ZASTOSOWANIA MATEMATYKI
VI (1963)

L. ZUBRZYCKA (Wrocław)

O DOSTOSOWYWANIU KLAWIATURY MASZYNY DO PISANIA DO STRUKTURY JĘZYKA

§ 1. Wstęp. Praca ta jest głosem w dyskusji nad racjonalnym projektowaniem klawiatury maszyny do pisania dostosowanej do struktury języka. Próby dostosowania układu klawiatury maszyny do pisania do struktury języka czyniono w różnych krajach. T. Szeffel ([7], str. 324-325) informuje o istnieniu wielu układów, np: francuskiego (używany we Francji i Albanii), belgijskiego (używany przez kilka firm belgijskich), włoskiego, tureckiego, portugalskiego, a także (patrz [3]) opracowano nowy układ angielski i rosyjski. Mamy też wiele projektów klawiatury polskiej, np: Kapuścińskiego [3], Teofanii Bildziukiewiczowej ([1], str. 30, rys. 55), Ireny Gogut ([3], rys. 3), F. Kotasa ([3], rys. 1), a także znormalizowaną klawiaturę maszyny do pisania ([1], str. 30, rys. 56), jednolitą polską klawiaturę maszyn do pisania ([1], str. 32, rys. 60), polski układ uniwersalny ([7], str. 329, rys. 20), nie licząc używanej powszechnie klawiatury uniwersalnej [5].

Autorzy projektów polskiej klawiatury, z wyjątkiem F. Kotasa uwzględniali tylko częstości poszczególnych znaków pisarskich, nie troszcząc się zbytnio o ich następstwo w tekście. Jedynie F. Kotas bada strukturę zgłoski polskiej i formułuje postulaty wiążące układ klawiatury z częstością par znaków sąsiadujących w tekście.

Na początku niniejszej pracy zanalizowałam postulaty F. Kotasa i po usunięciu istniejącej kolizji przez ustalenie ich hierarchii, sformułowałam układ postulatów przedstawiony w § 2. W dalszych dwu paragrafach opisałam algorytm pozwalający skonstruować klawiaturę realizującą owe postulaty wychodząc od tablicy częstości par sąsiednich znaków. W § 5 przedstawiłam zrobioną przeze mnie statystykę częstości par znaków pisarskich sąsiadujących w tekstach polskich i przez zastosowanie do niej metody opisanej w §§ 3-4 skonstruowałam projekt klawiatury.

Wszyscy autorzy projektów klawiatur zgodni są co do tego, że najważniejszy jest postulat zmaksymizowania częstości uderzeń naprzemiennych (patrz § 2). Pragnę tu, uprzedzając szczegółową dyskusję z § 5,

zwrócić uwagę na to, że częstość ta w istniejących projektach nie przekracza 69,3 %, a w moim projekcie osiąga wartość 79,8 %. Wynik ten wskazuje na możliwości, jakie kryją się w reformie klawiatury.

Pokazanie tych możliwości oraz przedstawienie metody konstruowania klawiatury spełniającej zadany układ postulatów jest celem niniejszej pracy.

§ 2. Postawienie zadania. F. Kotas z Cieszyna, nauczyciel pisania na maszynie, w referacie [3], przesłanym prof. H. Steinhausowi, przedstawia badania dotyczące biegłości różnych typów uderzeń, na ich podstawie formułuje postulaty, jakie powinna spełniać klawiatura maszyny do pisania dostosowana do języka polskiego oraz podaje nowy projekt takiej klawiatury.

Przyjmuje się metodę pisania 10-palcowego, która jest warunkiem pisania metodą bezwzrokową oraz istniejący przydział klawiszy dla poszczególnych palców (zob. [1], str. 5).

Pisząc na maszynie uderzamy w klawisze zgodnie z kolejnością liter w tekście. Przypuszcza się, że czas między dwoma kolejnymi uderzeniami w klawisze zależy od wzajemnego położenia tych klawiszy i na przykład jest mniejszy, gdy te klawisze są w polu pracy różnych rąk, niż gdy są w polu pracy różnych palców jednej ręki, natomiast nie zależy od uderzeń poprzednich i następnych. Aby nie wchodzić w zbytnie szczegóły, w dalszych badaniach ograniczymy się do rozróżniania następujących wzajemnych położeń kolejno uderzanych klawiszy:

położenia pod różnymi rękoma (odpowiednie uderzenia nazywać będziemy bez obawy nieporozumień *uderzeniami naprzemiennymi*),

położenia pod tym samym palcem (*uderzenia tym samym palcem*),

położenia pod różnymi palcami tej samej ręki (*uderzenia różnymi palcami*).

F. Kotas przeprowadził badania z uczennicami po 50-ciogodzinnym kursie pisania na maszynie. Według informacji udzielonej mi ustnie przez F. Kotasa było; 15 uczennic; ćwiczyły one poszczególne typy uderzeń. Na podstawie tych badań F. Kotas twierdzi, że:

1. najszybsze są uderzenia naprzemienne,

2. różnica między szybkością uderzeń naprzemiennych a szybkością uderzeń tym samym palcem jest bardzo mała (3-5%),

3. różnica między szybkością uderzeń naprzemiennych a szybkością uderzeń sąsiadującymi ze sobą palcami jest poważniejsza:

a) gdy uderzamy palcami wskazującym i środkowym (15-20%)

b) gdy uderzamy palcami środkowym i serdecznym (25-30%)

c) gdy uderzamy palcami serdecznym i małym (80-100%).

