

J. ZAKRZEWSKI (Łódź)

O PEWNEJ METODZIE WNIOSKOWANIA W STATYSTYCZNEJ
KONTROLI JAKOŚCI PÓLPRODUKTÓW I WYROBÓW
WŁÓKIENNICZYCH

1. Wstęp. Dana jest partia półproduktu lub wyrobu włókienniczego pewnego asortymentu, którą należy sprawdzić z punktu widzenia pewnej cechy, możliwej do określenia w formie liczbowej. Celem kontroli jest stwierdzenie, czy rzeczywista nieznaną średnią wartość liczbową badanej cechy w całej partii (μ), różna dla poszczególnych partii danego asortymentu, spełnia warunki ustalone uprzednio.

Warunki dotyczące rzeczywistej nieznannej średniej wartości liczbowej badanej cechy w całej partii, podawane w kontroli jakości półproduktów i wyrobów włókienniczych, można podzielić na trzy zasadnicze rodzaje:

(a) warunki jednostronne — zdefiniowane przez podanie żądanej lub nominalnej wartości liczbowej danej cechy (M):

$$(1) \quad \mu \geq M$$

lub

$$(1') \quad \mu \leq M;$$

(b) warunki dwustronne symetryczne — zdefiniowane przez podanie dopuszczalnego odchylenia (ΔM) między rzeczywistą średnią wartością liczbową cechy w całej partii a jej wartością żadaną lub nominalną (tzn. kresu górnego modułu różnicy):

$$(2) \quad |\mu - M| \leq \Delta M$$

lub w równoważnej postaci

$$(2') \quad M - \Delta M \leq \mu \leq M + \Delta M;$$

(c) warunki dwustronne niesymetryczne — zdefiniowane przez podanie dopuszczalnych odchyleń ($\Delta M_1, \Delta M_2$) między rzeczywistą średnią wartością liczbową cechy w całej partii a jej wartością żadaną lub nominalną:

$$(3) \quad \Delta M_1 \leq \mu - M \leq \Delta M_2$$

lub w równoważnej postaci

$$(3') \quad M + \Delta M_1 \leq \mu \leq M + \Delta M_2, \quad \Delta M_1 < 0.$$

Dopuszczalne odchylenia (ΔM_i) podaje się często w stosunku do żądanej lub nominalnej wartości liczbowej danej cechy w partii,

$$(4) \quad \Delta M_i = w_i M.$$

Wszystkie te trzy rodzaje warunków (1), (1'), (2') i (3') można napisać w postaci jednej nierówności podwójnej

$$(5) \quad a \leq \mu \leq b.$$

Przez odpowiedni dobór parametrów surowca oraz procesu technologicznego staramy się, by rzeczywista średnia wartość liczbową badanej cechy spełniała, w każdej wyprodukowanej partii półproduktu lub wyrobu włókienniczego, ustalone uprzednio warunki (5). Aby to stwierdzić, pobiera się z każdej partii próbkę (którą z uwagi na jej wielkość w stosunku do wielkości partii oraz sposób pobierania, można traktować jako próbkę losową prostą) i przeprowadza się n pomiarów danej cechy. Na podstawie wyników pomiarów wyznacza się:

\bar{x} — średnią wartość liczbową danej cechy w próbce,

s — odchylenie standardowe danej cechy w próbce.

Znając wartości \bar{x} i s należy podjąć decyzję, czy wynik kontroli jest pozytywny czy negatywny.

Proponuje się następujące kryterium decyzji: wynik kontroli jest pozytywny, gdy

$$(6) \quad J(a, b, n, \bar{x}, s) \geq I$$

gdzie $J(a, b, n, \bar{x}, s)$ oznacza wartość współczynnika ufności⁽¹⁾ [1] (confidence coefficient) wyznaczonego na podstawie ustalonych warunków kontroli a, b , liczności próbki n oraz wyników analizy próbki \bar{x}, s ; I oznacza pewną stałą wartość współczynnika ufności; wielkości n, I są parametrami planu kontroli.

Tematem niniejszej pracy jest zagadnienie, przy jakim zespole wartości \bar{x}, s — dla ustalonych warunków (a, b) i parametrów (n, I) kontroli, spełniona jest nierówność (6) oraz jaka jest efektywność proponowanego kryterium decyzji (6).

2. Obszar przyjęć. W zależności od rodzaju badanej cechy oraz stosowanej metody kontroli, podzielmy w myśli daną partię półproduktu lub wyrobu włókienniczego na pewne elementy umowne, na przykład:

⁽¹⁾ Termin polski ustalony przez Komisję Słownictwa Statystycznego P. I. M. Identyczny termin o zupełnie innym znaczeniu podaje norma PN 58/N-01051.

przy kontroli metodą pasemkową numeru metrycznego przędzy z włókien naturalnych lub sztucznych ciętych elementem umownym będzie odcinek przędzy o długości 100 metrów (PN-61/P-04653);

przy kontroli wytrzymałości tkaniny na rozrywanie elementem umownym będzie wycinek tkaniny o wymiarach 50 cm × 5 cm (PN-59/P-04626).

Przyjmijmy, iż w tak spreparowanej partii półproduktu lub wyrobu włókienniczego rozkład badanej cechy jest normalny $N(\mu, \sigma)$, przy czym obydwie parametry rozkładu, μ , σ , są nieznanne. Gdybyśmy pobierali z takiej partii szereg niezależnych próbek, każdą o liczebności n elementów umownych, otrzymalibyśmy — na podstawie wyników pomiarów tych elementów — na ogół różne wartości średniej oraz odchylenia standardowego w próbce. Wyznaczone przez nas pary wartości średniej oraz odchylenia standardowego w próbce stanowiłyby zaobserwowane wartości łącznej zmiennej losowej \bar{X} , S .

