre les variables individuelles, une variable de type d'ensemble (voir [6]);

2° la classe des théorèmes de la théorie des groupes abéliens dans lesquels peuvent figurer outre les variables individuelles au plus 3 variables de type d'ensemble (voir [6]);

3° la classe des théorèmes de la théorie des groupoides libres de la forme $\bigwedge_E \bigvee_{x_1} \bigvee_{x_2} \ldots \bigvee_{x_n} a$ où E est une variable de type d'ensemble, x_i sont des variables individuelles et a est une expression du premier ordre (voir [27]);

4° la classe des théorèmes logiques exprimés à l'aide d'opérateurs du calcul des propositions, de 3 variables individuelles, de quantificateurs liant ces variables et d'un prédicat ternaire les concernant (voir [6]);

5° deux classes intéressantes de théorèmes topologiques (voir *ibidem*);

6° une classe précise de théorèmes du calcul des prédicats du premier ordre dans lesquels ne figurent que 2 variables individuelles et 4 prédicats dont 1 est unaire et 3 sont binaires (voir *ibidem*);

7° la classe des équations différentielles ordinaires d'une forme particulière et qui possèdent des solutions (voir [26]);

8° la classe de tous les théorèmes du système II_3 (considéré dans [11]);

9° la classe des expressions où ne figurent qu'une seule variable dépendante et 3 variables indépendantes au plus, valables dans les systèmes I et II (voir [11]);

10° une étroite classe de théorèmes du calcul des propositions bivalent (voir ibidem);

11° la classe des égalités de l'algèbre de Boole contenant, outre les variables individuelles, une variable de type d'ensemble (voir [18]).

Ne disposant pas de place suffisante, il a fallu omettre les définitions précises des classes 5°, 6°, 7° et 10°.

Outre ces réductions du problème de décision, Jaśkowski établit également des solutions affirmatives de ce problème pour certaines théories. Il démontra que les systèmes suivants sont décidables:

(1) la théorie élémentaire des anneaux de Boole (voir [18]);

(2) le système S5 de Lewis (voir [13]);

(3) la logique discursive (système D_2) due à lui-même (voir *ibidem*);

(4) la classe des théorèmes élémentaires de l'algèbre de Boole totalement additive (voir [18]);

(5) le système (non classique) du calcul des propositions basé sur les axiomes suivants (voir [34]):

$$\text{(i)}\quad (p \to q) \to [(q \to r) \to (p \to r)],$$

$$\text{(ii)}\quad [p \to (q \to r)] \to [q \to (p \to r)],$$

$$\text{(iii)}\quad p \to (q \to p);$$

(6) un système analogue (voir *ibidem*), basé sur (i), (ii) et sur l'axiome

$$\text{(iii}')\quad p \to p.$$

Les deux derniers résultats sont particulièrement intéressants car les matrices adéquates pour ces théories ne sont pas encore connues et la démonstration de décision due à Jaśkowski est donc basée sur une méthode tout à fait différente de celle appliquée d'habitude aux calculs des propositions. Elle s'appuie sur les propriétés précitées des expressions dans lesquelles les variables ne figurent que deux fois.

Or l'oeuvre scientifique de Jaśkowski ne se borne pas seulement à des travaux de logique. Il s'occupa, entre autres, des fondements de l'arithmétique et de la géométrie. Il est l'auteur d'une intéressante définition du nombre réel basée sur la logique avec l'axiome de l'infini. Le problème date du début du XX^{me} siècle, époque à laquelle Bertrand Russell formula une première définition de ce genre. La définition de Russell considère un nombre réel comme une coupure de Dedekind (dans un certain sens), tandis que celle de Jaśkowski est de nature essentiellement différente: elle est liée plutôt aux traditions géométriques: les nombres réels y sont considérés (comme chez Euclide) comme des rapports entre certains ensembles. Une étude détaillée [12] concernant cette nouvelle définition du nombre réel et analysant minutieusement ce problème fut présentée en 1945 à l'Université de Cracovie par Jaśkowski comme sa thèse d'habilitation. Jaśkowski considérait sa définition du nombre réel comme un pas en avant pour rendre cette notion moins abstraite.

