

J. ŁUKASZEWICZ (Wrocław)

O DOCHODZENIU OJCOSTWA

Niniejsza praca jest rozwinięciem idei L. Hirszfelda i H. Steinhausa wprowadzenia rachunku prawdopodobieństwa do zagadnień prawnych związanych z ustalaniem ojcostwa. Wykorzystałem w niej użyzione mi łaskawie przez profesora L. Hirszfelda materiały bez mała 4000 ekspertyz serologicznych w sprawach o dochodzenie ojcostwa, wykonanych w Zakładzie Mikrobiologii Akademii Medycznej we Wrocławiu i prawie 900 ankiet z wyrokami sądowymi w tych sprawach. Nie mogąc już podziękować profesorowi Ludwikowi Hirszfeldowi za udostępnienie mi tych materiałów, a także za wiele cennych wyjaśnień, wskazówek i rad, tę skromną pracę poświęcam jego świetlanej pamięci. Dziękuję profesorowi H. Steinhausowi za wysunięcie zagadnienia (zob. [2]) i za wielogodzinne konsultacje, byłym pracownikom Zakładu Mikrobiologii Akademii Medycznej we Wrocławiu za cierpliwe wyjaśnienia elementarnych zasad grup krwi, jakich mi nigdy nie szczędzili, a pracownikom Grupy Zastosowań Przyrodniczych i Gospodarczych Instytutu Matematycznego PAN za pomoc w niektórych obliczeniach.

§ 1. Sytuacja prawna. Podobnie jak w cytowanej pracy H. Steinhausa [2] będzie tu mowa o sądowym dochodzeniu ojcostwa, przewidzianym w artykule 47, § 1 polskiego kodeksu rodzinnego z dnia 27 czerwca 1950 r. Zgodnie z tym paragrafem dziecko lub matka mogą żądać sądowego ustalenia ojcostwa. Zakłada się przy tym, że macierzyństwo nie podlega wątpliwości. W pozwie *secundo loco* występują zwykle roszczenia alimentacyjne, są one jednak zawsze oddzielone od figurującego na pierwszym miejscu żądania ustalenia ojcostwa, którego są konsekwencją. Roszczeniami alimentacyjnymi nie będziemy się w tej pracy interesowali, zajmując się tylko żądaniami ustalenia ojcostwa oraz sentencjami wyroków sądowych w tej kwestii.

Gdy strona pozywająca udowodni, że pozwany mężczyzna obcował z matką dziecka w okresie od 300. do 180. dnia przed urodzeniem dziecka, powstaje domniemanie, że pozwany jest ojcem. Od tej chwili ciężar dowodu spada na pozwanego i sędzia orzecze ojcostwo, jeżeli

pozwany nie udowodni tezy przeciwnej. Jednym ze środków dowodowych przewidzianych w kodeksie postępowania cywilnego jest ekspertyza serologiczna.

§ 2. Grupy krwi. Na początku XX wieku K. Landsteiner odkrył zróżnicowanie serologiczne krwi ludzkiej. Dalsze badania v. Dungerna, Hirszfelda i innych doprowadziły do podziału ludzi na cztery klasy zwane grupami krwi i oznaczone przez tych badaczy literami O, A, B, i AB. Podstawą klasyfikacji jest makroskopowo dostrzegalne zjawisko *aglutynacji*, polegające na zlepianiu krwinek pewnych osobników przez surowicę krwi innych osobników. J. Słupecki pokazał (w pracy złożonej do druku w *Studia Logica*), że wymienione poprzednio grupy krwi są klasami abstrakcji pewnej relacji typu równoważności. Badania Dungerna i Hirszfelda wykazały, że grupy krwi są cechami dziedzicznymi. Teorię dziedziczenia tych grup krwi (absolutną i probabilistyczną) sformułował ostatecznie matematyk F. Bernstein.

Grupy krwi O, A, B i AB tworzą układ grupowy krwi ABO, nazywany także układem *grup głównych* lub *klasycznych*. W roku 1927 Landsteiner i Levine odkryli nowe cechy krwi, prowadzące do podziału ludzi na nowe trzy grupy M, N i MN. Ci sami autorzy podali teorię dziedziczenia tych cech serologicznych. Trzecim układem grupowym, o którym będzie mowa w tej pracy, jest układ Rh, odkryty w czasie ostatniej wojny. Genetyczną teorię dziedziczenia podgrup C, D i E tego układu podali R. A. Fisher i R. Race. Surowice anty-D i anty-E, stosowane przez Zakład Mikrobiologii Akademii Medycznej we Wrocławiu do badania ekspertyz sądowych, pozwalają tu wyróżnić cztery fenotypy: de, De, dE, DE. Wszystkie trzy wymienione wyżej układy grupowe krwi (układ ABO, MN i Rh) są statystycznie i genetycznie niezależne.

§ 3. Prawa dziedziczenia grup krwi. Nie będziemy omawiali szczegółowo teoryj dziedziczenia poszczególnych układów grupowych krwi, zatrzymując się tylko nad ich ogólną charakterystyką. W każdym układzie grup krwi można sformułować zasady dziedziczenia trzech różnych rodzajów:

1. *Absolutne prawa dziedziczenia* — są to zasady pozwalające określać, jakie grupy krwi może mieć dziecko, a jakich mieć nie może, gdy dane są grupy krwi jego rodziców. Tak np. gdy ojciec ma grupę B, a matka grupę O, to dzieci mogą mieć grupę O lub B, a nie mogą mieć grupy A ani AB. Podobnie w układzie MN, gdy ojciec ma grupę M, a matka grupę N, wtedy dziecko ma zawsze grupę MN.

2. *Probabilistyczne teorie dziedziczenia* — są to modele tłumaczące dziedziczenie grup krwi jako losowe dobieranie się genów (lub chromosomów) zgodnie z genetyką formalną i klasycznym schematem urnowym

rachunku prawdopodobieństwa. Teorie te uzasadniają absolutne prawa dziedziczenia, a nadto, na podstawie frekwencji grup krwi w populacji, pozwalają obliczyć frekwencje odpowiednich genów (lub chromozomów) i z nich prawdopodobieństwa możliwych wariantów grup krwi dziecka, gdy dane są grupy krwi rodziców.

3. *Statystyczne prawa dziedziczenia* — wyrażają się uzyskaną z obserwacji tablicą korelacyjną grup krwi rodziców i ich dzieci. Nie wymagają one żadnych założeń genetycznych, ale są przez to słabsze, bo absolutne prawa dziedziczenia sprowadzają tylko do zdarzeń bardzo prawdopodobnych. Praktyczna i teoretyczna wartość statystycznych praw dziedziczenia zależy od liczności materiału rodzin, na którym są oparte. Tkwi tu jednak zasadnicza trudność zebrania licznego materiału prawdziwych rodzin. Zobaczmy dalej, że można do tego wykorzystać materiały ekspertyz sądowych eliminując wpływ tego, że nie są to prawdziwe rodziny, bo niektórzy pozwani nie są ojcami. Statystyczne prawa dziedziczenia dla rozważanych trzech układów grupowych krwi są podane w tablicach 8, 11 i 14.

§ 4. Serologiczne wyłączenie ojcostwa. Absolutne prawa dziedziczenia grup krwi pozwalają w pewnych przypadkach wyłączyć ojcostwo pozwanego mężczyzny. Zwrócono na to uwagę niemal bezpośrednio po sformułowaniu tych praw, a serologiczne wyłączenie ojcostwa zyskało już obywatelstwo w jurysdykcji całego niemal świata. Wyłączenie ojcostwa nie zawsze się udaje, bo nie zawsze pozwany mężczyzna, nawet wtedy, gdy nie jest ojcem, będzie miał właśnie tę grupę, której nie może mieć ojciec danego dziecka z danej matki. Tak np. żaden mężczyzna nie będzie wyłączony jako ojciec dziecka o grupie A z matki o grupie AB. Przy tych grupach krwi dziecka i matki każda grupa krwi ojca jest możliwa.

L. Hirszfeld [1] na podstawie częstości grup krwi w populacji i probabilistycznych teorii ich dziedziczenia obliczał tzw. *przydatność* poszczególnych cech lub układów grupowych krwi, to jest prawdopodobieństwo, że przy badaniu tych cech w ekspertyzie serologicznej uda się wyłączyć ojcostwo niesłusznie pozwanego mężczyzny. Dla układu grup głównych prawdopodobieństwo to jest równe (dla populacji polskiej) 0,181, dla układu MN 0,177, a dla cech D i E z układu Rh 0,092. Ponieważ te układy grupowe są niezależne, więc wyłączenia niesłusznie pozwanego mężczyzny z pomocą poszczególnych układów są zdarzeniami niezależnymi i przydatność łączna tych trzech układów jest równa

$$1 - (1 - 0,181)(1 - 0,177)(1 - 0,092) = 0,388.$$

Widzimy więc, że surowice stosowane w Zakładzie Mikrobiologii A. M. we Wrocławiu pozwalają wyłączyć ojcostwo około 39% niesłusznie pozwa-

nych mężczyzn. Liczbę tę można by zwiększyć wprowadzając do badań nowe cechy, co jednak nie wszędzie jest możliwe z powodu trudności uzyskania odpowiednich surowic wzorcowych.

Jeżeli ekspertyza serologiczna nie wyłącza ojcostwa, to pozwany może, ale nie musi być ojcem. W tym przypadku przesyłając sądowi wynik ekspertyzy Zakład Mikrobiologii podaje jednocześnie prawdopodobieństwo, że przy aktualnych grupach krwi matki i dziecka niesłusznie pozwany zostałby wyłączony.

§ 5. Prawdopodobieństwo ojcostwa. H. Steinhaus pierwszy zwrócił uwagę na to, że w przypadkach, w których ekspertyza serologiczna nie daje wyłączenia ojcostwa, można za pomocą wzoru Bayesa obliczyć prawdopodobieństwo, że pozwany jest ojcem. Podał on w cytowanej pracy sposób obliczania tego prawdopodobieństwa w najprostszym przypadku badania jednej cechy, której nie stwierdzono u matki, lecz stwierdzono u dziecka i domniemanego ojca. Celem niniejszej pracy jest podanie metod ogólnych, pozwalających obliczyć prawdopodobieństwo ojcostwa przy każdym wyniku ekspertyzy i przy badaniu dowolnej ilości cech.