Wobec tego F. Kotas formułuje następujące postulaty dla budowy klawiatury. Należy:

P_1 — zwiększyć do maksimum częstość uderzeń naprzemiennych,

P_2 — zwiększyć do maksimum częstość uderzeń tym samym palcem,

P_3 — tolerować uderzenia sąsiadującymi ze sobą, mocnymi i ruchliwymi palcami (środkowy i wskazujący),

P_4 — zmniejszyć do minimum częstość uderzeń sąsiadującymi ze sobą słabymi i mniej ruchliwymi palcami (serdeczny i środkowy),

P_5 — w miarę możliwości zupełnie usunąć uderzenia sąsiadującymi ze sobą słabymi i mało ruchliwymi palcami (serdeczny i mały).

Prócz tego F. Kotas uważa, że korzystne są uderzenia postępowe, tzn. idące po kolei z lewej strony w prawą, wzdłuż jednego, dwu, lub nawet wzdłuż trzech rzędów klawiszy. Zasadę pisania postępowego realizuje się według F. Kotasa przez umieszczenie po prawej stronie klawiatury: wszystkich samogłosek, wszystkich liter ze znakami diakrytycznymi, dwóch głównych znaków przestankowych (przecinek, kropka) kreski do dzielenia wyrazów, oraz przez takie uporządkowanie i rozmieszczenie liter na klawiszach lewej strony klawiatury, żeby występowały one w sąsiedztwie zgodnym z sąsiedztwem głosek języka polskiego w grupach spółgłoskowych.

Te postulaty, tak jak teraz są napisane, mogą nie dać się pogodzić. Bo gdy zwiększę naprzemienność do maksimum, może nie zostać zwiększona do maksimum częstość uderzeń tym samym palcem. Dogodność uderzania tym samym palcem zależy od tego, którym palcem uderzamy, np. dogodniejsze są uderzenia palcem wskazującym niż środkowym, środkowym dogodniejsze niż serdecznym, serdecznym dogodniejsze niż małym. Gdybyśmy chcieli realizować zasadę pisania postępowego przyjmując propozycję F. Kotasa umieszczenia po prawej stronie klawiatury wszystkich samogłosek, liter ze znakami diakrytycznymi, przecinka, kropki i kreski, to mogłoby to kolidować z maksymalną naprzemiennością. Aby uniknąć tych sprzeczności, proponuję wprowadzić hierarchię tych postulatów i sformułować je tak:

P'_1 — zwiększyć do maksimum częstość uderzeń naprzemiennych,

P'_2 — pod warunkiem P'_1 zwiększyć do maksimum częstość uderzeń tym samym palcem wskazującym,

P'_3 — pod warunkiem P'_1 i P'_2 zwiększyć do maksimum częstość uderzeń tym samym palcem środkowym,

P'_4 — pod warunkiem P'_1, P'_2 i P'_3 zwiększyć do maksimum częstość uderzeń tym samym palcem serdecznym.

Jeśli jeszcze dodamy warunek proponowany przez F. Kotasa

P'_5 — prawą rękę obciążyć bardziej niż lewą,

i jeśli zgodzimy się z twierdzeniem T. Bildziukiewiczowej ([1], str. 27), że najłatwiej pisze się litery, które znajdują się na klawiszach drugiego rzędu i że następnym pod względem łatwości pisania jest rząd trzeci, i zażądamy, żeby

P_6' — pod warunkami P_1'-P_5' przydzielać znakom pisarskim stanowiska kolejno w drugim, trzecim, pierwszym i czwartym rzędzie według malejących częstości, a dla jednoznaczności — w przypadku palców wskazujących — dawać ponadto pierwszeństwo stanowisku dalszemu od środka klawiatury,

to postulaty od P_1' do P_5' wyznaczą jednoznacznie przydział liter dla poszczególnych palców ręki lewej i prawej, a postulaty od P_1' do P_6' wyznaczą jednoznacznie przydział liter dla poszczególnych klawiszy.

Postulaty od P_1' do P_4' uważamy za zasadnicze, a P_5' i P_6' za możliwe do przyjęcia w celu jednoznacznego wyznaczenia klawiatury. W dalszym ciągu tej pracy postulaty od P_1' do P_6' przyjmiemy jako kryterium optymalności klawiatury i będziemy się zastanawiali, jak zbudować klawiaturę, która by je realizowała.

§ 3. Jak zrealizować postulat P_1'? Przypuśćmy, że alfabet składa się z $2n$ liter ponumerowanych od 1 do $2n$, i niech q_{ik} oznacza prawdopodobieństwo, że wylosowana z tekstu para sąsiednich liter będzie miała i-tą literę na pierwszym miejscu, a k-tą na drugim. Przypuśćmy dalej, że litery te przyporządkowano klawiszom maszyny do pisania i że połowa klawiszy przyporządkowana jest palcom lewej ręki a połowa palcom prawej ręki. Chcemy, by przy pisaniu na maszynie uderzenia prawej i lewej ręki następowały na przemian. Powstaje pytanie, które litery przyporządkować lewej, a które prawej ręce, aby prawdopodobieństwo naprzemienności było największe. Zadanie sprowadza się do wyboru n spośród $2n$ liter. Zauważmy przede wszystkim, że gdy podział liter na dwie grupy jest już zrobiony, to prawdopodobieństwo naprzemienności nie zależy od tego, którą grupę przyporządkujemy której ręce, wobec czego różnych (różnych z punktu widzenia prawdopodobieństwa naprzemienności) możliwości jest co najwyżej $\binom{2n}{n}/2$.