Ses recherches de géométrie poursuivaient un but analogue. Inspiré par l'idée de supprimer dans la géométrie les notions abstraites, comme celles de point ou de droite, il cherchait à les remplacer en particulier par la notion de corps solide (voir [14] et [15]). C'est pourquoi il s'occupait de la géométrie des corps de Tarski basée sur la notion primitive de sphère. Jaśkowski simplifia la théorie de Tarski en en modifiant quelques définitions et en introduisant des notions nouvelles (voir [7] et [15]). Il développa aussi la géométrie des corps dans une autre voie, à savoir en la fondant sur la notion de demi-plan (voir [8] et [14]). Enfin, il consacra plusieurs années à préparer une vaste monographie intitulée „Les fondements des géométries". Malheureusement, il ne parvint pas à la terminer.

Son intérêt pour la géométrie se manifesta également par ses travaux sur la symétrie. Un d'eux, [16], est un projet intéressant d'une classification des cristaux basée sur la théorie des groupes. Deux autres, [25] et [28], sont des ouvrages de vulgarisation scientifique sur la symétrie et ses applications à l'ornamentation. Ils contiennent quelques résultats nouveaux, dus à Jaśkowski.

Il s'occupait aussi de la théorie de la mesure. En 1933, il proposa dans une communication non publiée (cf. Annales de la Société Polonaise des Mathématiques 12 (1933), p. 122) un système catégorique d'axiomes de la mesure de Lebesgue abstraite. Il caractérisa donc cette mesure à l'isomorphie près, ce que fut fait plus tard par d'autres auteurs de diverses manières (3).

En dehors de tout cela, Jaśkowski publia d'autres articles populaires (voir [5], [9], [15], [25] et [28]), des analyses critiques de livres et des polycopiés de ses cours (voir [3] et [4]). Il était membre de la rédaction

(3) Voir par exemple E. Szpilrajn-Marczewski, *On the space of measurable sets*, Annales de la Société Polonaise des Mathématiques 17 (1938), p. 112–113; *Sur l'isomorphie des mesures séparables*, Colloquium Mathematicum 1 (1947), p. 34–40, et les travaux de Carathéodory, Halmos et von Neumann qui y sont cités.

du journal Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik.

Il s'intéressa à l'enseignement secondaire et participa activement à l'élaboration des nouveaux programmes d'enseignement. Il préssentait le besoin d'une modernisation essentielle des programmes scolaires avant que ce besoin fut universellement reconnu et il le propageait en Pologne (voir ses articles [21] et [29]-[33]).

Cependant Jaśkowski était surtout un logicien. Il aimait la rigueur du raisonnement abstrait et composait les démonstrations formalisées avec un goût particulier et avec une précision extrême. En même temps, tous ses travaux étaient intimement liés à la vie pratique. Aucune de ses théories n'était pure abstraction. Bien au contraire, il les construisait en vue de rapprocher la logique et les mathématiques de la vie et de les faire susceptibles d'embrasser autant que possible les phénomènes du monde réel.

BIBLIOGRAPHIE DES TRAVAUX DE STANISŁAW JAŚKOWSKI

[1] *On the rules of supposition sin formal logic*, Studia Logica 1 (1934), p. 1-32.

[2] *Recherches sur la logique intuitioniste*, Actes du Congrès de la Philosophie Scientifique 6, Paris 1936, p. 58-61.

[3] *Elementy logiki matematycznej i metodologii nauk ścisłych* [*Eléments de la logique mathématique et de la méthodologie des sciences*], cours polycopié, Toruń 1947.

[4] *Wstęp do rachunku różniczkowego i całkowego* [*Introduction au calcul différentiel et intégral*], cours polycopié, Toruń 1947, p. 1-44.

[5] *Zagadnienia logiczne a matematyka* [*Problèmes logiques et les mathématiques*], Myśl Współczesna 7-8 (1947), p. 57-70.

[6] *Sur le problème de décision de la topologie et de la théorie des groupes*, Colloquium Mathematicum 1 (1948), p. 176-178.

[7] *Une modification des définitions fondamentales de la géométrie des corps de M. A. Tarski*, Annales de la Société Polonaise de Mathématiques 21 (1948), p. 298-301.

[8] *Sur certains axiomes de la géométrie élémentaire*, ibidem, p. 349-350.

[9] *Czym są krakowiany?* [*Qu'est ce que sont les cracoviens?*], Życie Nauki 5, N° 25-26 (1948), p. 104-105.

[10] *Trois contributions au calcul des propositions bivalent*, Studia Societatis Scientiarum Torunensis, Sectio A, 1 (1948), p. 3-15.

[11] *Sur les variables propositionnelles dépendantes*, ibidem, p. 17-21.

[12] *Sur certains groupes formés de classes d'ensembles et leur application aux définitions des nombres*, ibidem, p. 23-35.