Rozpatrzmy najpierw najprostszy przypadek, gdy w ekspertyzie bada się tylko cechy jednego układu grupowego krwi. Niech μ , δ , ξ oznaczają odpowiednio stwierdzone w ekspertyzie grupy krwi matki M , dziecka D i pozwanego mężczyzny X . Są to trzy zmienne, których wartościami są wszystkie możliwe grupy badanego układu. Oznaczmy wreszcie za Steinhausem symbolem $F(X)$ biologiczny fakt, że X jest ojcem D z M , a symbolem $\overline{F(X)}$ jego zaprzeczenie. Na podstawie wzoru Bayesa mamy wtedy

$$(1) P[F(X)|\xi, \mu, \delta] = \frac{P[F(X)]P[\xi|F(X), \mu, \delta]}{P[F(X)]P[\xi|F(X), \mu, \delta] + P[\overline{F(X)}]P[\xi|\overline{F(X)}, \mu, \delta]}$$

a symbole oznaczają co następuje:

1° $P[F(X)|\xi, \mu, \delta]$ jest szukanym prawdopodobieństwem ojcostwa *a posteriori*, to jest po wykonaniu ekspertyzy serologicznej, w której stwierdzono grupy ξ , μ , δ ;

2° $P[F(X)]$ jest prawdopodobieństwem ojcostwa *a priori*, to jest przed wykonaniem ekspertyzy. Jest to frakcja słusznych pozwów w opisanej sytuacji prawnej, gdy doszło już do ekspertyzy serologicznej. Prawdopodobieństwo ojcostwa *a priori* jest parametrem społecznym zależnym od środowiska i czasu. Umiał je już obliczać L. Hirszfeld i nazwał *współczynnikiem prawdopodobności kobiet*. Dla opracowanego przez nas materiału ekspertyz jest ono w przybliżeniu równe 0,70. Obliczenie tego prawdopodobieństwa na podstawie posiadanych materiałów omówimy szczegółowo w § 9;

3° $P[\overline{F(X)}] = 1 - P[F(X)] \approx 0,30$;

4° $P[\xi|F(X), \mu, \delta]$ jest prawdopodobieństwem, że pozwany mężczyzna ma grupę ξ , gdy wiadomo, że jest ojcem ($F(X)$) i znane są grupy krwi matki i dziecka (μ, δ). Te prawdopodobieństwa dla rozważanych trzech układów grupowych podano w tablicach 17, 18 i 19. Obliczono je na podstawie probabilistycznych teorii dziedziczenia i stwierdzonych częstości grup krwi w populacji (tablica 16). Prawdopodobieństwa te można także uzyskać z materiału statystycznego (tablice 9, 12 i 15) nie czyniąc żadnych założeń genetycznych. Omówimy to szczegółowo w § 11 i § 12;

5° $P[\xi|\overline{F(X)}, \mu, \delta]$ jest prawdopodobieństwem, że pozwany mężczyzna ma grupę ξ , gdy wiadomo, że nie jest ojcem ($\overline{F(X)}$). Ze względu na grupę krwi pozwany jest wtedy zupełnie przypadkowo wziętym mężczyzną, więc prawdopodobieństwo to jest niezależne od grupy krwi matki i dziecka (μ, δ) i równe $P(\xi)$, to jest frekwencji grupy ξ w populacji. Do praktycznych obliczeń będziemy się posługiwali frekwencjami danej grupy krwi w zbadanej populacji ekspertyz sądowych (tablica 16).

Jest więc ostatecznie (dla opracowywanego materiału)

$$(2) \quad P[F(X)|\xi, \mu, \delta] = \frac{0,7P[\xi|F(X), \mu, \delta]}{0,7P[\xi|F(X), \mu, \delta] + 0,3P(\xi)}$$

W przypadku wyłączenia ojcostwa jest

$$P[\xi|F(X), \mu, \delta] = 0$$

i prawdopodobieństwo ojcostwa jest zerem. W pozostałych przypadkach prawdopodobieństwo ojcostwa jest dodatnie.

Zajmijmy się teraz prawdopodobieństwem ojcostwa w przypadku ogólnym, gdy określamy grupy krwi trzech omówionych układów (ABO, MN i Rh). Symbole μ, δ, ξ we wzorze (2) trzeba teraz zastąpić trójkami $\mu_1, \mu_2, \mu_3; \delta_1, \delta_2, \delta_3; \xi_1, \xi_2, \xi_3$, które oznaczają grupy krwi trzech układów, stwierdzone w ekspertyzie odpowiednio u matki, dziecka i pozwanego mężczyzny. Dzięki statystycznej i genetycznej niezależności układów grupowych jest

$$\begin{aligned} P[\xi_1, \xi_2, \xi_3|F(X); \mu_1, \mu_2, \mu_3; \delta_1, \delta_2, \delta_3] &= P[\xi_1|F(X); \mu_1, \mu_2, \mu_3; \delta_1, \delta_2, \delta_3] \times \\ &\times P[\xi_2|F(X); \mu_1, \mu_2, \mu_3; \delta_1, \delta_2, \delta_3] P[\xi_3|F(X); \mu_1, \mu_2, \mu_3; \delta_1, \delta_2, \delta_3] = \\ &= P[\xi_1|F(X), \mu_1, \delta_1] P[\xi_2|F(X), \mu_2, \delta_2] P[\xi_3|F(X), \mu_3, \delta_3], \end{aligned}$$

$$P(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = P(\xi_1)P(\xi_2)P(\xi_3).$$

W ten sposób otrzymujemy wzór

$$(3) \quad P[F(X)|\xi_1, \xi_2, \xi_3; \mu_1, \mu_2, \mu_3; \delta_1, \delta_2, \delta_3] = \\ = \frac{0,7P[\xi_1|F(X), \mu_1, \delta_1]P[\xi_2|F(X), \mu_2, \delta_2]P[\xi_3|F(X), \mu_3, \delta_3]}{M},$$

gdzie

$$M = 0,7P[\xi_1|F(X), \mu_1, \delta_1]P[\xi_2|F(X), \mu_2, \delta_2]P[\xi_3|F(X), \mu_3, \delta_3] + \\ + 0,3P(\xi_1)P(\xi_2)P(\xi_3).$$

Tablice i nomogram do obliczania prawdopodobieństwa ojcostwa według wzoru (3) oraz opis ich sporządzenia i używania podano w § 13.

§ 6. Znaczenie praktyczne prawdopodobieństwa ojcostwa. Wzór (3) pozwala obliczyć prawdopodobieństwo ojcostwa przy każdym wyniku ekspertyzy serologicznej, w której określa się grupy krwi trzech układów. Uogólnienie tego wzoru na dowolną ilość statystycznie i genetycznie niezależnych układów cech nie przedstawia już żadnej trudności. Ponieważ zaś, jak już uprzednio wspomnieliśmy a szczegółowo omówimy później, prawdopodobieństwa $P[\xi_i|F(X), \mu_i, \delta_i]$ występujące we wzorze (3) można obliczyć z materiału esperymentalnego bez żadnych założeń genetycznych, więc nie stoi na przeszkodzie, by przy dochodzeniu ojcostwa wyzyskać także inne cechy, nawet takie, których prawa dziedziczenia nie są dokładnie znane (np. cechy antropologiczne).

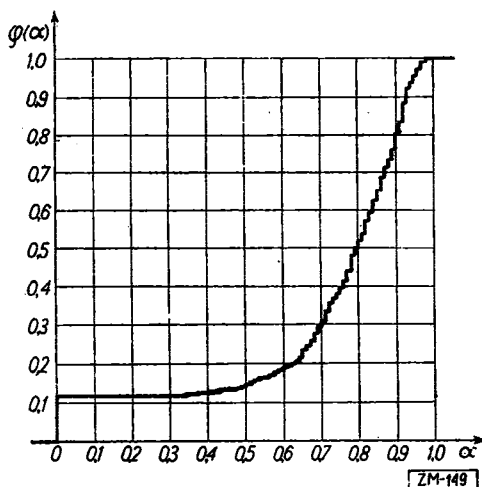
W materiale powojennych ekspertyz wykonanych przez Zakład Mikrobiologii Akademii Medycznej we Wrocławiu jest około 70% prawdziwych ojców i 30% niesłusznie pozwanych mężczyzn. Liczba 0,70 jest prawdopodobieństwem ojcostwa *a priori* (przed ekspertyzą) i oczekiwaną wartością prawdopodobieństwa ojcostwa *a posteriori* (po ekspertyzie). Byłoby ideałem, gdyby po ekspertyzie prawdopodobieństwo ojcostwa było zerem dla każdego niesłusznie pozwanego, a jednością dla każdego ojca. Takiego wyniku jednak nigdy nie otrzymamy badając w ekspertyzie skończoną ilość cech. Wyniki nasze będą miały tym większe znaczenie praktyczne, im bardziej zbliży się rozkład uzyskiwanych prawdopodobieństw ojcostwa do nieosiągalnego rozkładu idealnego. Badanie trzech układów grupowych omówionych na początku wyłącza ojcostwo, tj. daje zerowe prawdopodobieństwo tylko w 11,6% wszystkich ekspertyz. W pozostałych 88,4% spraw prawdopodobieństwo ojcostwa jest dodatnie i zawiera się w granicach od 0,29 do 0,9995. Średnia wartość niezerowych prawdopodobieństw jest równa frakcji słusznych pozwów spośród tych, w których ekspertyza serologiczna nie dała wyłączenia. Jest ich

$$\frac{70\%}{100\% - 11,6\%} = \frac{70\%}{88,4\%} = 79,2\%.$$

Aby się zorientować w tym, jakie prawdopodobieństwa ojcostwa uzyskuje się w konkretnych ekspertyzach sądowych, podano poniżej tablicę prawdopodobieństw obliczonych dla 1000 ostatnich ekspertyz (z 1953 roku). Tablicę tę podajemy w zastępstwie teoretycznego rozkładu prawdopodobieństwa ojcostwa w populacji ekspertyz sądowych. Obliczenie teoretyczne tego rozkładu wymagałoby bardzo uciążliwych rachunków i daleko idących założeń genetycznych.

Tablica prawdopodobieństw ojcostwa uzyskanych w 1000 ekspertyz

Prawdopodobieństwa ojcostwa	uzyskano w
$P = 0,000$ (wyłączenie)	119 ekspertyzach
$0,300 \leq P \leq 0,349$	5 „
$0,350 \leq P \leq 0,399$	3 „
$0,400 \leq P \leq 0,449$	5 „
$0,450 \leq P \leq 0,499$	19 „
$0,500 \leq P \leq 0,549$	15 „
$0,550 \leq P \leq 0,599$	25 „
$0,600 \leq P \leq 0,649$	45 „
$0,650 \leq P \leq 0,699$	70 „
$0,700 \leq P \leq 0,749$	88 „
$0,750 \leq P \leq 0,799$	126 „
$0,800 \leq P \leq 0,849$	131 „
$0,850 \leq P \leq 0,899$	154 „
$0,900 \leq P \leq 0,949$	153 „
$0,950 \leq P \leq 1,000$	42 „
Razem 1000 ekspertyz	