Gdy do pierwszej grupy należą litery o numerach $1, 2, \ldots, n$, to prawdopodobieństwo naprzemienności wyraża się sumą

$$P(1, 2, \ldots, n) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=n+1}^{2n} (q_{ik} + q_{ki}).$$

Gdy prawdopodobieństwa q_{ik} ułożymy w kwadratową tablicę (patrz tablica 1), to P okaże się sumą elementów stojących w prawej górnej i lewej dolnej ćwiartce tej tablicy, jak to wyobraża rysunek 1.

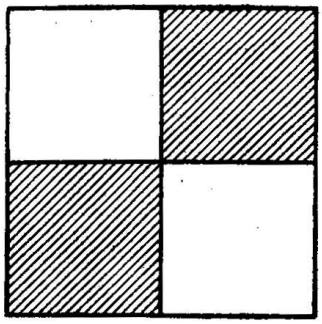
TABLICA 1

$$\begin{matrix} q_{1,1}, & \ldots, & q_{1,n}, & q_{1,n+1}, & \ldots, & q_{1,2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ q_{n,1}, & \ldots, & q_{n,n}, & q_{n,n+1}, & \ldots, & q_{n,2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ q_{2n,1}, & \ldots, & q_{2n,n}, & q_{2n,n+1}, & \ldots, & q_{2n,2n} \end{matrix}$$

Gdy natomiast do pierwszej grupy zaliczymy litery o numerach $i_1, i_2, \ldots, i_n$, to prawdopodobieństwo naprzemienności wyrazi się sumą

$$P = P(i_1, i_2, \ldots, i_n) = \sum_{i \in I} \sum_{k \bar{\in} I} (q_{i,k} + q_{k,i})$$

(I oznacza grupę złożoną z liter o numerach $i_1, i_2, \ldots, i_n$). Tę sumę możemy również przedstawić jako sumowanie elementów w prawej górnej i lewej dolnej ćwiartce tablicy kwadratowej, która powstaje z tablicy zawierającej prawdopodobieństwa $q_{i,k}$ przez jednoczesne jednakowe zamiany kolumn i wierszy. Można więc zadanie sformułować inaczej: Przy jakim podziale liter na dwie grupy suma elementów prawej górnej i lewej dolnej ćwiartki osiągnie maksimum?



ZM-407

Rys. 1

Najprostszym sposobem szukania najlepszego podziału na dwie grupy jest ulepszanie aktualnego podziału przez wymianę jednego elementu grupy na jeden element reszty, gdy prowadzi to do zwiększenia prawdopodobieństwa naprzemienności. Czy można tak dojść do najlepszego rozwiązania? Okazuje się, że nie.

Wszystkie podziały na dwie grupy, jakie można uzyskać z danego, można podzielić na takie, które powstają przez zamianę jednego elementu jednej grupy na jeden element drugiej, na takie, które powstają przez zamianę dwu elementów na dwa itd. Jest ich kolejno: $\binom{n}{1}^2, \binom{n}{2}^2, \ldots, \binom{n}{n}^2$. To, wraz z pierwotnym podziałem, daje w sumie wszystkie możliwości i prawdziwa jest następująca równość

$$\binom{n}{0}^2 + \ldots + \binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}^2.$$

(Podana m.in. w książce W. Fellera [2], str. 53, zad. 8, wzór (9.8)).

Wystarczy się jednak ograniczyć do wymiany co najwyżej po $\left[\frac{n}{2}\right]$ liter, (przez $[x]$ oznaczamy największą całkowitą liczbę nie przekra-

czającą x), bo wymiana k liter grupy na k liter reszty jest z punktu widzenia prawdopodobieństwa naprzemienności równoważna z wymianą pozostałych $n-k$ liter na dopełnicze $n-k$ liter reszty. Czy można się zatrzymać na jakimś k mniejszym od $[n/2]$? Otóż nie. Zachodzi mianowicie następujące

TWIERDZENIE. *Możliwy jest taki układ prawdopodobieństw $q_{i,k}$ i taki podział liter na dwie grupy, że tylko wymiana jedynego układu $[n/2]$ liter tej grupy na jedyny układ $[n/2]$ liter grupy dopełniczej (lub jego dopełnienia na równoliczne mu dopełnienie układu drugiej grupy) prowadzi do zwiększenia prawdopodobieństwa naprzemienności, a wszelkie inne wymiany zmniejszają je.*

Dla dowodu wystarczy rozpatrzeć grupę złożoną z liter o numerach $1, 2, \ldots, n$ i tablicę o takiej budowie

TABLICA 2

$$
\begin{array}{c}
 \\
\left[\frac{n}{2}\right] \\
 \\
 \\
n-\left[\frac{n}{2}\right] \\
 \\
 \\
\left[\frac{n}{2}\right] \\
 \\
 \\
n-\left[\frac{n}{2}\right] \\
 \\
 \\
\end{array}
\begin{array}{cccc}
\left[\frac{n}{2}\right] & n-\left[\frac{n}{2}\right] & \left[\frac{n}{2}\right] & n-\left[\frac{n}{2}\right] \\
\overbrace{0\ldots0} & \overbrace{1\ldots1} & \overbrace{n\ldots n} & \overbrace{0\ldots0} \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
0\ldots0 & 1\ldots1 & n\ldots n & 0\ldots0 \\
1\ldots1 & 0\ldots0 & 0\ldots0 & n\ldots n \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
1\ldots1 & 0\ldots0 & 0\ldots0 & n\ldots n \\
n\ldots n & 0\ldots0 & 0\ldots0 & 1\ldots1 \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
n\ldots n & 0\ldots0 & 0\ldots0 & 1\ldots1 \\
0\ldots0 & n\ldots n & 1\ldots1 & 0\ldots0 \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
0\ldots0 & n\ldots n & 1\ldots1 & 0\ldots0
\end{array}
$$

Czy wobec tego należy wyciągnąć wniosek, że do znalezienia optymalnego rozwiązania trzeba wypróbować wszystkie $\binom{2n}{n}\Big/2$ podziały? Okazuje się, że nie jest to konieczne. Poniżej podam prosty sposób na znalezienie optymalnego podziału, nie wymagający numerycznego obliczania wszystkich możliwych.

