ASTOSOWANIA MATEMATYKI
APPLICATIONES MATHEMATICAE
XIV, 1 (1974)

ALGORITHM 30

E. NEUMAN (Wrocław)

THE CALCULATION OF THE MINIMUM OF A CERTAIN FUNCTION OF ONE VARIABLE

1. Procedure declaration. For given numbers m, $C_1, C_2, \ldots, C_m$ and $D_1, D_2, \ldots, D_m$, the procedure *minmaxsol* finds the number $\bar{t}$ such that

$$\min_{t} \max_{i=1,2,\ldots,m} (C_i t + D_i) = \max_{i=1,2,\ldots,m} (C_i \bar{t} + D_i). \tag{1}$$

We assume that

$$\inf_{-\infty<t<\infty} \max_{i=1,2,\ldots,m} (C_i t + D_i) > -\infty.$$

Data:

m — the number of linear functions in (1),
eps — the maximum positive number satisfying the machine equality *1.0* + *eps* = *1.0*,
maxr — the maximum allowed number of type **real** in the computer,
$C, D[1:m]$ — the arrays of coefficients in (1),
t — the initial approximation of the number $\bar{t}$.

Results:
lopt — the value of the right-hand side expression of equality (1),
t — the point in which the function

$$\max_{i=1,2,\ldots,m} (C_i t + D_i)$$

attains the minimum value.

```
procedure minmaxsol(m,eps,maxr,C,D,lopt,t);
 value m;
 integer m;
 real eps,lopt,maxr,t;
 array C,D;
 begin
  integer i,j,j1,j2;
  real s,s1,s2,s3,t1,t2;
  Boolean b;
  b:=false;
iter:
  t1:=-maxr;
  for i:=1 step 1 until m do
   begin
    if b∧i=j2
     then go to e1;
    s2:=C[i];
    s:=s2×t+D[i];
    if s>t1
     then
     begin
      t1:=s;
      s1:=s2;
      j:=i
     end s>t1;
e1:end i;
  j1:=j-1;
  if b∧abs(t1-t2)≤eps
   then go to e;
  if abs(s1)<eps
```

```
   then
   begin
    s2:=maxr;
    for i:=1 step 1 until j1,j+1 step 1 until m do
     begin
      s:=C[i];
      if s≠.0
       then
       begin
        t2:=(t1-D[i])/s;
        if abs(t2)<s2
         then s2:=t2
       end s≠.0
     end i;
    t:=s2;
    go to exit
   end abs(s1)<eps;
iter1:
  s1:=-1/s1;
  t2:=maxr:
  for i:=1 step 1 until j1,j+1 step 1 until m do
   begin
    s3:=C[i]:
    s2:=s3×s1+1.
    if s2≠.0
     then
     begin
      s3:=(t1-s3×t-D[i])/s2;
      if s3>.0∧s3<t2
       then
```

```
          begin
            t2:=s3;
            j2:=i
          end s3>.0∧s3<t2
        end s2≠.0
      end i;
     if t2=maxr
      then go to exit;
     t:=t+s1×t2;
     t2:=t1-t2;
     b:=true;
     go to iter;
   e:s1:=C[j2];
     if sign(C[j])=sign(s1)
      then
      begin
        j:=j2;
        j1:=j2-1;
        go to iter1
      end sign(C[j])=sign(s1);
   exit:
      lopt:=t1
     end minmaxsol
```

2. Method used. The descent method has been used (see [1]). This method was modified so that cases, where some or all numbers C_i $(i = 1, 2, \ldots, m)$ are equal zero, are admissible.

3. Certification. The procedure *minmaxsol* has extensively been tested on the Odra 1204 computer. The obtained results were correct. The considered procedure was used in the procedure *minmaxfun* (see [2]).

The calculation time depends considerably not only on the parameter m but also on the form of the linear functions in (1), and also on the initial approximation of the point $\bar{t}$. In control examples, the calculation time was the following:

m	50	100	250	500
time in sec.	1	2	4	32

References

[1] E. W. Cheney, *Introduction to approximation theory*, New York 1966.
[2] E. Neuman, *The calculation of the minimum of a certain function of several variables*, this fascicle, p. 143-164.

MATHEMATICAL INSTITUTE
UNIVERSITY OF WROCŁAW
50-384 WROCŁAW

Received on 20. 2. 1973

ALGORYTM 30

E. NEUMAN (Wrocław)

OBLICZANIE MINIMUM PEWNEJ FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ

STRESZCZENIE

Dla danych liczb $m, C_1, C_2, \ldots, C_m$ oraz $D_1, D_2, \ldots, D_m$ procedura *minmaxsol* znajduje liczbę $\bar{t}$ taką, że

$$(1) \qquad \min_t \max_{i=1,2,\ldots,m} (C_i t + D_i) = \max_{i=1,2,\ldots,m} (C_i \bar{t} + D_i).$$

Zakłada się, że

$$\inf_{-\infty<t<\infty} \max_{i=1,2,\ldots,m} (C_i t + D_i) > -\infty.$$

Dane:

m – liczba funkcji liniowych występujących w (1),
eps – największa liczba dodatnia spełniająca równość maszynową $1.0 + eps = 1.0$,
maxr – największa dopuszczalna w maszynie cyfrowej liczba typu **real**,
C, D [$1 : m$] – tablice współczynników występujących w (1),
t – przybliżenie początkowe szukanej liczby $\bar{t}$.

Wyniki:

lopt — wartość prawej strony równości (1),

t — punkt, w którym funkcja $\max\limits_{i=1,2,\ldots,m} (C_i t + D_i)$ osiąga wartość minimalną.

W procedurze *minmaxsol* zastosowano metodę spadku [1]. Wspomnianą metodę zmodyfikowano tak, że dopuszczalne są przypadki, kiedy niektóre bądź wszystkie współczynniki C_i ($i = 1, 2, \ldots, m$) są równe zeru. Procedura *minmaxsol* była wielokrotnie sprawdzana na maszynie cyfrowej Odra 1204. Uzyskane wyniki były poprawne.