Rys. 1. Eksperymentalna dystrybuanta prawdopodobieństwa ojcostwa

Zastanówmy się teraz, jak wyzyskać obliczone prawdopodobieństwo ojcostwa do orzeczeń sądowych. Gdyby sędzia nie miał żadnych innych informacji poza obliczonym po ekspertyzie prawdopodobieństwem ojcostwa, to należałoby mu doradzić, żeby orzekał ojcostwo w każdym przypadku, gdy prawdopodobieństwo ojcostwa jest większe niż 0,5 i odrzucał pozew, gdy prawdopodobieństwo to jest mniejsze niż 0,5. Taka zasada postępowania gwarantowałaby minimum oczekiwanej ilości błędnych orzeczeń. Niech $\varphi(\alpha)$ oznacza dystrybuantę prawdopodobieństw ojcostwa, to jest częstość takich ekspertyz, w których prawdopodobieństwo ojcostwa jest mniejsze niż α . Rysunek 1 przedstawia wykres eksperymentalnej dystrybuanty (dokładnej nie znamy) sporządzony na podstawie prawdopodobieństw ojcostwa obliczonych dla 1000 ekspertyz (por. tablica prawdopodobieństw obok rysunku). Oczekiwaną frakcją B błędnych

orzeczeń przy proponowanej poprzednio zasadzie sądzenia można wyrazić wzorem

$$B = B_1 + B_2 = \int_0^{0,5} a d\varphi(a) + \int_{0,5}^1 (1-a) d\varphi(a),$$

gdzie pierwsza całka B_1 jest oczekiwaną frakcją niesłusznie odrzuconych pozwów, a druga całka B_2 oczekiwaną frakcją orzeczeń ojcostwa niesłusznie pozwanego mężczyzny. Korzystając z eksperymentalnej dystrybuanty prawdopodobieństw ojcostwa obliczamy

$$B_1 = 0,014, \quad B_2 = 0,165, \quad B = 0,179.$$

Widzimy, że niesłuszne orzeczenia ojcostwa byłyby przy proponowanej metodzie postępowania znacznie częstsze niż niesłuszne odrzucenia pozwów ($B_2 > B_1$). Odpowiada temu fakt, że przy stosowaniu proponowanej metody sądzenia frakcja orzeczeń ojcostwa byłaby równa $1 - \varphi(0,5) \approx 0,849$ zamiast 0,70, jak powinno być z uwagi na takie prawdopodobieństwo ojcostwa *a priori*. Można tak zmodyfikować zasadę postępowania, by niesłuszne orzeczenia ojcostwa były równie częste, jak niesłuszne odrzucenia pozwów i co za tym idzie, by frakcja orzeczeń ojcostwa była równa prawdopodobieństwu ojcostwa *a priori*, to jest frakcji prawdziwych ojców 0,70. W tym celu należy znaleźć liczbę α_0 spełniającą równanie

$$(4) \quad \int_0^{\alpha_0} a d\varphi(a) = \int_{\alpha_0}^1 (1-a) d\varphi(a)$$

lub równoważne z tym równanie

$$(5) \quad 1 - \varphi(\alpha_0) = 0,70,$$

i orzekać ojcostwo, gdy prawdopodobieństwo jest większe niż α_0 , a odrzucać pozwy, w których prawdopodobieństwo ojcostwa jest mniejsze od α_0 . Równoważność równań (4) i (5) wynika z równości

$$\int_0^1 a d\varphi(a) = 0,70, \quad \varphi(1) = 1.$$

Na podstawie eksperymentalnej dystrybuanty otrzymujemy $\alpha_0 \approx 0,695$. Zmodyfikowana metoda postępowania da frakcję orzeczeń ojcostwa równą frakcji prawdziwych ojców 0,70, ale zwiększy się ilość błędnych orzeczeń. Oczekiwana ilość błędnych orzeczeń przy tej metodzie będzie równa

$$\int_0^{\alpha_0} a d\varphi(a) + \int_{\alpha_0}^1 (1-a) d\varphi(a) = 2 \int_0^{\alpha_0} a d\varphi(a) \approx 0,218,$$

podczas gdy przy sądzeniu według poprzedniej metody oczekiwana ilość błędnych orzeczeń była w przybliżeniu równa 0,179.

Znając prawdopodobieństwo ojcostwa i inne argumenty, niezależne od serologicznej ekspertyzy, sędzia powinien uzyskać lepsze wyniki sądenia, tj. mniejszą ilość błędnych orzeczeń sądowych.

§ 7. Statystyka orzeczeń sądowych w sprawach o dochodzenie ojcostwa. W pracy swej H. Steinhaus zaproponował porównanie materiału ekspertyz serologicznych z materiałem odpowiednich orzeczeń sądowych, co umożliwiłoby obiektywne badanie sprawiedliwości wyroków sądowych w tych sprawach. L. Hirszfild podjął tę inicjatywę i znalazł poparcie Ministerstwa Sprawiedliwości; dzięki materiałom zebrany w specjalnej ankiecie przez Zakład Mikrobiologii Akademii Medycznej we Wrocławiu, możemy dziś zrealizować propozycję Steinhausa.

Na 874 spraw sądowych o ustalenie ojcostwa, w których uzyskano od sądów kompletnie wypełnione ankiety, w 761 przypadkach (87,1%) sąd orzekł ojcostwo pozwanego, a w pozostałych 113 przypadkach (12,9%) pozew odrzucono. W odrzuconych pozwach było 68 serologicznych wyłączeń ojcostwa. W jednym przypadku sąd orzekł ojcostwo pomimo serologicznego wyłączenia. Z wyjątkiem tego jednego przypadku, w którym orzeczenie sądu jest sprzeczne z absolutnymi prawami dziedziczenia grup krwi, nie możemy kwestionować żadnego indywidualnego wyroku. Porównując jednak frakcję wyroków orzekających ojcostwo (około 87%) z frakcją prawdziwych ojców, znaną nam z pełnego materiału ekspertyz (około 70%), widzimy, że sądy zbyt często orzekają ojcostwo. Aby jednak oszacować dokładniej ilość wyroków sądowych niezgodnych z prawdą materialną, musimy obliczyć frakcję prawdziwych ojców w tym kolektywie pozwów, w którym znamy wyroki sądowe. Jest tam tylko 7,9% wyłączeń ojcostwa, a więc nieco mniej niż w pełnym materiale ekspertyz (około 11%). Nasuwa to przypuszczenie, że materiał wyroków sądowych został w pewien sposób wyselekcjonowany z pełnego materiału ekspertyz. Przyczyn tej selekcji można się dopatrywać między innymi w tym, że do materiału wyroków sądowych mogły wejść tylko te sprawy, które w chwili zbierania ankiety były już rozstrzygnięte. Obliczenie frakcji prawdziwych ojców w materiale wyroków sądowych potwierdza nasze przypuszczenia. Prawdopodobieństwo ojcostwa *a priori* (to jest frakcja prawdziwych ojców w tym materiale), obliczone ze wzoru (11) wyprowadzonego w § 9, jest dla układu ABO równe 0,744 i dla układu MN 0,764. (Grupy krwi układu Rh były oznaczone tylko w niektórych ekspertyzach i zbyt mała ilość przypadków nie pozwoliła obliczyć prawdopodobieństwa ojcostwa *a priori* na ich podstawie.) Do dalszych rozważań przyjmiemy, zaokrąglając średnią uzyskanych dwu wyników, że prawdopodobieństwo ojcostwa *a priori*, to jest frakcja słusznych pozwów w materiale ankiet sądowych, jest w przybliżeniu równa 0,75.

Jeżeli wszystkie pozwy, które sądy oddaliły bez serologicznego wyłączenia w ekspertyzie, były rzeczywiście niesłuszne, to sądy orzekające ojcostwo w 87% spraw dały około 12% błędnych wyroków, bo prawdziwych ojców było tylko 75%.

Jeżeli przyjmiemy drugą skrajność, że wszystkie pozwy oddalone bez serologicznego wyłączenia były słuszne, to ponieważ jest ich około 5%, więc w materiale ankiet będzie około 5% niesłusznie oddalonych pozwów. Spośród 87% nadesłanych wyroków z orzeczeniami ojcostwa będzie teraz tylko 70% słusznych i około 17% niesłusznych orzeczeń. Razem więc w tym przypadku byłoby około 22% błędnych wyroków.

Tak więc możemy twierdzić, że w zebranych materiałach 874 ankiet jest 12%-22% niesłusznych wyroków sądowych, w tym 12%-17% niesłusznych orzeczeń ojcostwa i 0%-5% przeciwnych błędów sądowych. Faworyzowana jest więc strona pozywająca, tzn. ojcostwo orzeka się zbyt często. Porównując ten wynik z rozważaniami paragrafu poprzedniego widzimy, że proponowana tam metoda sądenia, opierająca się tylko na obliczonym prawdopodobieństwie ojcostwa, dawałaby niewiele gorsze rezultaty (18% niesłusznych wyroków). To pozwala nam wyrazić przypuszczenie, że podanie przez eksperta prawdopodobieństwa ojcostwa mogłoby pomóc sądom w zmniejszeniu ilości niesłusznych wyroków.

§ 8. Prawdopodobieństwo wyłączenia niesłusznie pozwanego mężczyzny. W § 4 mówiliśmy, że dla każdego układu grupowego krwi można obliczyć prawdopodobieństwo wyłączenia niesłusznie pozwanego mężczyzny przez badanie grup tego układu w ekspertyzie serologicznej. L. Hirsfeld nazywał to prawdopodobieństwo *przydatnością* układu i podał wzory na jego obliczanie w tych prostych przypadkach, gdy w układzie rozróżniamy trzy genotypy (dwie formy czyste i jedna mieszana, np. M, N i MN) lub dwa fenotypy (gdy cecha jest dominująca i nie umiemy odróżnić formy mieszanej od czystego dominanta). Dwa te przypadki nazwał L. Hirsfeld odpowiednio *przydatnością pełną* i *niepełną*.

Wyznaczanie prawdopodobieństwa wyłączenia niesłusznie pozwanego mężczyzny w przypadku bardziej skomplikowanych układów grupowych wymaga specjalnych obliczeń. Rozważmy np. układ grupowy ABO. Rozróżniamy tu cztery grupy O, A, B i AB. Symbolami $\mu^{(1)}, \mu^{(2)}, \mu^{(3)}, \mu^{(4)}$ oznaczamy odpowiednio występowanie tych czterech cech u matki i analogicznie symbolami $\delta^{(1)}, \delta^{(2)}, \delta^{(3)}, \delta^{(4)}$ występowanie ich u dziecka. Znajomość frakcji czterech grup układu ABO i probabilistyczna teoria Bernsteina ich dziedziczenia pozwalają obliczyć prawdopodobieństwa p_{ik} spotkania rodziny $\mu^{(i)}, \delta^{(k)}$ ($i, k=1, 2, 3, 4$), a absolutne prawa dziedziczenia pozwalają wyznaczyć grupy krwi, których nie może mieć ojciec dziecka $\delta^{(k)}$ z matki $\mu^{(i)}$. Symbolem f_{ik} oznaczamy frakcję tych niemożli-

wych grup ojca. Jest to jednocześnie warunkowe prawdopodobieństwo wyłączenia ojcostwa niesłusznie pozwanego mężczyzny, gdy wiadomo, że $\mu^{(i)}, \delta^{(k)}$. Mężczyzna niesłusznie pozwany ma bowiem grupy krwi niezależne od grup krwi matki i dziecka i prawdopodobieństwo jego wyłączenia jest równe frakcji tych grup krwi, których nie może mieć ojciec.

Szukane prawdopodobieństwo p wyłączenia niesłusznie pozwanego mężczyzny przy badaniu cech układu grupowego krwi ABO, otrzymamy sumując poprzez wszystkie możliwe rodziny $\mu^{(i)}, \delta^{(k)}$ iloczyny prawdopodobieństwa p_{ik} spotkania takiej rodziny przez warunkowe prawdopodobieństwa f_{ik}

$$(6) \quad p = \sum_{i=1}^4 \sum_{k=1}^4 p_{ik} f_{ik}.$$

Podobnie oblicza się prawdopodobieństwo wyłączenia niesłusznie pozwanego mężczyzny przy badaniu grup krwi innych układów grupowych. Potrzebna jest do tego znajomość frakcji badanych grup krwi oraz przyjęcie probabilistycznej teorii ich dziedziczenia.