Dana jest tablica częstości występowania par liter stopnia $2n$ (np. tablica 1). Litery dzielę na dwie równoliczne grupy: do pierwszej zali-

czam litery o numerach od 1 do n, do drugiej litery o numerach od $n+1$ do $2n$. Jeżeli przestawiam kolumny i wiersze należące do tej samej grupy, to suma wyrazów prawej górnej i lewej dolnej ćwiartki nie zmienia się. Jeśli natomiast wymieniam kolumny i wiersze należące do różnych grup, to suma ta na ogół zmienia się. Jeśli wymienię kolumnę o numerze k z pierwszej grupy na kolumnę o numerze m z drugiej grupy i wiersz o numerze k na wiersz o numerze m i jeśli suma wyrazów prawej górnej ćwiartki i lewej dolnej przed wymianą wynosiła S, a po wymianie S', to różnicę $S'-S$ będę nazywała *zyskiem*, jaki daje wymiana litery o numerze k na literę o numerze m; będę oznaczała go przez $Z_{k;m}$ i obliczała według wzoru

$$(2.1)\qquad Z_{k;m} = \sum_{i=1}^{n} q_{k,i} + \sum_{i=1}^{n} q_{i,k} - \sum_{i=n+1}^{2n} q_{k,i} - \sum_{i=n+1}^{2n} q_{i,k} - \sum_{i=1}^{n} q_{m,i} - \\ - \sum_{i=1}^{n} q_{i,m} + \sum_{i=n+1}^{2n} q_{m,i} + \sum_{i=n+1}^{2n} q_{i,m} + 2q_{k,m} + 2q_{m,k} - 2q_{k,k} - 2q_{m,m}.$$

Przypiszę literom pierwszej grupy liczby określone wzorem

$$(2.2)\qquad K_j = \sum_{i=1}^{n} q_{j,i} + \sum_{i=1}^{n} q_{i,j} - \sum_{i=n+1}^{2n} q_{j,i} - \sum_{i=n+1}^{2n} q_{i,j} - 2q_{j,j}$$

a literom drugiej grupy liczby określone wzorem

$$(2.3)\qquad M_j = \sum_{i=n+1}^{2n} q_{j,i} + \sum_{i=n+1}^{2n} q_{i,j} - \sum_{i=1}^{n} q_{j,i} - \sum_{i=1}^{n} q_{i,j} - 2q_{j,j}.$$

Wówczas zysk (2.1) można wyrazić w postaci

$$(2.4)\qquad Z_{k;m} = K_k + M_m + 2(q_{k,m} + q_{m,k}).$$

W dalszym ciągu można napisać, że zysk z wymiany liter o numerach k, s należących do pierwszej grupy na litery o numerach m, n drugiej grupy wyraża się wzorem

$$(2.5)\qquad Z_{k,s;m,n} = K_k + K_s + M_m + M_n + 2(q_{k,m} + q_{m,k}) + 2(q_{k,n} + q_{n,k}) + \\ + 2(q_{s,m} + q_{m,s}) + 2(q_{s,n} + q_{n,s}) - 2(q_{k,s} + q_{s,k}) - 2(q_{m,n} + q_{n,m}).$$

Sporządzę tablicę pomocniczą $||v_{i,k}||$, taką że

$$(2.6)\qquad v_{i,k} = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad i = k, \\ 2(q_{i,k} + q_{k,i}) & \text{dla} \quad i \neq k. \end{cases}$$

Wówczas mogę napisać wzór (2.5) w postaci

$$(2.7)\qquad Z_{k,s;m,n} = K_k + K_s + M_m + M_n + v_{k,m} + v_{k,n} + v_{s,m} + v_{s,n} - v_{k,s} - v_{m,n}.$$

Analogicznie można napisać wzory zysków z zamiany większe ilości liter.

Jeśli wszystkie zyski są niedodatnie, to dany podział jest optymalny. Jeśli zyski są dodatnie, to w odpowiadających im podziałach szukamy podziału dającego największy zysk. Proponowana metoda szukania największego zysku polega na tym, że daną tablicę porządkuje się tak, żeby wszystkie wymiany jednej litery na jedną i dwóch na dwie były niedodatnie i na tak uporządkowanej tablicy zyski, jakie daje wymiana k liter ($3 \leqslant k \leqslant [n/2]$) jednej grupy na k liter drugiej grupy szacuje się z góry i odrzuca te, dla których liczby szacujące je są niedodatnie.

Opiszę teraz, jak tablicę częstości par liter doprowadzić do stanu, w którym wszystkie wymiany jednej litery na jedną i dwóch liter na dwie są niedodatnie. W pierwszym kroku szukam największego zysku, jaki może dać wymiana jednej litery na jedną. W tym celu dla liter pierwszej grupy obliczam wyrażenia

$$L_i = K_i + \max(v_{i,n+1}, \ldots, v_{i,2n}) \tag{2.8}$$

i ustawiam je w ciąg nierosnący

$$L_{i_1} \geqslant L_{i_2} \geqslant \ldots \geqslant L_{i_n}. \tag{2.9}$$

Dla drugiej grupy wyrażenia (2.3) ustawiam w ciąg nierosnący

$$M_{j_1} \geqslant M_{j_2} \geqslant \ldots \geqslant M_{j_n}. \tag{2.10}$$

Suma $L_k + M_m$ szacuje z góry zysk, jaki daje wymiana litery o numerze k z pierwszej grupy na literę o numerze m z drugiej grupy. Interesują nas tylko zyski dodatnie, wobec czego literę o numerze k będę zamieniała tylko z takimi literami drugiej grupy, dla których jest spełniona nierówność

$$L_k + M_m > 0, \tag{2.11}$$

czyli

$$M_m > -L_k.$$

Gdy znajdę wymianę dającą dodatni zysk Z, będę badała tylko wymiany, które mogą dać zysk większy od Z.