Jak wiadomo, iloraz

$$(7) \quad t = \frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n-1}$$

ma rozkład Studenta, o znanej gęstości $s_{n-1}(t)$. Zatem dla dowolnego przedziału $t_1 \leq t \leq t_2$ mamy związek

$$(8) \quad P\left(t_1 \leq \frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n-1} \leq t_2\right) = \int_{t_1}^{t_2} s_{n-1}(t) dt.$$

Nierówność występującą w wyrażeniu (8) można przedstawić w następującej postaci równoważnej

$$(9) \quad \bar{X} - t_2 \frac{S}{\sqrt{n-1}} \leq \mu \leq \bar{X} - t_1 \frac{S}{\sqrt{n-1}}.$$

Z (8) i (9)

$$(10) \quad P\left(\bar{X} - t_2 \frac{S}{\sqrt{n-1}} \leq \mu \leq \bar{X} - t_1 \frac{S}{\sqrt{n-1}}\right) = \int_{t_1}^{t_2} s_{n-1}(t) dt.$$

Jeżeli w nierówności (9) zastąpimy zmienne losowe \bar{X} , S przez ich realizację \bar{x} , s , otrzymane z próbki o liczebności n , to nierówność

$$(9') \quad \bar{x} - t_2 \frac{s}{\sqrt{n-1}} \leq \mu \leq \bar{x} - t_1 \frac{s}{\sqrt{n-1}}$$

określa, dla każdej pary wartości $t_1 < t_2$, przedział ufności dla rzeczywistej średniej wartości liczbowej μ danej cechy w partii. Prze-

działowi ufności (9') odpowiada jednoznacznie określony współczynnik ufności

$$(10') \quad J = \int_{t_1}^{t_2} s_{n-1}(t) dt.$$

Potraktujmy wielkości a , b , występujące w nierówności (5) określającej warunki kontroli, jako krańce przedziału ufności i dobierzmy t_1 , t_2 w taki sposób, żeby

$$(11) \quad \bar{x} - t_2 \frac{s}{\sqrt{n-1}} = a, \quad \bar{x} - t_1 \frac{s}{\sqrt{n-1}} = b.$$

Wyznaczone w powyższy sposób wartości t_1 , t_2 odpowiadają pewnej regule obliczania przedziału ufności. W przypadku naszej próby (\bar{x}, s, n) reguła ta prowadzi dokładnie do danego z góry przedziału (a, b) .

Rozwiązując równania (11) względem t_1 , t_2 , otrzymujemy

$$(12) \quad t_1 = \frac{\sqrt{n-1}}{s} (\bar{x} - b), \quad t_2 = \frac{\sqrt{n-1}}{s} (\bar{x} - a).$$

Uwzględniając (12) w relacjach (9') i (10'), otrzymujemy interesujące nas wyrażenie na współczynnik ufności

$$(13) \quad J(a, b, n, \bar{x}, s) = S_{n-1} \left[\frac{\sqrt{n-1}}{s} (\bar{x} - a) \right] - S_{n-1} \left[\frac{\sqrt{n-1}}{s} (\bar{x} - b) \right],$$

gdzie S_{n-1} oznacza dystrybuantę rozkładu Studenta.

Dzięki (13) możemy podać warunek, przy jakim zespole wartości \bar{x} , s spełnione jest kryterium decyzji (6):

$$(14) \quad S_{n-1} \left[\frac{\sqrt{n-1}}{s} (\bar{x} - a) \right] - S_{n-1} \left[\frac{\sqrt{n-1}}{s} (\bar{x} - b) \right] \geq I.$$

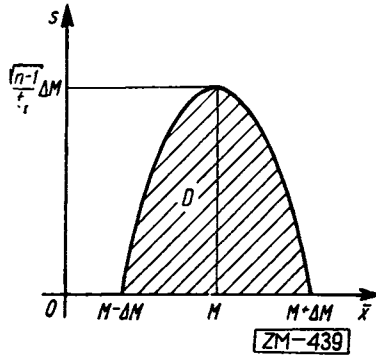
Nierówność (14) określa jednoznacznie dwuwymiarowy obszar przyjęć D dla zmiennej losowej \bar{X} , S .

Dla różnych warunków kontroli, wartości a , b wynikają odpowiednio z nierówności (1), (1'), (2') i (3').

3. Efektywność przyjętego kryterium decyzji. Przeprowadzimy obecnie ocenę efektywności przyjętego kryterium decyzji (6) dla warunku dwustronnego symetrycznego. Dla pozostałych warunków można ją przeprowadzić podobnie.

Obszar domknięty D (rys. 1), decydujący o wyniku kontroli, ograniczony jest w układzie \bar{x} , s , zgodnie z (14) i (2'), osią $O\bar{x}$ oraz krzywą

$$(15) \quad S_{n-1} \left[\frac{\sqrt{n-1}}{s} (\bar{x} - M + \Delta M) \right] - S_{n-1} \left[\frac{\sqrt{n-1}}{s} (\bar{x} - M - \Delta M) \right] = I.$$



Rys. 1

Wielkość t_I (podana na rys. 1) spełnia, zgodnie z (15), związek

$$(16) \quad S_{n-1}(t_I) = \frac{1}{2}(1 + I).$$

Prawdopodobieństwo, że punkt o współrzędnych \bar{x} , s otrzymanych w wyniku analizy próbki pobranej z partii, której jakość charakteryzują nieznanne nam μ , σ , znajdzie się w obszarze D , wynosi

$$(17) \quad P[(\bar{X}, S) \in D] = \iint_D f(\bar{x}, s) d\bar{x} ds,$$

gdzie $f(\bar{x}, s)$ jest gęstością łącznej zmiennej losowej (\bar{X}, S) .

Rozkład zmiennej losowej wartości liczbowej badanej cechy w partii (V) jest, zgodnie z założeniem, normalny o gęstości

$$(18) \quad f(v) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(v - \mu)^2}{2\sigma^2} \right];$$

ponadto

$$(19) \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i, \quad s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (v_i - \bar{x})^2.$$

Zgodnie więc z (18) i (19)

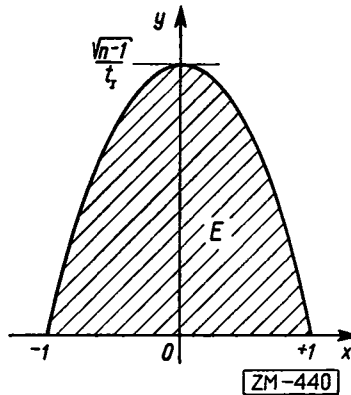
$$(20) \quad f(\bar{x}, s) = \frac{\sqrt{n} \exp \left[\frac{-n(\bar{x} - \mu)^2}{2\sigma^2} \right]}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{n^{(n-1)/2} s^{n-2} \exp[-ns^2/2\sigma^2]}{2^{(n-3)/2} \Gamma((n-1)/2) \sigma^{n-1}}.$$

Funkcja (20) jest ciągła i ograniczona w obszarze regularnym D .