[13] *Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych* [*Calcul des propositions pour les systèmes déductifs contradictoires*], ibidem, p. 57-77.

[14] *Sur les axiomes de la géométrie des corps*, VI Zjazd Matematyków Polskich w Warszawie 20-23 IX 1948, Supplément aux Annales de la Société Polonaise de Mathématique 22 (1950), p. 86.

[15] *Geometria brył* [*La géométrie des corps*], Matematyka 2 (1949), p. 1-7.

[16] *Sur l'application de la théorie générale de symétrie à la cristallographie*, Experientia 5 (1949), p. 66-69.

[17] *Quelques problèmes actuels concernant les fondements des mathématiques*, Časopis pro pěstování matematiky a fysiky 75 (1949), p. 74-78.

[18] *Z badań nad rozstrzygalnością rozszerzonej algebry Boole'a* [*Des recherches sur la décidabilité de l'algèbre de Boole élargie*], ibidem, p. 136-137.

[19] *O koniunkcji dyskusyjnej w rachunku zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych* [*Sur la conjonction discursive dans le calcul des propositions pour les systèmes déducifs contradictoires*], Studia Societatis -Scientiarum Torunensis, Sectio A, 1 (1949), p. 171-172.

[20] *O interpretacjach zdań kategorycznych Arystotelesa w rachunku predykatów* [*On the interpretations of Aristotelian categorical propositions in the predicate calculus*], ibidem 2 (1950), p. 77-90; English translation in Studia Logica 24 (1969), p. 161-174.

[21] *O granicy i pochodnej w programie szkolnym* [*Sur la limite et la dérivée dans le programme scolaire*], Matematyka 3 (1950), p. 35-38.

[22] *O pewnej metodzie rozstrzygania wyrażeń algebry klas z funkcją addytywną* [*Sur une méthode de décision pour les expressions de l'algèbre des classes avec une fonction additive*], Sprawozdania Towarzystwa Naukowego w Toruniu 1 (1949), p. 171.

[23] *O pewnej definicji liczby rzeczywistej* [*Sur une définition du nombre réel*], ibidem 4 (1950), p. 106.

[24] *On the modal and causal functions in symbolic logic*, Studia Philosophica 4 (1951), p. 71-92.

[25] *O symetrii w zdobnictwie i przyrodzie* [*Sur la symétrie dans l'art décoratif et dans la nature*], Warszawa 1952, 168 p.

[26] *Exemple d'une classe de systèmes d'équations différentielles ordinaires n'ayant pas d'algorithme de solubilité des problèmes de l'existence*, en russe, Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, classe troisième 2 (1954), p. 153-155.

[27] *Undecidability of first order sentences in the theory of free groupoids*, Fundamenta Mathematicae 43 (1956), p. 36-45.

[28] *Matematyka ornamentu* [*La mathématique de l'ornement*], Warszawa 1957, 99 p.

[29] *Problem modernizacji materiału programowego w zakresie matematyki*

w szkołach ogólnokształcących [*Le problème de moderniser les matières du programme des mathématiques dans les lycées*], Sprawozdanie z prac Wydziału Nauk Społecznych PAN, 1958, p. 39-40.

[30] *Problem modernizacji materiału programowego matematyki z zakresu szkoły ogólnokształcącej* [*Le problème de moderniser les matières du programme des mathématiques dans les lycées*], Matematyka 12 (1959), p. 46-55.

[31] *Jak unowocześnić naukę matematyki w szkole?* [*Comment faut-il moderniser l'enseignement des mathématiques à l'école?*], Wiadomości Matematyczne 4 (1960), p. 59-71.

[32] *W sprawie reformy programów matematyki* [*Au sujet de la reforme des programmes de mathématiques*], Nowa Szkoła 10 (1960), p. 7-10.

[33] *Uwagi w sprawie realizacji elementów analizy matematycznej w projekcie programu ramowego komisji PTM* [*Remarques au sujet de la réalisation des éléments de l'analyse mathématique dans le projet du programme cadre de la comission de la Société Polonaise de Mathématiques*], Matematyka 14 (1961), p. 217-221.

[34] *Über Tautologien, in welchen keine Variable mehr als zweimal vorkommt*, Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik 9 (1963), p. 219-228.

[35] *On formulas in which no individual variable occurs more than twice*, Journal of Symbolic Logic 31 (1966), p. 1-6.

Reçu par la Rédaction le 1. 2. 1967