A więc

$$L_k + M_m - Z > 0, \tag{2.12}$$

czyli

$$M_m - Z > -L_k.$$

Praktycznie postępuję tak: Biorę pierwsze wyrazy ciągów (2.9) i (2.10) i dodaję je. Jeśli ta suma jest ujemna, oznacza to, że wśród n^2 zysków $Z_{i,k}$ ($i = 1, 2, 3, \ldots, n$; $k = n+1, n+2, \ldots, 2n$) nie ma zysku

dodatniego. Jeśli suma pierwszych wyrazów jest dodatnia, obliczam zysk, jaki daje zamiana odpowiadających im liter. Jeśli ten zysk jest dodatni, odejmuję go od wszystkich wyrazów ciągu (2.10). Wówczas otrzymam ciąg

$$(2.13) \qquad (M_{j_1}-Z_{i_1,j_1}) \geqslant (M_{j_2}-Z_{i_1,j_1}) \geqslant \ldots \geqslant (M_{j_n}-Z_{i_1,j_1}).$$

Następnie obliczam sumę pierwszego wyrazu ciągu (2.9) z drugim wyrazem ciągu (2.13), gdy $Z_{i_1,j_1} > 0$, lub z drugim wyrazem ciągu (2.10), gdy $Z_{i_1,j_1} \leqslant 0$. Jeśli ta suma jest dodatnia, obliczam zysk, jaki daje zamiana liter odpowiadająca tym wyrazom ciągów i większy z zysków Z_{i_1,j_1}, Z_{i_1,j_2} — jeśli jest on dodatni — odejmuję od wyrazów ciągu (2.10). Zawsze będę szukała zysków większych od największego z obliczonych. W ten sposób znajdę największy zysk Z_1, jaki może dać zamiana jednej litery z pierwszej grupy na jedną literę z drugiej. Przystępuję teraz do obliczania zysków, jakie dają zamiany dwóch liter z pierwszej grupy na dwie litery z drugiej. Niech to będą litery o numerach k, s pierwszej grupy i litery o numerach m, n drugiej grupy.

Tworzę następujący ciąg dla liter pierwszej grupy

$$(2.14) \qquad L_i^{(2)} = K_i + \max{}^{(2)}(v_{i,n+1}, \ldots, v_{i,2n})$$

(gdzie $\max^{(2)}(v_{i,n+1}, \ldots, v_{i,2n})$ oznacza sumę dwóch największych wyrazów wśród wyrazów $(v_{i,n+1}, \ldots, v_{i,2n})$) i porządkuję go nierosnąco:

$$(2.15) \qquad L_{i_1}^{(2)} \geqslant L_{i_2}^{(2)} \geqslant \ldots \geqslant L_{i_n}^{(2)}.$$

Dla liter drugiej grupy biorę ciąg (2.10).

Zachodzi nierówność

$$(2.16) \qquad Z_{k,s;m,n} \leqslant L_k^{(2)} + L_s^{(2)} + M_m + M_n.$$

Interesują nas tylko zyski większe od zysku Z_1. Można od wyrazów ciągu (2.10) odjąć $Z_1/2$ i do numerycznego traktowania brać tylko pary liter spełniające nierówność

$$(2.17) \qquad L_k^{(2)} + L_s^{(2)} + (M_m - Z_1/2) + (M_n - Z_1/2) > 0.$$

Po znalezieniu największego zysku, jaki może dać zamiana dwóch liter na dwie (oznaczę go przez Z_2) wykonuję na badanej tablicy zamianę liter odpowiadającą zyskowi równemu $\max(Z_1, Z_2)$. Na otrzymanej, tablicy zaczynam wszystko od początku. Postępuję w ten sposób dopóty aż wszystkie zamiany jednej litery na jedną i dwóch na dwie będą niedodatnie. Tak uporządkowaną tablicę oznaczę przez T′ i na niej będę badać zamiany trzech liter na trzy, czterech na cztery itd. aż do wymiany $[n/2]$ liter pierwszej grupy na $[n/2]$ liter drugiej grupy.

Dla tablicy T′ obliczam wyrażenia (2.2) i (2.3) oraz sporządzam tablicę pomocniczą (2.6).