W celu przejścia do układu bezwymiarowego wprowadzimy ciągłe oraz jednokrotne przekształcenie różniczkowalne, według relacji

$$(21) \quad \bar{x} = \Delta M \cdot x + M, \quad s = \Delta M \cdot y.$$

Przekształcenie (21) odwzorowuje obszar regularny D (rys. 1) na płaszczyźnie \bar{x}, s na obszar regularny E (rys. 2) na płaszczyźnie x, y . Funkcje (21) są ciągłe wraz z pochodnymi rzędu pierwszego w domkniętym obszarze regularnym E .



Rys. 2

Na podstawie (21) możemy napisać

$$(22) \quad \iint_D f(\bar{x}, s) d\bar{x} ds = \iint_E g(x, y) dx dy,$$

gdzie, zgodnie z (20) i (21),

$$(23) \quad g(x, y) = \frac{\sqrt{n} \exp\left[\frac{-n(x-\xi)^2}{2\eta^2}\right]}{\eta\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{n^{(n-1)/2} y^{n-2} \exp\left[\frac{-ny^2}{2\eta^2}\right]}{2^{(n-3)/2} \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right) \eta^{n-1}}$$

oraz

$$(24) \quad \xi = (\mu - M) / \Delta M, \quad \eta = \sigma / \Delta M.$$

Zwróćmy uwagę, iż zgodnie z (17),

$$(25) \quad P[(\bar{X}, S) \in D] = P[(X, Y) \in E].$$

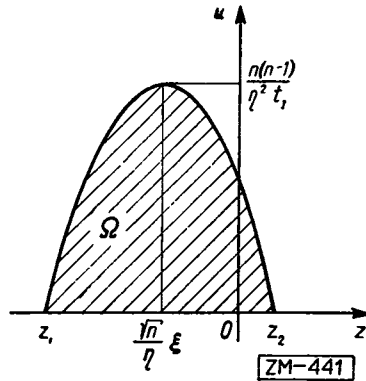
Obszar domknięty E (rys. 2) ograniczony jest w układzie x, y , zgodnie z (15) i (21), osią Ox oraz krzywą

$$(26) \quad S_{n-1} \left[\frac{\sqrt{n-1}}{y} (x+1) \right] - S_{n-1} \left[\frac{\sqrt{n-1}}{y} (x-1) \right] = I.$$

W celu wykorzystania stabilizowanych całek do obliczeń numerycznych, wprowadźmy ponownie ciągłe oraz jednokrotne przekształcenie różniczkowalne, według relacji

$$(27) \quad x = \frac{\eta}{\sqrt{n}}z + \xi, \quad y = \frac{\eta}{\sqrt{n}}\sqrt{u}.$$

Przekształcenie (27) odwzorowuje obszar regularny E (rys. 2) na płaszczyźnie x, y na obszar regularny Ω (rys. 3) na płaszczyźnie z, u . Funkcje (27) są ciągłe wraz z pochodnymi rzędu pierwszego w obszarze regularnym Ω .



Rys. 3

Opierając się na (23) i (27) można napisać

$$(28) \quad \iint_E g(x, y) dx dy = \iint_\Omega \varphi(z) k_{n-1}(u) dz du,$$

gdzie

$$(29) \quad \varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-z^2}{2}\right)$$

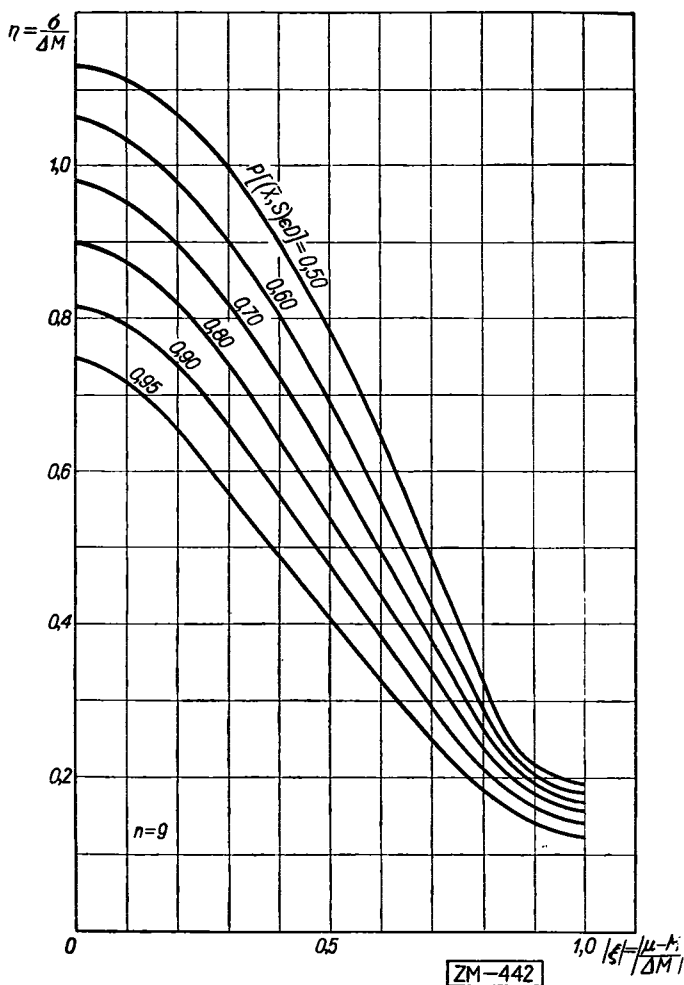
jest gęstością rozkładu normalnego zmiennej losowej standaryzowanej (Z), a

$$(30) \quad k_{n-1}(u) = \frac{1}{2^{(n-1)/2} \Gamma((n-1)/2)} u^{(n-3)/2} \exp\left(\frac{-u}{2}\right)$$

jest gęstością rozkładu χ^2 o $n-1$ stopniach swobody.