Od ostatniego założenia można się uwolnić mając do dyspozycji odpowiednio duży materiał eksperymentalny. Przypuśćmy, że mamy np. N zbadanych rodzin. Posegregujmy je według grup krwi matki i dziecka i symbolem R_{ik} oznaczmy ilość rodzin $\mu^{(i)}, \delta^{(k)}$. Przy dostatecznie dużym N będziemy mogli we wzorze (6) zastąpić prawdopodobieństwa obliczone przy założeniu probabilistycznej teorii dziedziczenia grup krwi p_{ik} przez zaobserwowane frekwencje R_{ik}/N . Otrzymamy w ten sposób przybliżony wzór na prawdopodobieństwo wyłączenia niesłusznie pozwanego mężczyzny:

$$(7) \quad p \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^4 \sum_{k=1}^4 R_{ik} f_{ik}.$$

We wzorze tym nie musimy już przyjmować probabilistycznej teorii dziedziczenia, korzystając jedynie z absolutnych praw dziedziczenia i materiału eksperymentalnego.

§ 9. Obliczanie prawdopodobieństwa ojcostwa *a priori*. Porównując ilość udanych wyłączeń w materiale ekspertyz z oczekiwaną ilością wyłączeń przy założeniu niesłuszności pozwów, tj. przy założeniu, że pozwani mężczyźni nie są ojcami, możemy stwierdzić, że pierwsza liczba jest kilkakrotnie mniejsza od drugiej. Jest to spowodowane tym, że większość pozwów jest słusznych, a prawdziwi ojcowie nie mogą być oczywiście wyłączeni. Jeżeli jak poprzednio $P[F(X)]$ oznacza prawdopodobieństwo ojcostwa *a priori*, a p prawdopodobieństwo wyłączenia niesłusznie

pozwanego, to na N pozwów należy oczekiwać $N(1 - P[F(X)])$ pozwów niesłusznych i $pN(1 - P[F(X)])$ wyłączeń. Jeżeli w dużej liczbie ekspertyz stwierdzono W wyłączeń, to można w przybliżeniu przyjąć, że

$$pN(1 - P[F(X)]) = W,$$

i stąd obliczyć prawdopodobieństwo ojcostwa *a priori*:

$$(8) \quad P[F(X)] = 1 - W/np.$$

Występujące w tym wzorze prawdopodobieństwo p wyłączenia niesłusznie pozwanego mężczyzny obliczamy teoretycznie według wzoru (6) lub, wykorzystując ten sam materiał ekspertyz, ze wzoru (7). Druga metoda nie zakłada probabilistycznych teorii dziedziczenia i ponadto daje dokładniejszy wynik, bo prawdopodobieństwa p używamy do tego samego materiału ekspertyz, z którego je wyznaczyliśmy. Tą metodą obliczono prawdopodobieństwo ojcostwa *a priori* w pracy H. Steinhausa. Wyzyskano tam 1515 ekspertyz, w których określano grupy krwi dwu układów (ABO i MN) otrzymując prawdopodobieństwo ojcostwa *a priori* 0,713.

Prawdopodobieństwo ojcostwa *a priori* można obliczyć jeszcze w inny sposób, nie zakładając nawet absolutnych praw dziedziczenia grup krwi. Sposób ten wyjaśnimy na przykładzie układu grupowego ABO. Materiał 3865 ekspertyz rozsegregujemy dwukrotnie: raz ze względu na grupy krwi matki i dziecka (tablica 1), drugi raz ze względu na grupy krwi domniemanego ojca i dziecka (tablica 2). Sporządzmy także na podstawie frakcji grup krwi domniemanych ojców i dzieci tablicę teoretyczną par domniemany ojciec — dziecko przy założeniu niezależności ich grup krwi (tablica 3).

TABLICA 1

Grupy główne matek i dzieci w 3865 ekspertyzach

Matka \ Dziecko	O	A	B	AB	Razem
O	708	349	161	—	1218
A	346	957	107	155	1565
B	179	103	336	122	740
AB	—	143	125	74	342
Razem	1233	1552	729	351	3865

TABLICA 2

Grupy główne domniemanych ojców i dzieci w 3865 ekspertyzach

Domniemany ojciec \ Dziecko	O	A	B	AB	Razem
O	612	388	188	30	1218
A	423	849	149	144	1565
B	204	153	296	87	740
AB	47	128	106	61	342
Razem	1286	1518	739	322	3865

TABLICA 3

Teoretyczny rozkład grup krwi domniemanych ojców i dzieci przy założeniu niezależności (tj. obcości)

Domniemany ojciec \ Dziecko	O	A	B	AB	Razem
O	405	478	233	102	1218
A	521	615	299	130	1565
B	246	291	142	61	740
AB	114	134	65	29	342
Razem	1286	1518	739	322	3865

Tablice 1 i 2 są czysto empiryczne, tablica 3 czysto teoretyczna. Tablica 1 obrazuje prawidłowość genetyczną wiążącą grupy krwi matek i dzieci, a tablica 3 pełną przypadkowość doboru. Tablica 2 przedstawia stadium pośrednie między prawidłowością tablicy 1 a przypadkowością tablicy 3. Jeżeli przyjmiemy naturalne założenie, że grupy krwi matki i ojca w jednakowy sposób wpływają na grupy krwi potomstwa, to tablica grup krwi prawdziwych ojców i ich dzieci powinna być zbliżona do tablicy 1. Jednakże wśród domniemanych ojców tylko $P[F(X)]$ jest prawdziwymi ojcami, a $1 - P[F(X)]$ jest niesłusznie pozwanych. Grupy krwi niesłusznie pozwanych są oczywiście niezależne od grup krwi dzieci. Tak więc poszczególne pozycje tablicy 2 powinny być w przybliżeniu równe średnim ważonym odpowiednich pozycji tablicy 1 (z wagą $P[F(X)]$) i odpowiednich pozycji tablicy 3 (z wagą $1 - P[F(X)]$). Oznaczając liczby figurujące w tablicach 1, 2 i 3 odpowiednio literami R_{ik} , S_{ik} , T_{ik} ($i, k = 1, 2, 3, 4$) otrzymamy 16 przybliżonych równań

$$(9) \quad S_{ik} \approx R_{ik}P[F(X)] + T_{ik}(1 - P[F(X)]) \quad (i, k = 1, 2, 3, 4),$$

z których każde pozwala wyznaczyć przybliżoną wartość nieznanego prawdopodobieństwa ojcostwa *a priori* $P[F(X)]$. Równania te można by rozwiązać metodą najmniejszych kwadratów. Jednakże zastosowanie metody najmniejszych kwadratów w tym przypadku nie byłoby słuszne, bo te same różnice między lewą i prawą stroną równań (9) mogą być nieistotne, gdy S_{ik} jest duże, i bardzo istotne, gdy S_{ik} jest małe. Równania (9) można traktować jako porównanie eksperymentalnych ilości S_{ik} odpowiednich par domniemany ojciec — dziecko z teoretycznymi ilościami takich par $R_{ik}P[F(X)] + T_{ik}(1 - P[F(X)])$. Stosowaną w statystyce miarą odchylenia rozkładu eksperymentalnego od teoretycznego jest wielkość χ^2 , którą należałoby w tym przypadku obliczyć z wzoru

$$(10) \quad \chi^2 = \sum_{i=1}^4 \sum_{k=1}^4 \frac{(S_{ik} - R_{ik}P[F(X)] - T_{ik}(1 - P[F(X)]))^2}{R_{ik}P[F(X)] + T_{ik}(1 - P[F(X)])}.$$

Najlepszym więc rozwiązaniem układu (9) byłaby taka wartość nieznanego prawdopodobieństwa $P[F(X)]$, która minimizowałaby wielkość χ^2 . Przy poszukiwaniu takiej wartości trafilibyśmy jednak na poważne trudności rachunkowe. Dlatego uprościmy nieco zadanie zamieniając w wyrażeniu (10) występujące w mianownikach liczby teoretyczne na odpowiednie liczby eksperymentalne i będziemy minimizowali uzyskane w ten sposób wyrażenie

$$\sum_{i=1}^4 \sum_{k=1}^4 \frac{(S_{ik} - R_{ik}P[F(X)] - T_{ik}(1 - P[F(X)]))^2}{S_{ik}}.$$

Przez zróżniczkowanie tego wyrażenia względem $P[F(X)]$, przyrównanie pochodnej do zera i rozwiązanie otrzymanego równania dostaniemy ostatecznie

$$(11) \quad P[F(X)] = \frac{\sum_{i=1}^4 \sum_{k=1}^4 (R_{ik} - T_{ik})(S_{ik} - T_{ik})/S_{ik}}{\sum_{i=1}^4 \sum_{k=1}^4 (R_{ik} - T_{ik}^2)/S_{ik}}$$

Wzór ten pozwala obliczyć prawdopodobieństwo ojcostwa *a priori* $P[F(X)]$ bez zakładania jakichkolwiek praw dziedziczenia. Jedynym założeniem, jakie tu uczyniliśmy, jest jednakowy wpływ grup krwi matki i ojca na grupy krwi dziecka. To założenie można sprawdzić podstawiając obliczone według wzoru (11) prawdopodobieństwo $P[F(X)]$ do równań (9) i porównując teoretyczne i eksperymentalne ilości różnych par domniemany ojciec — dziecko. Stwierdzimy dużą zgodność teorii z eksperymentem. Innym potwierdzeniem tego założenia będzie uzyskanie zgodnych wyników przy

obliczaniu prawdopodobieństwa ojcostwa *a priori* z wzoru (11) dla różnych układów grupowych krwi. Wyniki jednych i drugich obliczeń podamy w następnym paragrafie.

§ 10. Prawdopodobieństwo ojcostwa *a priori* w materiale ekspertyz wrocławskich. Zastosujemy teraz wzory na obliczanie prawdopodobieństwa ojcostwa *a priori* $P[F(X)]$ do opracowywanych materiałów ekspertyz sądowych. Uzyskane wyniki przedstawiono w tabelicy 4.

TABLICA 4

Prawdopodobieństwa ojcostwa *a priori* w materiale ekspertyz Zakładu Mikrobiologii Akademii Medycznej we Wrocławiu

Układ grupowy krwi	Ilość ekspertyz	Prawdopodobieństwo ojcostwa <i>a priori</i> obliczone z wzorów	
		(7) i (8)	(11)
ABO	3865	0,681	0,681
MN	3353	0,718	0,735
Rh	2561	0,733	0,738

Obie metody obliczania prawdopodobieństwa ojcostwa *a priori* dają wyniki bardzo zbliżone. Większe różnice stwierdzamy porównując prawdopodobieństwa ojcostwa *a priori* obliczone na podstawie różnych układów grupowych krwi. Przyczyn tych rozbieżności można się dopatrywać w pewnych różnicach materiałów, na jakich określano grupy krwi rozważanych układów, w ewentualnej selekcji genetycznej (np. eliminowanie pewnych płodów przez konflikty serologiczne), a także w możliwości błędnych oznaczeń serologicznych.

Z uwagi na pewne różnice poszczególnych wyników trzeba się zdecydować, jaką liczbę przyjmiemy do dalszych rozważań jako prawdopodobieństwo ojcostwa *a priori*. Najwiarogodniejsza wydaje się liczba uzyskana z największego materiału na podstawie badań najlepiej opracowanego serologicznie układu grupowego ABO. Jednakże stwierdzone różnice pozwalają nam przyjąć do wszystkich obliczeń praktycznych liczbę okrągłą 0,70.