Będę korzystała z następujących nierówności dla zysku z wymiany liter o numerach k, s, p z pierwszej grupy na litery o numerach m, n, r z drugiej.

$$(2.18)\quad \begin{aligned} Z_{k,s,p;m,n,r} &= K_k+K_s+K_p+M_m+M_n+M_r+v_{k,m}+v_{k,n}+v_{k,r}+\\ &\quad +v_{s,m}+v_{s,n}+v_{s,r}+v_{p,m}+v_{p,n}+v_{p,r}-\\ &\quad -(v_{k,s}+v_{k,p}+v_{s,p})-(v_{m,n}+v_{m,r}+v_{n,r}) \leqslant\\ &\leqslant K_k+K_s+K_p+M_m+M_n+M_r+v_{k,m}+v_{k,n}+v_{k,r}+\\ &\quad +v_{s,m}+v_{s,n}+v_{s,r}+v_{p,m}+v_{p,n}+v_{p,r}-(v_{m,n}+v_{m,r}+v_{n,r}), \end{aligned}$$

$$(2.19)\quad \begin{aligned} Z_{k,s,p;m,n,r} &\leqslant K_k+K_s+K_p+M_m+M_n+M_r+v_{k,m}+v_{k,n}+v_{k,r}+\\ &\quad +v_{s,m}+v_{s,n}+v_{s,r}+v_{p,m}+v_{p,n}+v_{p,r}. \end{aligned}$$

Badać, czy dane trzy litery z drugiej grupy, np. litery o numerach m, n, r, dadzą się wymienić z dodatnim zyskiem na jakąkolwiek trójkę liter z pierwszej grupy, można następująco:

Dla liter drugiej grupy należy napisać ciąg (2.10), a dla liter pierwszej grupy ciąg

$$(2.20)\qquad P_i^{(3)} = K_i+v_{i,m}+v_{i,n}+v_{i,r}.$$

Wówczas nierówności (2.18) i (2.19) można napisać w postaci

$$(2.21)\qquad Z_{k,s,p;m,n,r} \leqslant P_k^{(3)}+P_s^{(3)}+P_p^{(3)}+M_m+M_n+M_r-(v_{m,n}+v_{m,r}+v_{n,r}),$$

$$(2.22)\qquad Z_{k,s,p;m,n,r} \leqslant P_k^{(3)}+P_s^{(3)}+P_p^{(3)}+M_m+M_n+M_r.$$

Ciąg o wyrazach (2.20) porządkuję nierosnąco.

Do numerycznych rachunków będę brała tylko te trójki z pierwszej grupy, dla których prawa strona nierówności (2.21) jest dodatnia. Jeśli dla trzech pierwszych wyrazów ciągu (2.20) prawa strona nierówności (2.22) i (2.21) jest ujemna, znaczy to, że litery o numerach m, n, r z drugiej grupy nie dadzą się wymienić z dodatnim zyskiem na żadną trójkę liter z pierwszej grupy. Analogicznie badam wymiany k liter dla $k > 3$.

Praktycznie postępuję tak: litery drugiej grupy ustawiam w porządku odpowiadającym ciągowi (2.10). Metodą leksykograficzną sporządzam listę wszystkich trójek, czwórek, ... aż do grup po $[n/2]$ liter. Jeśli n jest parzyste, to nie wypisuję wszystkich $\left(\frac{n}{2}\right)$-ek, ale tylko połowę, bo pozostałe będą dopełniczymi do już wypisanych. Mianowicie, wystarczy wypisać tylko wszystkie $\left(\frac{n}{2}\right)$-ki zawierające pierwszą literę, bo gdy

wezmę z n liter dowolne $\frac{n}{2}$ pomijając pierwszą, to pozostała dopełnicza $\binom{n}{2}$-ka liter zawiera literę pierwszą, jest więc umieszczona na liście wszystkich $\binom{n}{2}$-ek liter zawierających literę pierwszą.

Wyrażenia (2.2) dla liter pierwszej grupy wypisuję w kolumnie w takiej kolejności, w jakiej występują w tablicy $\|v_{i,k}\|$. Drugą ćwiartkę tablicy $\|v_{i,k}\|$ rozcinam na kolumny. Biorę pierwszą trójkę z listy i wybieram odpowiadającą jej trójkę kolumn. Przykładam te trzy kolumny do kolumny z wypisanymi wyrażeniami (2.2) i sumuję wiersze tych czterech kolumn. Sumy te utworzą ciąg o wyrazach (2.20) dla pierwszej trójki liter drugiej grupy. Z tego ciągu będziemy brali tylko trójki dla których prawa strona (2.21) jest dodatnia. Następnie dokładam jeszcze jedną kolumnę, taką która z poprzednimi utworzy pierwszą czwórkę na liście i badam, czy ta czwórka da się wymienić z dodatnim zyskiem na jakąkolwiek czwórkę z pierwszej grupy. Jeśli dla czterech największych sum wierszy badanych kolumn i kolumny wyrażeń (2.2) — oznaczę je przez $P_{i_1}^{(4)}, P_{i_2}^{(4)}, P_{i_3}^{(4)}, P_{i_4}^{(4)}$ — prawa strona nierówności analogicznej do (2.21) jest ujemna, to nie ma dodatnich zysków z zamiany danych czterech liter o numerach j_1, j_2, j_3, j_4 na jakąkolwiek czwórkę z pierwszej grupy. Jeśli prócz tego spełniona jest nierówność

$$M_{j_1}+M_{j_2}+M_{j_3}+M_{j_4}+P_{i_1}^{(4)}+P_{i_2}^{(4)}+P_{i_3}^{(4)}+P_{i_4}^{(4)} = s \leqslant 0, \tag{2.23}$$

to trójka liter o numerach j_2, j_3, j_4 też nie da się wymienić z dodatnim zyskiem na żadną trójkę liter z pierwszej grupy, gdy spełniony jest dodatkowy warunek

$$\max(M_{j_1}, M_{j_2}, M_{j_3}, M_{j_4})+\min(P_{i_1}^{(4)}, P_{i_2}^{(4)}, P_{i_3}^{(4)}, P_{i_4}^{(4)}) \geqslant s.$$

Gdyby ponadto był spełniony warunek

$$\min(M_{j_1}, M_{j_2}, M_{j_3}, M_{j_4})+\min(P_{i_1}^{(4)}, P_{i_2}^{(4)}, P_{i_3}^{(4)}, P_{i_4}^{(4)}) \geqslant s,$$

to żadna trójka z czwórki liter o numerach j_1, j_2, j_3, j_4 nie dałaby się wymienić z dodatnim zyskiem na żadną trójkę liter z pierwszej grupy.