Obszar domknięty Ω (rys. 3) ograniczony jest w układzie z, u , zgodnie z (26) i (27), osią Oz oraz krzywą

$$(31) \quad S_{n-1} \left[\sqrt{\frac{n-1}{u}} (z-z_1) \right] - S_{n-1} \left[\sqrt{\frac{n-1}{u}} (z-z_2) \right] = I,$$



Rys. 4

gdzie

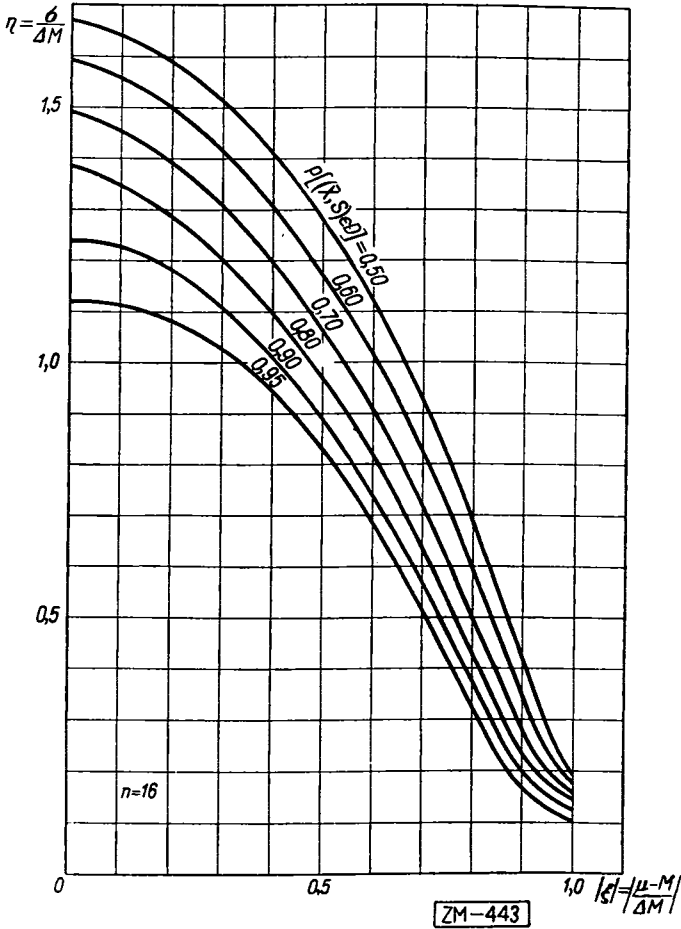
$$(32) \quad z_1 = \frac{-\sqrt{n}}{\eta} (1 + \xi), \quad z_2 = \frac{\sqrt{n}}{\eta} (1 - \xi).$$

Zamieniając prawą całość podwójną w wyrażeniu (28) na całość iterowaną, otrzymuje się

$$(33) \quad \iint_{\Omega} \varphi(z) k_{n-1}(u) dz du = \int_{z_1}^{z_2} \varphi(z) \left[\int_0^{u(z)} k_{n-1}(u) du \right] dz,$$

gdzie $u(z)$ podano w postaci uwikłanej w wyrażeniu (31). Całka wewnętrzna w wyrażeniu (33) przedstawia dystrybuantę rozkładu χ^2

$$(34) \quad \int_0^{u(z)} k_{n-1}(u) du = K_{n-1}[u(z)].$$



Rys. 5

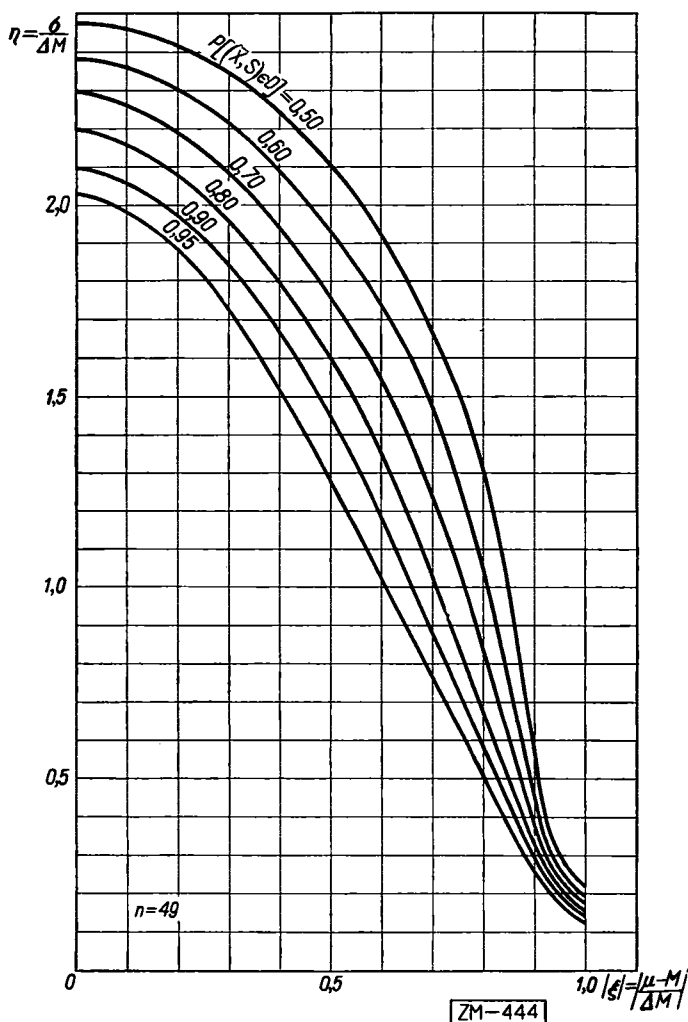
Wykorzystując (34) w wyrażeniu (33) otrzymujemy

$$(35) \quad \iint_{\Omega} \varphi(z) k_{n-1}(u) dz du = \int_{z_1}^{z_2} \varphi(z) K_{n-1}[u(z)] dz$$

i ostatecznie, uwzględniając (33), (28), (22) i (17),

$$(36) \quad P[(\bar{X}, S) \in D] = \int_{z_1}^{z_2} \varphi(z) K_{n-1}[u(z)] dz.$$