Przyjmując 0,70 jako prawdopodobieństwo ojcostwa *a priori* $P[F(X)]$ sprawdzimy teraz przyjmowane przez nas założenie jednakowego wpływu grup krwi obojga rodziców na grupę krwi dziecka. Sporządzimy do tego tabelkę oczekiwanych ilości par domniemany ojciec — dziecko, obliczonych jako prawe strony równań (9) na podstawie liczb z tabelic 1 i 3.

TABLICA 5

Oczekiwane ilości par domniemany ojciec — dziecko, obliczone na podstawie prawych stron równań (9)

Domniemany ojciec \ Dziecko	O	A	B	AB	Razem
O	617	388	182	31	1218
A	399	854	165	147	1565
B	199	159	278	104	740
AB	34	140	107	61	342
Razem	1249	1541	732	343	3865

Porównując oczekiwane ilości odpowiednich par domniemany ojciec — dziecko (tablica 5) ze stwierdzonymi w materiale ekspertyz eksperymentalnymi ilościami tychże par (tablica 2), widzimy dużą zgodność teorii z eksperymentem, co potwierdza uczynione poprzednio założenie o jednokowym wpływie grup krwi matki i ojca na grupę krwi dziecka. Statystyczna ocena zgodności tablic 2 i 5 jest jednak trudna. Nie możemy tu bezpośrednio zastosować testu χ^2 , bo liczby teoretyczne w tablicy 5 obliczono z wyników innego eksperymentu (tablica 1) i z różnych parametrów (frekwencje grup krwi domniemanych ojców i dzieci, prawdopodobieństwo ojcostwa *a priori*).

Opracowując materiał bez mała 4 tysięcy ekspertyz zebranych w latach 1946-1953 musimy sprawdzić, czy w tym czasie prawdopodobieństwo ojcostwa *a priori* nie uległo zmianie i czy cały ten materiał jest pod tym względem jednorodny. Do tego sprawdzenia podzieliłem wszystkie ekspertyzy na dwie grupy: ekspertyzy wcześniejsze (od roku 1946 do czerwca 1951) i ekspertyzy późniejsze (od lipca 1951 roku do sierpnia 1953). W każdej grupie obliczyłem prawdopodobieństwo ojcostwa *a priori* na podstawie oznaczeń grup krwi ABO i MN. Mniej liczne badania układu Rh pochodzą niemal wyłącznie z okresu późniejszego, więc przy badaniu zmienności prawdopodobieństwa ojcostwa *a priori* musiałem zrezygnować z oznaczeń grup krwi tego układu. Podobnie jak w tablicy 4 każde prawdopodobieństwo obliczono dwukrotnie: raz, opierając się na absolutnych prawach dziedziczenia, ze wzorów (7) i (8); drugi raz, na podstawie samego materiału eksperymentalnego, z wzoru (11).

Z tablicy 6 widać, że różnice między prawdopodobieństwami ojcostwa w obu okresach są mniejsze od różnic między prawdopodobieństwami uzyskanymi na podstawie różnych wzorów i różnych układów grupowych. To upoważnia nas do uważania całego powojennego materiału ekspertyz za jednorodny pod względem prawdopodobieństwa ojcostwa *a priori*.

TABLICA 6

Prawdopodobieństwa ojcostwa *a priori* w materiale ekspertyz Zakładu Mikrobiologii Akademii Medycznej we Wrocławiu podzielonym na okresy

Układ grupowy krwi	Okres wcześniejszy I. 1946 - VI. 1951			Okres późniejszy VII. 1951 - VIII. 1953		
	Ilość ekspertyz	Prawdopodobieństwo obliczone z wzorów		Ilość ekspertyz	Prawdopodobieństwo obliczone z wzorów	
		(7) i (8)	(11)		(7) i (8)	(11)
ABO	2044	0,671	0,695	1821	0,692	0,680
MN	1532	0,730	0,737	1821	0,705	0,739

§ 11. Eksperymentalne prawdopodobieństwa warunkowe grup krwi ojca. Aby można było na podstawie wyników ekspertyzy serologicznej obliczać prawdopodobieństwo ojcostwa *a posteriori* wyrażone wzorem (3), trzeba znać prawdopodobieństwa warunkowe $P[\xi_i | F(X), \mu_i, \delta_i]$, że ojciec dziecka o grupie δ_i z matki o grupie μ_i ma grupę ξ_i . Wskaźnik i przebiega tutaj wartości 1, 2, 3 odpowiadające trzem układom grupowym (ABO, MN i Rh), a symbole μ_i, δ_i, ξ_i oznaczają zmienne, których wartościami są grupy krwi i -tego układu. Obliczenie warunkowych prawdopodobieństw grup krwi ojca omówimy szczegółowo w przypadku $i=1$, tj. dla układu grupowego ABO. Zmienne μ_1, δ_1, ξ_1 mogą przybierać cztery wartości O, A, B i AB. Podobnie jak w § 8 oznaczymy symbolami $\mu_1^{(1)}, \mu_1^{(2)}, \mu_1^{(3)}, \mu_1^{(4)}$ występowanie tych czterech cech u matki, symbolami $\delta_1^{(1)}, \delta_1^{(2)}, \delta_1^{(3)}, \delta_1^{(4)}$ występowanie ich u dziecka i analogicznie symbolami $\xi_1^{(1)}, \xi_1^{(2)}, \xi_1^{(3)}, \xi_1^{(4)}$ występowanie odpowiednich cech u pozwanego mężczyzny. Materiał N ekspertyz serologicznych posegregujemy według grup krwi układu ABO stwierdzonych u matki, dziecka i pozwanego mężczyzny oraz oznaczymy symbolem N_{ikl} ($i, k, l=1, 2, 3, 4$) ilość ekspertyz, w których stwierdzono grupy krwi $\mu_1^{(i)}, \delta_1^{(k)}, \xi_1^{(l)}$. Tablica 7 przedstawia liczby N_{ikl} uzyskane z posegregowania $N=3865$ ekspertyz Zakładu Mikrobiologii A. M. we Wrocławiu, w których określano grupy krwi układu ABO. Jest oczywiście

$$\sum_{l=1}^4 N_{ikl} = R_{ik}, \quad \sum_{i=1}^4 N_{ikl} = S_{kl},$$

gdzie R_{ik} i S_{kl} są liczbami z tablic 1 i 2.

Gdyby tablica 7 sporządzona była na materiale prawdziwych rodzin, wówczas zamiast szukanych prawdopodobieństw warunkowych $P[\xi_1^{(l)} | F(X), \mu_1^{(i)}, \delta_1^{(k)}]$ można by przyjąć (z uwagi na dużą ilość $N=3865$ badań) frakcje ojców o grupie $\xi_1^{(l)}$ w rodzinach $\mu_1^{(i)}, \delta_1^{(k)}$, czyli liczby

$$N_{ikl} / \sum_{l=1}^4 N_{ikl} = N_{ikl} / R_{ik}.$$

TABLICA 7

Wyniki badania grup głównych w 3865 ekspertyzach Zakładu Mikrobiologii Akademii Medycznej we Wrocławiu

Dziecko Domn. ojciec		M a t k a															
		O				A				B				AB			
		O	A	B	AB	O	A	B	AB	O	A	B	AB	O	A	B	AB
O	362	46	16	—	168	305	9	19	82	10	140	17	—	62	39	11	
A	224	241	21	—	114	467	16	16	50	80	82	83	—	61	34	29	
B	101	17	113	—	59	103	55	76	28	4	91	9	—	25	37	21	
AB	21	42	29	—	8	82	23	32	1	13	23	16	—	7	12	13	
Razem	708	346	179	—	349	957	103	143	161	107	336	125	—	155	122	74	

W poszczególnych polach tablicy podano ilości ekspertyz N_{ikl} , w których stwierdzono dane grupy krwi matki ($\mu_1^{(k)}$), dziecka ($\delta_1^{(k)}$) i domniemanego ojca ($\xi_1^{(k)}$).

Wiemy jednak, że w materiale ekspertyz jest tylko 70% prawdziwych rodzin. W pozostałych 30% przypadków pozwany mężczyzna nie jest ojcem i ze względu na grupy krwi jest dobrany przypadkowo i niezależnie od grup krwi matki i dziecka. Oczekiwana ilość niesłusznych pozwów z wynikiem ekspertyzy $\mu_1^{(k)}, \delta_1^{(k)}, \xi_1^{(k)}$ jest więc dla naszego materiału równa

$$(12) \quad N'_{ikl} = 0,30 NP(\mu_1^{(k)}, \delta_1^{(k)})P(\xi_1^{(k)}) \approx 0,30 R_{ik}P(\xi_1^{(k)}).$$

Ten wzór pozwala nam wyeliminować w tablicy 7 wpływ niesłusznie pozwanych mężczyzn. Spośród 70% prawdziwych rodzin w rozpatrywanym materiale ekspertyz serologicznych jest w przybliżeniu

$$(13) \quad N''_{ikl} = N_{ikl} - N'_{ikl}$$

rodzin $\mu_1^{(k)}, \delta_1^{(k)}, \xi_1^{(k)}$. Tablica 8 przedstawia liczby N''_{ikl} obliczone na podstawie liczb N_{ikl} z tablicy 7 oraz wzorów (12) i (13). Zgodnie z poprzednimi rozważaniami jest w przybliżeniu

$$(14) \quad P[\xi_1^{(k)}|F(X), \mu_1^{(k)}, \delta_1^{(k)}] \approx N''_{ikl} / \sum_{i=1}^4 N''_{ikl}.$$

Jednakże niektóre z liczb N''_{ikl} w tablicy 8 są ujemne i skutkiem tego prawa strona przybliżonej równości (14) daje w tych przypadkach wartość ujemną, której oczywiście za prawdopodobieństwo uznać nie możemy. We wszystkich tych przypadkach absolutne prawa dziedziczenia grup krwi układu ABO każą wyłączyć ojcostwo i różnica (13) wskutek przypadkowych odchyleń daje zamiast zera liczbę ujemną. Zanim więc oszacujemy wartości

prawdopodobieństw według wzoru (14), musimy w pewien sposób wyrównać liczby N''_{ikl} w tablicy 8. Można to oczywiście zrobić w rozmaity sposób. Najprościej jest wszystkie ujemne wartości liczb N''_{ikl} w tablicy 8 zastąpić zerami. Można także nie ograniczyć się tylko do liczb ujemnych, ale zgodnie z absolutnymi prawami dziedziczenia grup krwi zastąpić zerami wszystkie liczby N''_{ikl} odpowiadające rodzinom $\mu_1^{(i)}, \delta_1^{(k)}, \xi_1^{(l)}$, w których absolutne prawa dziedziczenia każą wyłączyć ojcostwo. Odpowiednie pozycje w tablicy 8 ujęto w nawiasy. Widzimy, że różnią się one tylko nieznacznie od zera, co jest potwierdzeniem absolutnych praw dziedziczenia. Przyjmując zamiast liczb w nawiasach zera i stosując do wyrównanej w ten sposób tablicy 8 wzór (14) obliczamy szukane warunkowe prawdopodobieństwa grupy krwi ojca dla układu grupowego ABO. Prawdopodobieństwa te podano w tablicy 9.