Jeśli wyrażenia ciągu (2.10) są ponumerowane kolejno $j_1, j_2, \ldots, j_n$, to wygodnie jest badać trójkę liter o numerach j_1, j_2, j_3, po dodaniu kolumny czwartej badać czwórkę j_1, j_2, j_3, j_4 i trójkę j_2, j_3, j_4, po dodaniu kolumny piątej badać piątkę j_1, j_2, j_3, j_4, j_5 oraz czwórkę j_2, j_3, j_4, j_5 itd. aż do wyczerpania całej listy.

Ułatwienia jakie daje metoda: 1. sumuje się na ogół po dwie liczby, wobec czego większość rachunków można wykonywać pamięciowo, 2. zaniedbuje się wyrażenia ujemne, które trzeba wyszukiwać w tablicy

$\|v_{i,k}\|$, co jest dużym ułatwieniem, 3. zaniedbuje się już dodane liczby kolumny odpowiadającej pierwszej literze, co jest możliwe dzięki temu, że wyrazy kolumny pierwszej są małe w porównaniu z wyrazami dalszych kolumn, ponieważ wyrażenie M_{j_1} dla litery odpowiadającej kolumnie pierwszej jest duże, co oznacza, że suma jej wyrazów jest mała.

Jeśli po drodze znajdę zamianę dającą dodatni zysk, to nie dokonam jej, tylko w dalszych badaniach będę szukała zysków większych od już obliczonego.

Po znalezieniu zamiany dającej największy zysk i dokonaniu jej otrzymamy tablicę T*, w której suma wyrazów w prawej górnej i lewej dolnej ćwiartce osiągnęła maksimum.

Oczywiście, wyżej podaną metodę można stosować również w przypadku, gdy dzielimy litery na dwie grupy nierównoliczne.

§ 4. Jak realizować postulaty od P_2' do P_4'? Tablica T* wyznacza podział liter na dwie grupy, a postulat P_5' mówi, którą grupę należy przydzielić ręce lewej, a którą prawej. Załóżmy, że pierwsza n-ka liter tablicy T* jest przydzielona ręce lewej. Załóżmy, że $n = 15$ i że dla ręki lewej mamy 15 klawiszy. Palec wskazujący obsługuje 6 klawiszy, a pozostałe — po 3 klawisze. Biorę pierwszą ćwiartkę tablicy T*. W wierszach i kolumnach tej ćwiartki wypisane są częstości par utworzonych z 15 liter przydzielonych ręce lewej. Jeśli 6 pierwszych liter przydzielę palcowi wskazującemu, to suma częstości par utworzonych z tych 6 liter (suma wyrazów lewego górnego kwadratu) będzie częstością uderzania tym samym palcem wskazującym lewej ręki. Chcemy, żeby ta suma osiągnęła maksimum. Zadanie jest takie: wybrać 6 spośród 15 liter tak, żeby suma częstości par utworzonych z tych sześciu liter była maksymalna.

Żeby znaleźć szybko najlepszą szóstkę postępuję tak: dla tych 15 liter obliczam wyrażenia

$$W_i = q_{i,i} + \max{}^{(5)}(q_{i,1}, \ldots, q_{i,n}) \tag{3.1}$$

(gdzie $\max^{(5)}(q_{i,1}, \ldots, q_{i,n})$ oznacza sumę pięciu największych wyrazów $(q_{i,1}, \ldots, q_{i,n})$ pominąwszy wyraz $q_{i,i}$) i ustawiam je w ciąg nierosnący. Obliczam sumę pierwszych sześciu wyrazów tego ciągu. Liczba ta (oznaczmy ją przez S_6) szacuje z góry szukane maksimum. Z liter odpowiadających sześciu największym wyrazom ciągu (3.1) buduję kwadrat, w którym wypisuję częstości par utworzonych z tych sześciu liter. Obliczam sumę wyrazów tego kwadratu i oznaczam ją przez S_6'. Jeśli $S_6' = S_6$, to już mam uporządkowanie maksymalne. Jeśli $S_6' \neq S_6$, czyli jeśli zachodzi nierówność $S_6' < S_6$, to szukam tylko takich szóstek, dla których suma częstości par liter utworzonych z tej szóstki może być większa od S_6'. W tym celu wystarczy zbadać tylko takie szóstki liter, dla których suma odpowiadających im wyrażeń (3.1) jest większa od S_6'.

Następujące postępowanie pozwala szybko wyznaczyć wszystkie szóstki spełniające ten warunek. Litery ustawiam w kolejności malejących wyrażeń (3.1). Metodą leksykograficzną wypisuję wszystkie szóstki liter i ustawiam je w tablicy trójkątowej, jak to pokazuje przykład wszystkich trójek liter utworzonych z 6-cio literowego alfabetu ABCDEF, dla którego jest spełniony warunek

$$W_A \geqslant W_B \geqslant W_C \geqslant W_D \geqslant W_E \geqslant W_F$$

ABC	ABD	ABE	ABF
	ACD	ACE	ACF
		ADE	ADF
			AEF
	BCD	BCE	BCF
		BDE	BDF
			BEF
		CDE	CDF
			CEF
			DEF

Należy zauważyć, że jeżeli zamiast trójek liter w tej tablicy umieścimy sumy odpowiadających im wyrażeń (3.1), to otrzymamy tablicę liczbową o tej własności, że liczby w wierszach i kolumnach poszczególnych trójkątów są uporządkowane nierosnąco. Wiedząc o tym łatwo jest wykreślić wyrazy tej tablicy mniejsze od z góry zadanej liczby, a tym samym pozostawić sobie trójki liter wymagające numerycznego przerachowania.