Całkę (36) można wyznaczyć jedynie na drodze numerycznej ([2], [5]). Przy ustalonych wielkościach charakteryzujących warunki kontroli M , ΔM oraz parametry planu kontroli n , I — prawdopodobieństwo (36),



Rys. 6

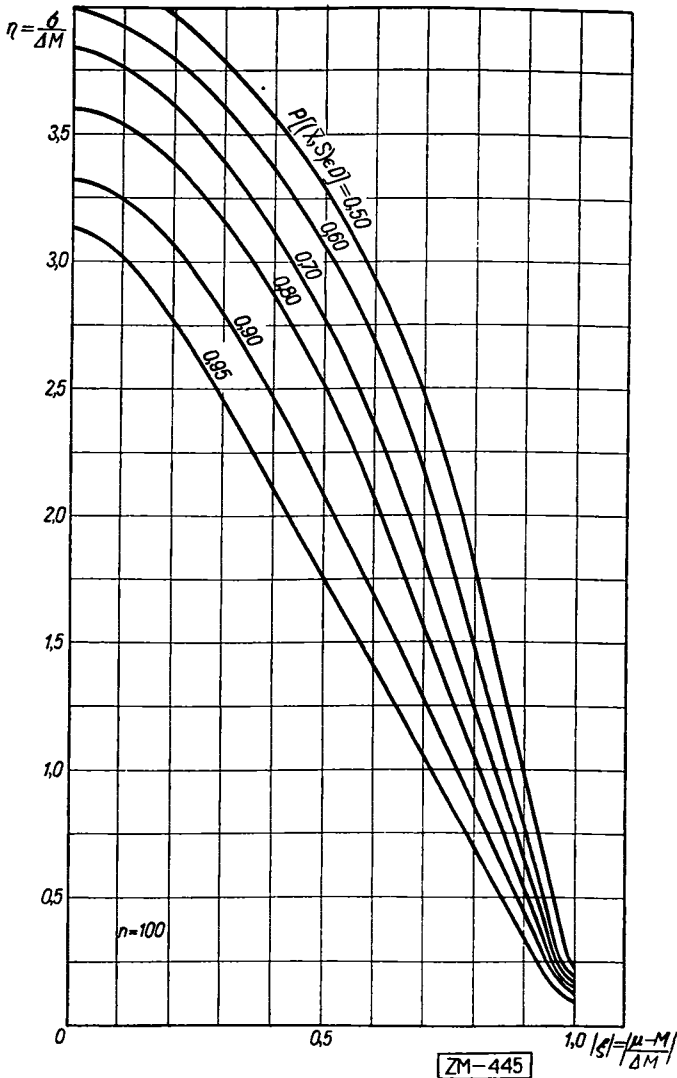
decydujące o efektywności przyjętego kryterium decyzji, jest funkcją jedynie wielkości n , σ charakteryzujących jakość badanej partii:

$$(36') \quad P[(\bar{X}, S) \in D] = G(\mu, \sigma).$$

W układzie przestrzennym μ , σ , P równanie (36) przedstawia pewną powierzchnię.

W celu zilustrowania efektywności przyjętego kryterium decyzji (6) podajemy w układzie bezwymiarowym $|\xi|$, η , zespół warstwiec

$$P[(\bar{X}, S) \in D] = \text{const.}$$



Rys. 7

Wykresy wykonano przy $I = 0,95$ oraz dla $n = 9$ (rys. 4), $n = 16$ (rys. 5), $n = 49$ (rys. 6) i $n = 100$ (rys. 7).

4. Ilustracja doświadczalna. W celu przeprowadzenia próby obiektywnej wykorzystano wyniki losowań, z partii o rozkładzie normalnym, podane przez Shewhart'a [4].

Przyjęto następujące warunki $(M, \Delta M)$ oraz parametry (n, I) kontroli

$$(37) \quad M = 25, \quad \Delta M = 10, \quad n = 16, \quad I = 0,95.$$

Jakość badanej partii charakteryzowały następujące wielkości

$$(38) \quad N(\mu = 30, \sigma = 10).$$

Podstawiając (37) i (38) do (36) z uwzględnieniem relacji (21), (24), (27) i (32) otrzymuje się

$$(39) \quad P[(\bar{X}, S) \in D] = 0,78.$$

Na 20 próbek (każda o liczności $n = 16$) wylosowanych z partii (38) otrzymano 16 par wartości \bar{x}, s , spełniających nierówność (14) dwuwymiarowego obszaru przyjęć (D) dla zmiennej losowej (\bar{X}, S) , a więc zgodność jest dobra.

5. Parametry planu kontroli. Jak wykazaliśmy w ustępie 3, prawdopodobieństwo (36) decydujące o efektywności przyjętego kryterium decyzji (6), jest funkcją warunków kontroli $(M, \Delta M)$, jakości badanej partii (μ, σ) oraz parametrów planu kontroli (n, I) .

Można to napisać w następującej postaci

$$(36'') \quad P[(\bar{X}, S) \in D] = H(M, \Delta M, \mu, \sigma, n, I).$$

Wielkości charakteryzujące warunki kontroli $(M, \Delta M)$ ustala się według parametrów surowca (lub surowców), z którego wyrabia się dany asortyment półproduktu lub wyrobu włókienniczego, oraz procesu technologicznego ustalonego dla danego asortymentu. Wielkości te są nam znane przed przystąpieniem do kontroli jakości partii.

Znając parametry surowca, procesu technologicznego oraz dotychczasowe wyniki analiz próbek możemy oszacować przedział zmienności odchylenia standardowego badanej cechy w partiach danego asortymentu:

$$(40) \quad \sigma_1 \leq \sigma \leq \sigma_2.$$

Nadmieniamy, iż niektóre normy (ASTM—DIN) podają orientacyjne wartości współczynników zmienności podstawowych cech półproduktów i wyrobów włókienniczych. Parametry planu kontroli (n, I) możemy obierać dowolnie w granicach nierówności

$$(41) \quad n > 2, \quad 0 < I < 1.$$

Korzystając z tej dowolności parametrów planu kontroli, możemy je tak dobrać, żeby spełnione były dwa dodatkowe żądania wynikające z przesłanek technologicznych lub ekonomicznych.