TABLICA 8

Wyniki badań grup głównych w 3865 ekspertyzach po wyeliminowaniu oczekiwanego wpływu 30% ekspertyz z niesłusznie pozwanym mężczyzną

Dziecko Ojciec		M a t k a															
		O				A				B				AB			
		O	A	B	AB	O	A	B	AB	O	A	B	AB	O	A	B	AB
O	291	(11)	(-2)	—	133	210	(-1)	(5)	66	(-1)	106	(4)	—	46	27	(4)	
A	141	200	(0)	—	73	354	(4)	(-1)	31	67	42	68	—	43	20	20	
B	60	(-3)	103	—	39	48	49	68	19	(-2)	72	(2)	—	16	30	17	
AB	(3)	33	25	—	(-1)	58	20	28	(-3)	10	15	13	—	3	9	11	
Razem (bez nawiasów)	492	233	128	—	245	670	69	96	116	77	235	81	—	108	86	48	

W poszczególnych polach tablicy podano oczekiwane ilości N''_{ikl} prawdziwych rodzin o danych grupach krwi matki ($\mu_1^{(i)}$), dziecka ($\delta_1^{(k)}$) i ojca ($\xi_1^{(l)}$). Liczby w nawiasach odpowiadają rodzinom, w których absolutne prawa dziedziczenia grup krwi każą wyłączyć ojcostwo.

W podobny sposób obliczamy warunkowe prawdopodobieństwa grupy krwi ojca dla pozostałych układów grupowych. Wyniki badania w 3353 ekspertyzach sądowych grup krwi układu MN podane są w tablicy 10. Tablica 11 przedstawia te same wyniki badań po wyeliminowaniu oczekiwanego wpływu ekspertyz z niesłusznie pozwanym mężczyzną. Tu także, podobnie jak w tablicy 8 dla układu ABO, ujęto w nawiasy liczby odpowiadające ekspertyzom, w których absolutne prawa dziedziczenia każą wyłączyć ojcostwo. Zastępując je przez zera obliczono praw-

dopodobięstwa warunkowe $P[\xi_2^{(l)}|F(X), \mu_2^{(l)}, \delta_2^{(l)}]$ przedstawione w tabelicy 12.

TABLICA 9

Eksperymentalne prawdopodobieństwa warunkowe $P[\xi_1^{(l)}|F(X), \mu_1^{(l)}, \delta_1^{(l)}]$

Dziecko Ojciec		M a t k a							
		O				A			
		O	A	B	AB	O	A	B	AB
O	0,591	0	0	—	0,543	0,313	0	0	
A	0,287	0,858	0	—	0,298	0,528	0	0	
B	0,122	0	0,805	—	0,159	0,072	0,710	0,708	
AB	0	0,142	0,195	—	0	0,087	0,290	0,292	

Dziecko Ojciec		M a t k a							
		B				AB			
		O	A	B	AB	O	A	B	AB
O	0,569	0	0,451	0	—	0,426	0,314	0	
A	0,267	0,885	0,179	0,840	—	0,398	0,232	0,417	
B	0,164	0	0,306	0	—	0,148	0,349	0,354	
AB	0	0,115	0,064	0,160	—	0,028	0,105	0,229	

W poszczególnych polach tabelicy podano prawdopodobieństwa, że ojciec ma daną grupę ($\xi_1^{(l)}$), gdy znane są grupy krwi matki ($\mu_1^{(l)}$) i dziecka ($\delta_1^{(l)}$). Zera oznaczają tu zerowe prawdopodobieństwa warunkowe grup krwi ojca. Są to rodziny, w których absolutne prawa dziedziczenia grup krwi każą wyłączyć ojcostwo. Kreski odpowiadają rodzinom, w których absolutne prawa dziedziczenia każą wyłączyć macierzyństwo. Warunkowe prawdopodobieństwa grup krwi ojca nie mają w tych przypadkach sensu. W materiale 3865 ekspertyz nie było ani jednego przypadku wyłączenia macierzyństwa.

Dalsze tablice 13, 14 i 15 przedstawiają podobne opracowanie badań grup krwi układu Rh w 2561 ekspertyzach. Tutaj sytuacja jest nieco inna niż w przypadku układów grupowych ABO i MN. Spośród czterech grup układu Rh rozpoznawanych w ekspertyzach grupa dE występuje bardzo rzadko. Dzięki temu prawdopodobieństwa grupy krwi ojca $P[\xi_3^{(l)}|F(X), \mu_3^{(l)}, \delta_3^{(l)}]$, podane w tabelicy 15 są obciążone dużymi błędami statystycznymi w tych przypadkach, gdy co najmniej jeden ze wskaźników i, k, l przyjmuje wartość 3, tj. gdy ekspertyza serologiczna wykazuje u którejkolwiek z trzech badanych osób grupę dE. W tych przypadkach korzystanie z tabelicy do celów praktycznych nie byłoby uzasadnione. W tabelicy 15 prawdopodobieństwa odpowiadające takim rodzinom podano kursywą.

TABLICA 10

Wyniki badań grup krwi układu MN w 3353 ekspertyzach Zakładu Mikrobiologii Akademii Medycznej we Wrocławiu

		M a t k a								
		M			N			NM		
Domn. ojciec	Dziecko	M	N	MN	M	N	MN	M	N	MN
	M		316	—	44	—	18	178	248	38
N		27	—	139	—	84	21	15	115	159
MN		268	—	235	—	136	153	224	201	459
Razem		611	—	418	—	238	352	487	354	893

TABLICA 11

Wyniki badań grup krwi układu MN w 3353 ekspertyzach po wyeliminowaniu oczekiwanego wpływu 30% ekspertyz z niesłusznie pozwanym mężczyzną

		M a t k a								
		M			N			MN		
Ojciec	Dziecko	M	N	MN	M	N	MN	M	N	MN
	M		255	—	(2)	—	(-6)	143	199	(3)
N		(-4)	—	118	—	72	(3)	(-9)	97	114
MN		176	—	172	—	100	100	151	148	325
Razem (bez nawiasów)		431	—	290	—	172	243	350	245	625

Liczby w nawiasach odpowiadają rodzinom, w których absolutne prawa dziedziczenia grup krwi każą wyłączyć ojcostwo.

TABLICA 12

Eksperymentalne prawdopodobieństwa warunkowe $P[\xi_2^{(i)} | F(X), \mu_2^{(i)}, \delta_2^{(i)}]$

		M a t k a								
		M			N			MN		
Ojciec	Dziecko	M	N	MN	M	N	MN	M	N	MN
	M		0,592	—	0	—	0	0,588	0,569	0
N		0	—	0,407	—	0,419	0	0	0,396	0,182
MN		0,408	—	0,593	—	0,581	0,412	0,431	0,604	0,520

Podobnie jak w tabelicy 9 zera oznaczają wyłączenia ojcostwa, a kreski — rodziny, w których absolutne prawa dziedziczenia grup krwi każą wyłączyć macierzyństwo. W materiale 3353 ekspertyz nie było ani jednego przypadku wyłączenia macierzyństwa.

TABLICA 13

Wyniki badań grup krwi układu Rh w 2561 ekspertyzach Zakładu Mikrobiologii Akademii Medycznej we Wrocławiu

		M a t k a															
		de				De				dE				DE			
Dziecko Domn. ojciec		de	De	dE	DE	de	De	dE	DE	de	De	dE	DE	de	De	dE	DE
	de		77	6	0	4	61	150	0	8	2	0	2	0	21	24	2
De		91	144	2	6	121	660	1	32	4	4	0	1	31	145	2	178
dE		3	0	0	0	1	2	0	3	0	0	0	0	1	1	0	0
DE		40	30	2	62	38	203	1	147	0	1	0	2	14	28	0	134
Razem		211	180	4	72	221	1015	2	190	6	5	2	3	67	198	4	381

TABLICA 14

Wyniki badań grup krwi układu Rh w 2561 ekspertyzach po wyeliminowaniu ocze-
kwanego wpływu 30% ekspertyz z niesłusznie pozwanym mężczyzną

		M a t k a															
		de				De				dE				DE			
Dziecko Ojciec		de	De	dE	DE	de	De	dE	DE	de	De	dE	DE	de	De	dE	DE
	de		66	(-3)	(0)	(0)	50	99	(0)	(-1)	2	(0)	2	(0)	18	14	2
De		56	114	(1)	(-6)	84	491	(1)	(0)	3	3	0	1	20	112	1	115
dE		3	(0)	0	(0)	1	1	0	3	0	(0)	0	(0)	1	1	0	0
DE		23	15	2	56	20	120	1	131	0	1	0	2	8	12	0	103
Razem (bez nawiasów)		148	129	2	56	155	711	1	134	5	4	2	3	47	139	3	268

Liczby w nawiasach odpowiadają rodzinom, w których absolutne prawa dzie-
dziczenia grup krwi każą wyłączyć ojcostwo.

TABLICA 15

Eksperymentalne prawdopodobieństwa warunkowe $P[\xi_3^{(i)}|F(X), \mu_3^{(i)}, \delta_3^{(k)}]$

		M a t k a							
		de				De			
		de	De	dE	DE	de	De	dE	DE
Ojciec	Dziecko								
	de	0,446	0	0	0	0,323	0,140	0	0
	De	0,379	0,884	0	0	0,542	0,691	0	0
	dE	0,020	0	0	0	0,006	0,001	0	0,022
	DE	0,155	0,116	1,000	1,000	0,129	0,169	1,000	0,978

		M a t k a							
		dE				DE			
		de	De	dE	DE	de	De	dE	DE
Ojciec	Dziecko								
	de	0,400	0	1,000	0	0,383	0,101	0,667	0,187
	De	0,600	0,750	0	0,333	0,426	0,806	0,333	0,429
	dE	0	0	0	0	0,021	0,007	0	0
	DE	0	0,250	0	0,667	0,170	0,086	0	0,384

Kursywą napisano w tablicy prawdopodobieństwa warunkowe $P[\xi_3^{(i)}|F(X), \mu_3^{(i)}, \delta_3^{(k)}]$ gdy co najmniej jeden ze wskaźników i, k, l jest równy 3, to jest gdy w ekspertyzie stwierdzono u matki, dziecka lub domniemanego ojca grupę dE. Grupa ta jest bardzo rzadka i eksperymentalne prawdopodobieństwa są w tych przypadkach obarczone dużymi błędami.

§ 12. Teoretyczne prawdopodobieństwa warunkowe grup krwi ojca. Warunkowe prawdopodobieństwa $P[\xi_i|F(X), \mu_i, \delta_i]$ obliczaliśmy w paragrafie poprzednim na podstawie eksperymentalnego materiału oznaczeń grup krwi w ekspertyzach. Można je również obliczyć teoretycznie z częstości występowania grup krwi w zbadanej populacji i probabilistycznych teorii dziedziczenia poszczególnych układów grupowych. Nie będziemy tutaj szczegółowo omawiali sposobów obliczeń, które są opisane w specjalnych monografiach poświęconych grupom krwi. Punktem wyjścia są częstości poszczególnych grup krwi, przedstawione dla interesującej nas populacji ekspertyz sądowych w tablicy 16. Teoria Bernsteina dziedziczenia grup krwi układu ABO pozwala z nich obliczyć teoretyczne prawdopodobieństwa warunkowe $P[\xi_1|F(X), \mu_1, \delta_1]$ przedstawione w tablicy 17. Podobnie na podstawie teorii Landsteina i Levine'a obliczono teoretyczne prawdopodobieństwa warunkowe grup krwi ojca dla układu MN (tablica 18), a na podstawie teorii Fishera i Race'a dla układu Rh (tablica 19).