Dla przykładu mogą to być następujące żądania: Gdy rzeczywista średnia wartość liczbowa cechy w badanej partii jest bardzo bliska jej wartości nominalnej ($\mu \approx M$), to nawet przy maksymalnej wartości

odchylenia standardowego badanej cechy w partii ($\sigma = \sigma_2$) prawdopodobieństwo negatywnego wyniku kontroli winno być małe (α)

$$(42) \quad H(M, \Delta M, \mu = M, \sigma = \sigma_2, n, I) = 1 - \alpha.$$

Gdy rzeczywista średnia wartość liczbowa cechy w badanej partii różni się od jej wartości nominalnej co najmniej o odchylenie dopuszczalne ($|\mu - M| \geq \Delta M$), to nawet przy minimalnej wartości odchylenia standardowego badanej cechy w partii ($\sigma = \sigma_1$) prawdopodobieństwo pozytywnego wyniku kontroli winno być małe (β).

$$(43) \quad H(M, \Delta M, \mu = M \pm \Delta M, \sigma = \sigma_1, n, I) = \beta.$$

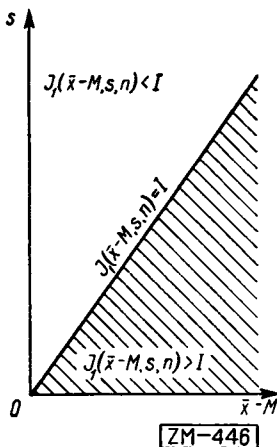
Wartości α, β przyjmujemy, w zależności od wymagań, dostatecznie małe.

Związki (42) i (43) pozwalają określić na drodze numerycznej parametry planu kontroli (n, I) spełniające dodatkowe żądania.

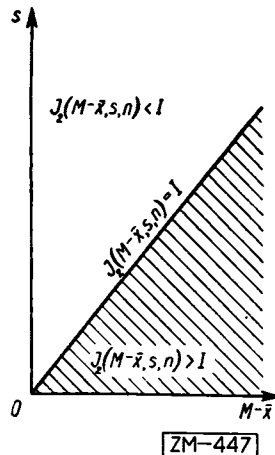
Nadmieńmy, iż zgodnie z (14), parametry planu kontroli (n, I) wpływają w sposób decydujący na wielkość obszaru przyjęć D .

6. Zastosowanie praktyczne. Równanie brzegu obszaru decydującego o pozytywnym wyniku kontroli otrzymamy, dla warunku jednostronnego, podstawiając kolejno (1) i (1') do (14), przy $\mu \geq M$ (rys. 8):

$$(44) \quad S_{n-1} \left(\frac{\bar{x} - M}{s} \sqrt{n-1} \right) \geq I.$$



Rys. 8



Rys. 9

Na rysunku 8, $J_1(\bar{x} - M, s, n)$ oznacza wartość współczynnika ufności, zależną w tym przypadku, zgodnie z (1) i (13), jedynie od wielkości $\bar{x} - M, s, n$.

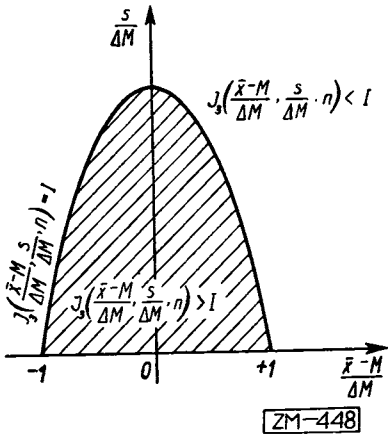
Przy $\mu \leq M$ (rys. 9):

$$(45) \quad S_{n-1} \left(\frac{M - \bar{x}}{s} \sqrt{n-1} \right) \geq I.$$

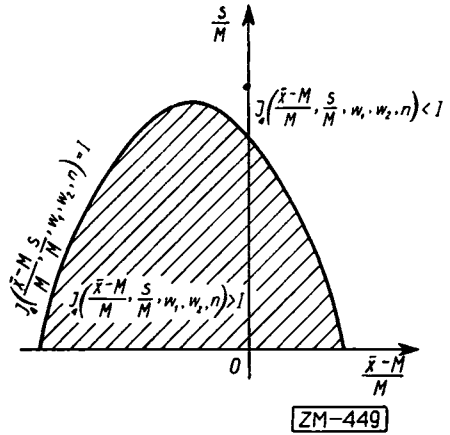
Na rysunku 9, $J_2(M - \bar{x}, s, n)$ oznacza wartość współczynnika ufnosci, zależną tutaj, zgodnie z (1) i (13), jedynie od wielkości $M - \bar{x}, s, n$.

Dla warunku dwustronnego symetrycznego, podstawiając (2') do (14), znajduję się

$$(46) \quad S_{n-1} \left[\frac{\sqrt{n-1}}{s/\Delta M} \left(\frac{\bar{x} - M}{\Delta M} + 1 \right) \right] - S_{n-1} \left[\frac{\sqrt{n-1}}{s/\Delta M} \left(\frac{\bar{x} - M}{\Delta M} - 1 \right) \right] \geq I.$$



Rys. 10



Rys. 11

Na rysunku 10 $J_3((\bar{x} - M)/\Delta M, s/\Delta M, n)$ oznacza wartość współczynnika ufnosci zależną w tym przypadku, zgodnie z (2') i (13), jedynie od stosunków: $(\bar{x} - M)/\Delta M, s/\Delta M$ oraz n .

Dla warunku dwustronnego niesymetrycznego, podstawiając (3') i (4) do (14) znajduje się

$$(47) \quad S_{n-1} \left[\frac{\sqrt{n-1}}{s/M} \left(\frac{\bar{x} - M}{M} + w_2 \right) \right] - S_{n-1} \left[\frac{\sqrt{n-1}}{s/M} \left(\frac{\bar{x} - M}{M} + w_1 \right) \right] \geq I.$$

Na rysunku 11, $J_4((\bar{x} - M)/M, s/M, w_1, w_2, n)$ oznacza wartość współczynnika ufnosci zależną w tym przypadku, zgodnie z (3'), (4) i (13), od $(\bar{x} - M)/M, s/M$ oraz w_1, w_2, n .

W praktyce więc wnioskowanie o wyniku kontroli sprowadza się do ustalenia położenia punktu na odpowiednim wykresie (rys. 8, 9, 10 lub 11).

Zastosowanie podanej metody wnioskowania w kontroli jakości półproduktów i wyrobów włókienniczych zilustrujemy na trzech cha-

rakterystycznych przykładach, z których każdy reprezentuje inny warunek techniczny. Przykłady dotyczyć będą najważniejszych parametrów technicznych przędzy.

a) *Kontrola wytrzymałości przędzy.* Jednostronny warunek kontroli:

$$\varrho \geq R,$$

gdzie ϱ — rzeczywista średnia wytrzymałość przędzy w partii, R — żądana średnia wytrzymałość przędzy w partii.

Parametry planu kontroli:

$$n = 100, \quad I = 0,95.$$

Równanie obszaru przyjęć:

$$S_{99} \left(\sqrt{99} \frac{\bar{R} - R}{s_R} \right) \geq 0,95,$$

gdzie \bar{R} — średnia wytrzymałość przędzy w próbce, s_R — odchylenie standardowe wytrzymałości przędzy z próbki.

Na rysunku 12 podano wykres umożliwiający natychmiastową decyzję przy kontroli wytrzymałości przędzy.

b) *Kontrola liczby skrętów przędzy.* Dwustronny symetryczny warunek kontroli:

$$|\tau - T| \leq \Delta T,$$

gdzie τ — rzeczywista średnia liczba skrętów przędzy w partii, T — nominalna liczba skrętów przędzy w partii, ΔT — dopuszczalne odchylenie rzeczywistej średniej liczby skrętów w partii od jej wartości nominalnej.

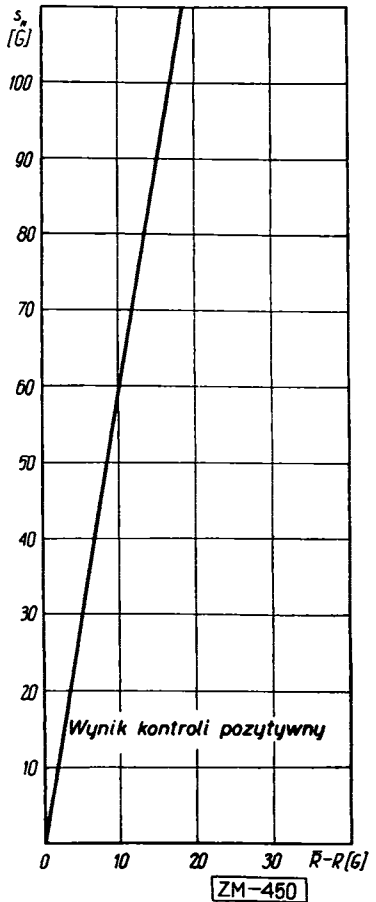
Parametry planu kontroli:

$$n = 50, \quad I = 0,95.$$

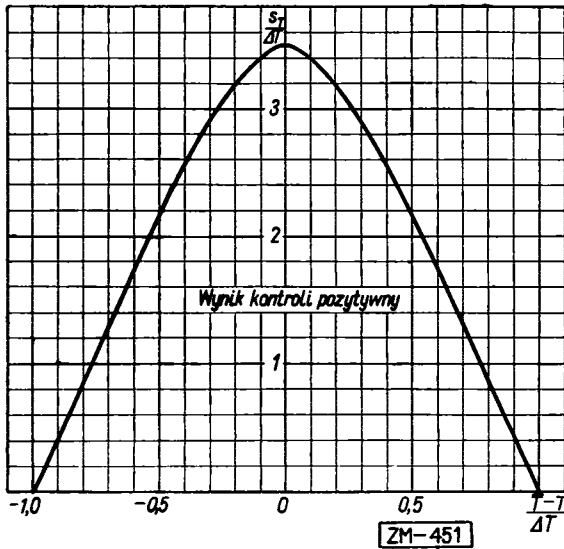
Równanie obszaru przyjęć:

$$S_{49} \left[\frac{7}{s_T/\Delta T} \left(\frac{\bar{T} - T}{\Delta T} + 1 \right) \right] - S_{49} \left[\frac{7}{s_T/\Delta T} \left(\frac{\bar{T} - T}{\Delta T} - 1 \right) \right] \geq 0,95,$$

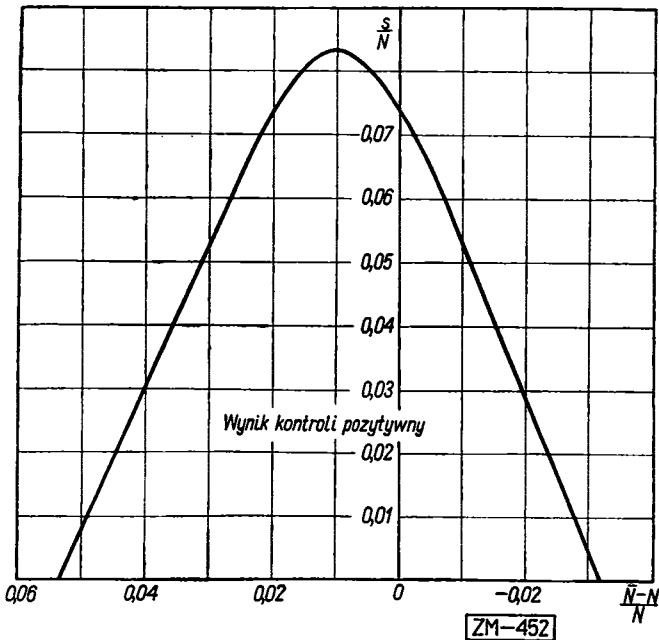
gdzie \bar{T} — średnia liczba skrętów przędzy w próbce, s_T — odchylenie standardowe liczby skrętów z próbki.