TABLICA 16
Grupy krwi w ekspertyzach sądowych Zakładu Mikrobiologii Akademii Medycznej we Wrocławiu

		Układ ABO				Układ MN				Układ Rh					
		O	A	B	AB	razem	M	N	MN	razem	de	De	dE	DE	razem
Matki	ilość	1233	1555	729	351	3865	1029	590	1734	3353	467	1428	16	650	2561
	częstość	0,3190	0,4016	0,1886	0,0908	1,000	0,3069	0,1760	0,5171	1,000	0,1824	0,5576	0,0062	0,2538	1,000
Dzieci	ilość	1218	1565	740	342	3865	1098	592	1663	3353	505	1398	12	646	2561
	częstość	0,3151	0,4049	0,1915	0,0885	1,000	0,3275	0,1765	0,4960	1,000	0,1972	0,5459	0,0047	0,2522	1,000
Dornn. ojcowie	ilość	1286	1518	739	322	3865	1117	560	1676	3353	426	1422	11	702	2561
	częstość	0,3327	0,3928	0,1912	0,0833	1,000	0,3331	0,1670	0,4999	1,000	0,1663	0,5553	0,0043	0,2741	1,000
Razem	ilość	3737	4635	2208	1015	11595	3244	1742	5073	10059	1398	4248	39	1998	7683
	częstość	0,3223	0,3997	0,1904	0,0875	1,000	0,3225	0,1732	0,5043	1,000	0,1820	0,5529	0,0051	0,2600	1,000

TABLICA 17

Teoretyczne prawdopodobieństwa warunkowe $P[\xi_1^{(i)}|F(X), \mu_1^{(i)}, \delta_1^{(i)}]$

		Matka															
		O				A				B				AB			
Dziecko	Ojciec	O	A	B	AB	O	A	B	AB	O	A	B	AB	O	A	B	AB
		O	0,569	0	0	—	0,569	0,311	0	0	0	0,569	0	0,387	0	—	0,380
A	0,283	0,851	0	—	0,283	0,540	0	0	0	0,283	0,851	0,192	0,851	—	0,471	0,224	0,558
B	0,149	0	0,717	—	0,149	0,081	0,717	0,149	0	0,149	0	0,330	0	—	0,099	0,267	0,248
AB	0	0,149	0,283	—	0	0,067	0,283	0,283	0	0,149	0,090	0,149	—	—	0,049	0,058	0,194

Zerowe prawdopodobieństwa warunkowe odpowiadają rodzinom, w których należy wyłączyć ojcostwo. Kreski odpowiadają rodzinom, w których absolutne prawa dziedziczenia każą wyłączyć macierzyństwo. Prawdopodobieństwa warunkowe grupy krwi ojca nie mają wtedy sensu.

Porównując teoretyczne prawdopodobieństwa warunkowe grup krwi ojca (tablice 17, 18 i 19) z odpowiadającymi im prawdopodobieństwami eksperymentalnymi (tablice 9, 12 i 15) stwierdzamy dość dużą zgodność teorii z eksperymentem. Niestety, nie umiemy statystycznie ocenić tej

TABLICA 18

Teoretyczne prawdopodobieństwa warunkowe $P[\xi_2^{(i)}|F(X), \mu_2^{(i)}, \delta_2^{(i)}]$

		M a t k a								
		M			N			MN		
Ojciec	Dziecko	M	N	MN	M	N	MN	M	N	MN
	M		0,561	—	0	—	0	0,561	0,561	0
N		0	—	0,407	—	0,407	0	0	0,407	0,173
MN		0,439	—	0,593	—	0,593	0,439	0,439	0,593	0,504

Podobnie jak w tablicy 17 zera oznaczają wyłączenia ojcostwa, a kreski rodziny, w których absolutne prawa dziedziczenia grup krwi każą wyłączyć macierzyństwo.

TABLICA 19

Teoretyczne prawdopodobieństwa warunkowe $P[\xi_3^{(i)}|F(X), \mu_3^{(i)}, \delta_3^{(i)}]$

		M a t k a							
		de				De			
Ojciec	Dziecko	de	De	dE	DE	de	De	dE	DE
	de		0,427	0	0	0	0,427	0,169	0
De		0,431	0,857	0	0	0,431	0,688	0	0
dE		0,006	0	0,433	0	0,006	0,002	0,433	0,012
DE		0,137	0,143	0,567	1,000	0,137	0,140	0,567	0,988

		M a t k a							
		dE				DE			
Ojciec	Dziecko	de	De	dE	DE	de	De	dE	DE
	de		0,427	0	0,415	0	0,427	0,144	0,341
De		0,431	0,857	0,420	0,526	0,431	0,713	0,344	0,494
dE		0,006	0	0,017	0	0,006	0,002	0,093	0,005
DE		0,137	0,143	0,148	0,474	0,137	0,141	0,222	0,340

zgodności. Jednakże można zauważyć, że większe różnice między odpowiednimi prawdopodobieństwami eksperymentalnymi a teoretycznymi trafiają się zwykle w takich rodzinach, które mniej licznie występowały w materiale ekspertyz. Wskazuje to, że różnice między prawdopodobieństwami eksperymentalnymi a teoretycznymi mają charakter losowy i teoretyczne prawdopodobieństwa dobrze opisują rzeczywistość. To pozwala stosować w praktyce teoretyczne prawdopodobieństwa warunkowe grup krwi ojca. Jest to korzystne z tego powodu, że prawdopodobieństwa teoretyczne są określone we wszystkich przypadkach, a więc także wtedy, gdy z powodu rzadkich ugrupowań (np. ekspertyzy z z grupą dE) prawdopodobieństwa eksperymentalne nie miały praktycznego znaczenia. Podane w § 6 prawdopodobieństwa ojcostwa zostały właśnie obliczone przy użyciu teoretycznych prawdopodobieństw warunkowych $P[\xi_i|F(X), \mu_i, \delta_i]$. Teoretycznych prawdopodobieństw warunkowych będziemy także używali w następnym paragrafie przy konstrukcji nomogramu do obliczania prawdopodobieństwa ojcostwa.

§ 13. Nomogram do obliczania prawdopodobieństwa ojcostwa.

Do obliczania prawdopodobieństwa ojcostwa według wzoru (3) skonstruujemy nomogram, który uwolni nas od rachunków. Jeżeli którekolwiek z prawdopodobieństw warunkowych $P[\xi_1|F(X), \mu_1, \delta_1], P[\xi_2|F(X), \mu_2, \delta_2], P[\xi_3|F(X), \mu_3, \delta_3]$ jest zerem, to absolutne prawa dziedziczenia grup krwi wykluczają ojcostwo i wzór (3) daje zerowe prawdopodobieństwo ojcostwa. Jeżeli wszystkie prawdopodobieństwa warunkowe są dodatnie, to wzór (3) można napisać w postaci

$$(15) \quad P[F(X)|\xi_1, \xi_2, \xi_3; \mu_1, \mu_2, \mu_3; \delta_1, \delta_2, \delta_3] = \\ = \frac{1}{1 + \frac{3}{7} \cdot \frac{P(\xi_1)}{P[\xi_1|F(X), \mu_1, \delta_1]} \cdot \frac{P(\xi_2)}{P[\xi_2|F(X), \mu_2, \delta_2]} \cdot \frac{P(\xi_3)}{P[\xi_3|F(X), \mu_3, \delta_3]}}$$

Przyjmując skrócone oznaczenia

$$(16) \quad \begin{aligned} P &= P[F(X)|\xi_1, \xi_2, \xi_3; \mu_1, \mu_2, \mu_3; \delta_1, \delta_2, \delta_3], \\ V_1 &= V(\xi_1, \mu_1, \delta_1) = \frac{P(\xi_1)}{P[\xi_1|F(X), \mu_1, \delta_1]}, \\ V_2 &= V(\xi_2, \mu_2, \delta_2) = \frac{P(\xi_2)}{P[\xi_2|F(X), \mu_2, \delta_2]}, \\ V_3 &= V(\xi_3, \mu_3, \delta_3) = \frac{P(\xi_3)}{P[\xi_3|F(X), \mu_3, \delta_3]}, \end{aligned}$$

wzór ten napiszemy w postaci

$$(17) \quad P = \frac{1}{1 + 3V_1V_2V_3/7}$$

dla której łatwo już skonstruować nomogram kolineacyjny. Składa się on z czterech skal równoległych dla zmiennych V_1 , V_2 , V_3 i P oraz jednej ślepej skali pomocniczej. Zmienne V_1 , V_2 , V_3 mają skale logarytmiczne, a prawdopodobieństwo ojcostwa P odczytujemy na skali funkcji $\ln((1-P)/P)$. Zmienne V_1 , V_2 , V_3 mogą przybierać tylko skończenie wiele wartości. Dlatego na nomogramie nie narysowano pełnych skal tych zmiennych, lecz tylko ich dopuszczalne wartości oznaczone specjalnymi symbolami.

Aby znaleźć prawdopodobieństwo ojcostwa, gdy badanie grup krwi w ekspertyzie dało wynik $\xi_1, \xi_2, \xi_3; \mu_1, \mu_2, \mu_3; \delta_1, \delta_2, \delta_3$, należy w trzech pomocniczych tabliczkach znaleźć symbole odpowiadające wartościom zmiennych V_1, V_2, V_3 i według opisanego sposobu odczytać na nomogramie szukane prawdopodobieństwo P . Na przykład w ekspertyzie stwierdzono u matki grupy krwi A, MN, De; u dziecka O, M, DE, a u domniemanego ojca O, MN, DE. W trzech pomocniczych tabliczkach znajdujemy, że temu wynikowi ekspertyzy odpowiadają symbole g, VII, 5. Dla tych symboli odczytujemy na nomogramie prawdopodobieństwo ojcostwa $P = 0,926$. Symbol W na pomocniczych tablicach oznacza wyłączenie ojcostwa w danym układzie grupowym. Prawdopodobieństwo ojcostwa jest wtedy oczywiście równe zero.

Dla zwiększenia dokładności nomogramu pominięto na osi V_3 dwa najdalsze punkty o symbolach 1 i 2. Dla tych rzadkich przypadków prawdopodobieństwo ojcostwa jest bardzo bliskie jedności. W pierwszym przypadku ($V_3 = 1$) bez względu na grupy krwi układów ABO i MN (o ile tylko nie ma w tych układach wyłączenia) prawdopodobieństwo ojcostwa P spełnia nierówność $0,99 \leq P \leq 0,9995$. W przypadku drugim ($V_3 = 2$) jest $0,95 \leq P \leq 0,998$.

Prace cytowane

[1] L. Hirszfild, *Wege und Ausblicke der Blutgruppenforschung für die Feststellung der Vaterschaft*, Schweizerische Zeitschrift für Allgemeine Pathologie und Bakteriologie 15 (1952), str. 257-280.

[2] H. Steinhaus, *O dochodzeniu ojcostwa*, Zastosowania Matematyki 1 (1954), str. 67-82; *The establishment of paternity*, Prace Wrocławskiego Tow. Naukowego A, 32(1954).

INSTYTUT MATEMATYCZNY POLSKIEJ AKADEMII NAUK

Praca wpłynęła dnia 15. 3. 1955 r.