Rys. 12



Rys. 13



Rys. 14

Na rysunku 13 podano wykres umożliwiający szybką decyzję przy kontroli liczby skrętów przędzy.

e) *Kontrola numeru przędzy*. Dwustronny niesymetryczny warunek kontroli:

$$-0,03N \leq v - N \leq +0,05N,$$

gdzie ν — rzeczywisty średni numer przędzy w partii, N — nominalny numer przędzy w partii.

Parametry planu kontroli

$$n = 20, \quad I = 0,95.$$

Równanie obszaru przyjęć

$$S_{19} \left[\frac{\sqrt{19}}{s_N/N} \left(\frac{\bar{N}-N}{N} + 0,05 \right) \right] - S_{19} \left[\frac{\sqrt{19}}{s_N/N} \left(\frac{\bar{N}-N}{N} - 0,03 \right) \right] \geq 0,95,$$

gdzie \bar{N} — średni numer przędzy w próbie, s_N — odchylenie standardowe numeru przędzy z próbki.

Na rysunku 14 podano wykres umożliwiający szybką decyzję przy kontroli numeru przędzy.

Prace cytowane

- [1] H. Crámer, *Metody matematyczne w statystyce*, Warszawa 1958.
- [2] H. O. Hartley and E. S. Pearson, *Tables of the χ^2 integral and of the cumulative Poisson distribution*, *Biometrika* 46 (1958), str. 313-325,
- [3] J. Oderfeld, *O wyrywkowym sprawdzaniu przedmiotów przy warunku dwustronnym*, *Zastosow. Mat.* 2 (1955), str. 210-224.
- [4] W. A. Shewhart, *Economic control of quality of manufactured product*, New York 1931.
- [5] *Таблицы функций распределения и плотностей распределения Студента*, Москва 1960.

Praca wpłynęła 12. 11. 1962

И. ЗАКЖЕВСКИ (Лодзь)

O НЕКОТОРЫХ МЕТОДАХ ВЫВОДА В СТАТИСТИЧЕСКОЙ КОНТРОЛИ КАЧЕСТВА ПОЛУПРОДУКТОВ И ТЕКСТИЛЬНЫХ ИЗДЕЛИЙ

РЕЗЮМЕ

Данную партию полупродуктов или текстильных изделий нужно проверить с точки зрения некоторого свойства, которое представляем в числовой форме. В зависимости от рода исследуемого свойства, данную партию мысленно разделяем на некоторые условные элементы (например, в контроли номера пряжи — таким элементом является отрезок пряжи длиной 100 метров, в контроли прочности ткани на разрыв — кусок ткани размером 50 см × 5 см).

Предполагается, что исследуемое свойство подчиняется распределению $N(\mu, \sigma)$, где μ, σ — неизвестные параметры.

Исследуемую партию считаем хорошей, когда $a < \mu < b$, где a, b — постоянные, заданные сверху. Из данной партии, случайным образом выбираем выборку и на основе результатов измерений n элементов определяется средняя \bar{x} и стандартное отклонение исследуемого свойства s выборки.

Обозначим через \bar{X}, S — случайную переменную, реализацией которой есть \bar{x}, s . Предполагается следующий тест: двухмерная область приёма случайной переменной \bar{X}, S ограничена в системе \bar{x}, s , границей, удовлетворяющей уравнению

$$S_{n-1} \left[\frac{\sqrt{n-1}}{s} (\bar{x} - a) \right] - S_{n-1} \left[\frac{\sqrt{n-1}}{s} (\bar{x} - b) \right] = I,$$

где S_{n-1} — функция распределения Студента (дистрибуанта), I — избранный коэффициент доверия.

Величины n, I являются параметрами плана контроля. Области приёма для различных условий контроля приведены в соответствующих таблицах на рис. 8 и 11. И так, в практике вывод о результатах контроля сводится к определению на соответствующем графике точки с известными координатами.

Операционно-характеристическая функция была определена для условий двухстороннего симметрического контроля. Ход этой функции предлагаемого испытания приводится на рис. 4, 5, 6, 7. Приведены также замечания относительно определения параметров контрольного плана.

Практическое применение иллюстрируется рис. 12, 13, 14, которые дают возможность быстрого решения ряда вопросов в контроле прочности, скручивания и метрического номера пряжи.

J. ZAKRZEWSKI (Łódź)

ON A CERTAIN METHOD OF INFERENCE IN THE STATISTICAL QUALITY CONTROL OF INTERMEDIATE PRODUCTS AND TEXTILE PRODUCTS

SUMMARY

A given lot of an intermediate product or of a textile product is to be checked with regard to a certain characteristic which can be defined numerically. Depending on the kind of characteristic under investigation, the lot is mentally divided into certain conventional elements (e.g. in yarn number control the conventional element is a 100-metre segment of the yarn, in tensile strength control of the yarn the conventional element is a yarn segment of dimensions 50 cm × 5 cm).

It is assumed that the characteristic in question has a distribution $N(\mu, \sigma)$ in the lot, the parameters μ and σ being both unknown. The lot under investigation is regarded as good if $a < \mu < b$, where a and b are constant and given a priori. We take a sample in a random manner from the lot and, on the basis of the results of measurements of n elements, we establish the mean \bar{x} and the standard deviation s of the characteristic in question from the sample.

Denote by \bar{X}, S the random variable whose realization is \bar{x}, s . The following test is proposed. The two-dimensional acceptance region for the random variable \bar{X}, S is limited in the system \bar{x}, s by a boundary with the equation

$$S_{n-1} \left[\frac{\sqrt{n-1}}{s} (\bar{x} - a) \right] - S_{n-1} \left[\frac{\sqrt{n-1}}{s} (\bar{x} - b) \right] = I,$$

where S_{n-1} denotes the distribution function of the Student distribution, I denotes the selected confidence coefficient.

The quantities n , I are the parameters of the control plan. The acceptance regions, for various control conditions, are given in suitable systems in figs. 8 and 11. Thus in practice the inference regarding the control results is reduced to establishing on a suitable graph a point with known coordinates.

The operating-characteristic function has been determined for a bilateral symmetric control condition.

The shape of the operating-characteristic function of the proposed test is given in figs. 4, 5, 6, 7. Indications for establishing the control plan parameters n , I are also given.

Figs. 12, 13, 14 show the practical applications permitting a quick decision in the control of strength, of yarn twist and of the metric yarn number.