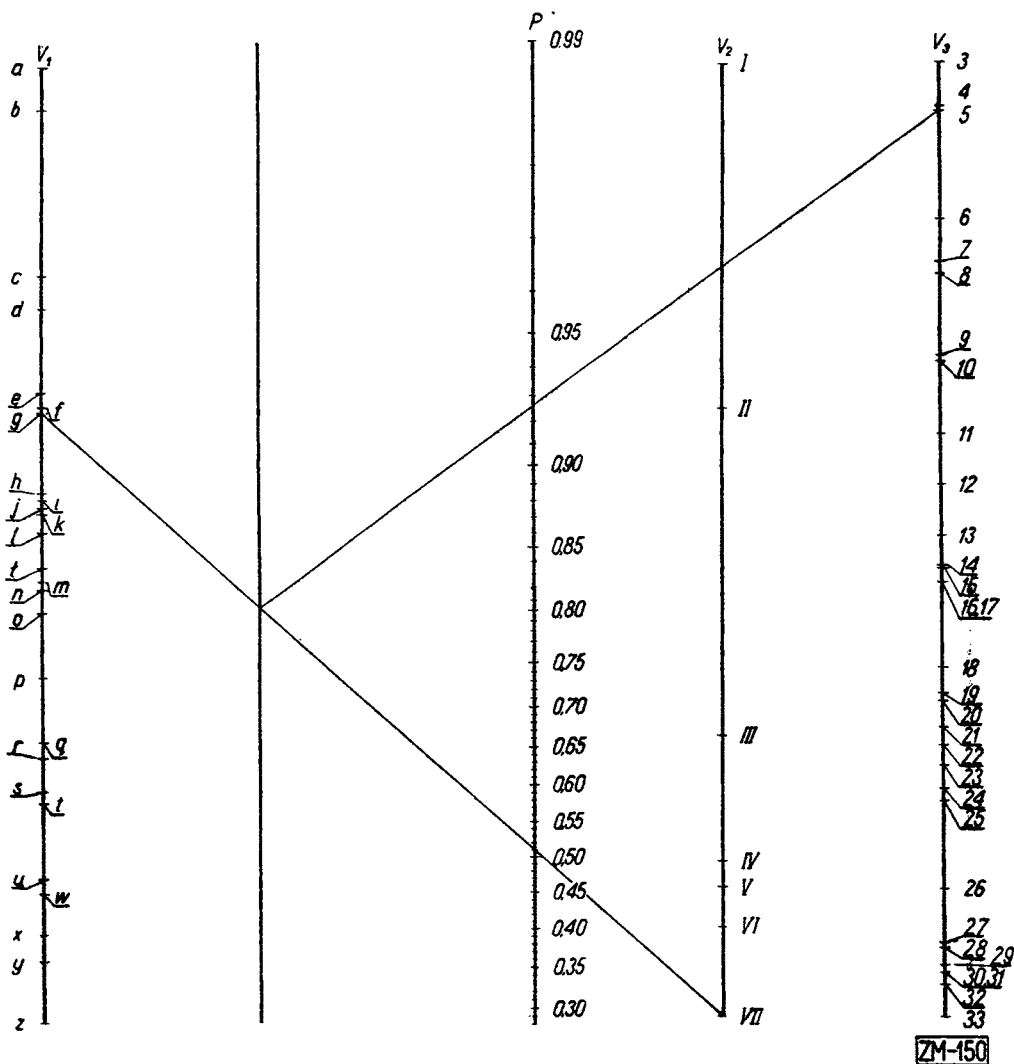
Pomocnicze tablice do nomogramu

V_1 (ABO)					V_2 (MN)					V_3 (Rh)						
Matka	Dziecko	Domniemany ojciec				Matka	Dziecko	Domniemany ojciec			Matka	Dziecko	Domniemany ojciec			
		O	A	B	AB			M	N	MN			de	De	dE	DE
O	O	<i>g</i>	<i>s</i>	<i>r</i>	<i>W</i>	M	M	<i>II</i>	<i>W</i>	<i>VII</i>	de	de	7	24	13	32
	A	<i>W</i>	<i>d</i>	<i>W</i>	<i>e</i>		N	—	—	—		De	<i>W</i>	12	<i>W</i>	29
	B	<i>W</i>	<i>W</i>	<i>a</i>	<i>b</i>		MN	<i>W</i>	<i>I</i>	<i>III</i>		dE	<i>W</i>	<i>W</i>	1	9
	AB	—	—	—	—		—	—	—	—		DE	<i>W</i>	<i>W</i>	<i>W</i>	4
A	O	<i>g</i>	<i>s</i>	<i>r</i>	<i>W</i>	N	N	<i>W</i>	<i>I</i>	<i>III</i>	De	de	7	24	13	32
	A	<i>p</i>	<i>j</i>	<i>z</i>	<i>q</i>		MN	<i>II</i>	<i>W</i>	<i>VII</i>		De	18	17	27	31
	B	<i>W</i>	<i>W</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	MN	M	<i>II</i>	<i>W</i>	<i>VII</i>		dE	<i>W</i>	<i>W</i>	1	9
	AB	<i>W</i>	<i>W</i>	<i>a</i>	<i>b</i>		N	<i>W</i>	<i>I</i>	<i>III</i>		DE	<i>W</i>	<i>W</i>	6	5
B	O	<i>g</i>	<i>s</i>	<i>r</i>	<i>W</i>	MN	N	<i>W</i>	<i>I</i>	<i>III</i>	dE	de	7	24	13	32
	A	<i>W</i>	<i>d</i>	<i>W</i>	<i>e</i>		MN	<i>VI</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>		De	<i>W</i>	12	<i>W</i>	29
	B	<i>m</i>	<i>y</i>	<i>f</i>	<i>o</i>		—	—	—	—		dE	8	25	3	28
	AB	<i>W</i>	<i>d</i>	<i>W</i>	<i>e</i>							DE	<i>W</i>	20	<i>W</i>	11
AB	O	—	—	—	—	—	—	—	—	—	DE	dE	7	24	13	32
	A	<i>n</i>	<i>l</i>	<i>x</i>	<i>u</i>							De	22	14	33	30
	B	<i>k</i>	<i>w</i>	<i>i</i>	<i>t</i>							dE	10	26	2	23
	AB	<i>W</i>	<i>h</i>	<i>l</i>	<i>e</i>							DE	19	21	15	16

Sposób odczytywania: Na podstawie wyników ekspertyzy serologicznej odczytujemy w tabliczkach symbole odpowiadające wartościom zmiennych V_1 , V_2 , V_3 . Łączymy linią prostą odpowiednie punkty na skalach V_1 i V_2 . Punkt przecięcia się tej prostej ze ślepą skalą łączymy drugą prostą z odpowiednim punktem skali V_3 . W punkcie przecięcia tej prostej ze skalą P odczytujemy szukane prawdopodobieństwo ojcostwa.

Nomogram do obliczania prawdopodobieństwa ojcostwa

$$P = \frac{1}{1 + 3V_1V_2V_3/7}$$



Przykład: Matka — A, MN, De; dziecko — O, M, DE; domniemany ojciec — O, MN, DE. W tabliczkach znajdujemy $V_1 = g$, $V_2 = VII$, $V_3 = 5$. Na nomogramie odczytujemy $P = 0,926$.

И. ЛУКАШЕВИЧ (Вроцлав)

О РАССЛЕДОВАНИИ ОТЦОВСТВА

РЕЗЮМЕ

Г. Штайнхауз показал, как в некоторых случаях можно применять формулу Байеса к вычислению вероятности отцовства на основании результата серологического экспертиза в делах о расследовании отцовства. Автор развивает идеи Штайнхауза и выводит формулу (3), определяющую вероятность отцовства при любом результате серологического экспертиза, в котором определяются группы крови трех систем: ABO, MN и Rh. Все величины, выступающие в этой формуле, можно вычислить из экспериментального материала без каких-либо генетических предположений. Автором используются экспертизы, произведенные в Институте Микробиологии во Вроцлаве под руководством Л. Гиршфельда. Пренебрежение генетическими предположениями открывает новые возможности применения при исследовании отцовства других признаков, даже тех, законы наследования которых неизвестны (напр. антропологические признаки). Исследуя три групповые системы (ABO, MN и Rh) в актуальных польских условиях, получено 11,6% исключений отцовства (т. е. вероятность отцовства равную нулю); в остальных 88,4% вероятность отцовства варьируется между 0,29 и 0,9995. На черт. 1 представлено экспериментальное распределение вероятности отцовства. Вероятности вычисляются при помощи прилагаемой к статье номограммы.

Предметом § 7 является статистика судебных приговоров в делах о расследовании отцовства. Эти приговоры собрал Л. Гиршфельд по предложению Г. Штайнхауза, при поддержке Министерства Юстиции. Из материала 700 приговоров следует, что от 12 до 22% судебных приговоров не согласуется с материалом, причем фаворизируется вызывающая сторона, т. е. отцовство признается слишком часто. Такие же результаты исследований, выражающиеся числом 18% приговоров, не согласующихся с материалом, можно получить исходя исключительно из вычисленных, вероятностей отцовства (издавая постановление об отцовстве, когда вероятность больше 0,5, и отклоняя вызов в противоположном случае). Из этого можно заключить, что правильно вычисленная вероятность поможет судам в получении лучших результатов исследований.

J. ŁUKASZEWICZ (Wrocław)

ON PROVING PATERNITY

SUMMARY

In a paper published under the same title in vol. I of *Zastosowania Matematyki* (Applications of Mathematics) H. Steinhaus [2] has shown how, in certain cases, the Bayes' formula can be applied to the calculation of the paternity probability on the grounds of serological evidence in lawsuits concerned with establishing paternity. The author develops Steinhaus ideas further and deduces formula (3) of the paternity probability for any result of the serological test in which blood groups of three systems, ABO, MN and Rh, are determined. Every quantity appearing in formula (3) can be calculated from experimental data without any genetical assumptions.

The author makes use of the material obtained from the tests made in the Microbiological Institute of the Medical Academy in Wrocław under the direction of L. Hirszfeld. Freedom from genetical assumptions gives us new possibilities of using other characteristics in proving paternity, even if their heredity laws are unknown (*e. g.* antropological traits). In investigating the three group systems (ABO, MN and Rh) under the present conditions in Poland, paternity is excluded in 11,6% of cases (zero probability of paternity); in the remaining 88,4% of cases the paternity probability is between 0,29 and 0,9995. Figure 1 represents an experimental distribution of paternity probabilities. A nomogram enclosed serves to calculate the probabilities.

In § 7 the author considers the statistics of court verdicts in lawsuits concerned with establishing paternity. The verdicts have been collected by means of a special inquiry conducted by L. Hirszfeld on H. Steinhaus suggestion, with the support of the Ministry of Justice. The evidence of 700 verdicts shows that from 12% to 22% of court pronouncements disagree with material truth, the plaintiff being the favoured party, *i. e.* paternity is pronounced too often. We could obtain similar judgement results, amounting to 18% verdicts at variance with material truth, if we based ourselves exclusively on the calculated paternity probability (pronouncing paternity if the probability is greater than 0,5 and rejecting the suit if it not greater than 0,5). This gives us reason to suppose that the correct calculation of the paternity probability might assist the courts of law in obtaining better judgement results than those obtained hitherto.