Po znalezieniu optymalnej szóstki rozpatruję tablicę częstości par utworzonych z pozostałych 9 liter. Tą samą metodą znajdę trójkę liter dla palca środkowego, a z pozostałych 6 liter trójkę liter dla palca serdecznego. Pozostałą trójkę liter przydzielę palcowi małemu.

Uwzględniając postulat P_6' w jednoznaczny sposób wyznaczę przydział liter dla poszczególnych klawiszy.

§ 5. Tablica częstości występowania par liter. W lingwistyce statystycznej bada się strukturę języka z punktu widzenia teorii informacji; tekst traktuje się jako realizację procesu stochastycznego składającego się, w zależności od prowadzonych badań, z fonemów, z liter, ze słów itp. Przy tej okazji bada się częstości występowania poszczególnych elementów z osobna, a także częstości pojawiania się par lub grup tych elementów na sąsiadujących miejscach w tekście. Tak na przykład badano częstości fonemów języka polskiego [6], częstości par fonemów języka rosyjskiego [9], częstości występowania znaków pisarskich w języku polskim [7] i inne.

Do naszych badań potrzebna jest statystyka częstości par sąsiednich znaków pisarskich w tekstach polskich. Niestety, żadna z tych prac takiej statystyki, ani informacji o tym, czy ktoś taką statystykę opracował, nie zawiera. Wobec tego, do naszych celów opracowałam próbki wzięte z dwóch tekstów polskich.

Pierwszą próbkę wzięto z książki [4], początek od str. 9 od słów „Książka niniejsza ..." do str. 26 do słów „...był panującym, w przeszłości, le...". Tekst przepisano na taśmie i pocięto na skrawki zawierające po trzy znaki pisarskie. Odstępy między wyrazami i przeniesienia do nowego wiersza traktowano jako znaki pisarskie. Duże litery wymagają podniesienia karetki, ale za to piszą się zawsze po odstępie, który potraktowałam jako znak specjalny, piszący się naprzemiennie z każdą literą, dlatego w tej statystyce duże litery traktowano na równi z małymi. Do statystyki weszły pary złożone z pierwszych dwóch znaków każdej trójki. Znaków bardzo rzadkich (x, v, q, ?, !, § itp.) nie brano pod uwagę, to znaczy usunięto ze statystyki takie trójki, w których na pierwszym lub drugim miejscu był bardzo rzadki znak. Usunięto trzy trójki, do opracowania wzięto 10 000 par.

Drugą próbkę wzięto z gazety [8]. Wybrano urywki artykułów z pierwszych trzech stron gazety, przepisano na taśmie i postąpiono jak wyżej. Nie brano pod uwagę znaków pisarskich bardzo rzadkich oraz obcych nazw i nazwisk (Ferhat, Abbas i inne). Usunięto 666 trójek, do badań wzięto 10 000 par.

Z kolei sporządzono tablice częstości par sąsiednich znaków pisarskich dla każdej z tych próbek oraz dla obu próbek łącznie. Odstęp między wyrazami i przeniesienie do nowego wiersza potraktowano specjalnie, jako znaki uderzane zawsze naprzemiennie, i zaliczono je do osobnej grupy. Pozostałe znaki próbowano porządkować metodą opisaną w § 3, ale okazało się, że rzadkie znaki, obejmujące łącznie 1,2 % próbki, są niestabilne w tym sensie, że na podstawie pierwszej próbki dołączały się do innej grupy częstych liter, niż na podstawie drugiej. Dlatego w dalszym ciągu wyłączono je z obliczeń. Sporządzono tablice częstości par T_I, T_{II} i T_{I+II} odpowiednio na podstawie pierwszej próbki, drugiej próbki i obu próbek łącznie tylko dla 30 najczęstszych znaków, to jest dla znaków(1): A, ą, B, C, D, E, ę, G, H, I, J, K, L, Ł, M, N, O, ó, P, R, S, ś, T, U, W, Z, Ż, Y, „,"„."„. Tablice te uporządkowano metodą z § 3, z tym zastrzeżeniem, że poprzestano na uporządkowaniu, przy którym żadna wymiana jednego znaku na jeden i dwóch na dwa nie zwiększa sumy elementów w lewej dolnej i prawej górnej ćwiartce tablicy. Dalszych ra-

(1) W następującym ciągu litera wielka oznacza w klawiaturze klawisz dający literę wielką lub małą.

chunków nie robiono, gdyż zajęłyby one zbyt wiele czasu, a jest niemal pewne, że osiągnięta suma różni się od maksymalnej bardzo mało lub wcale. Otrzymano następujące podziały na dwie grupy, na podstawie

Tablicy T_I : B, C, D, G, J, K, L, Ł, M, N, R, S, W, Ż, „,“ oraz
A, ą, E, ę, H, I, O, ó, P, ś, T, U, Z, Y, „.“,
Tablicy T_{II} : B, C, D, G, J, K, L, Ł, M, N, P, R, T, W, Z oraz
A, ą, E, ę, H, I, O, ó, S, ś, U, Ż, Y, „,“, „.“
Tablicy T_{I+II} : B, C, D, G, J, K, L, Ł, M, N, R, S, T, W, Ż, oraz
A, ą, E, ę, H, I, O, ó, P, ś, U, Z, Y, „.“, „,“.

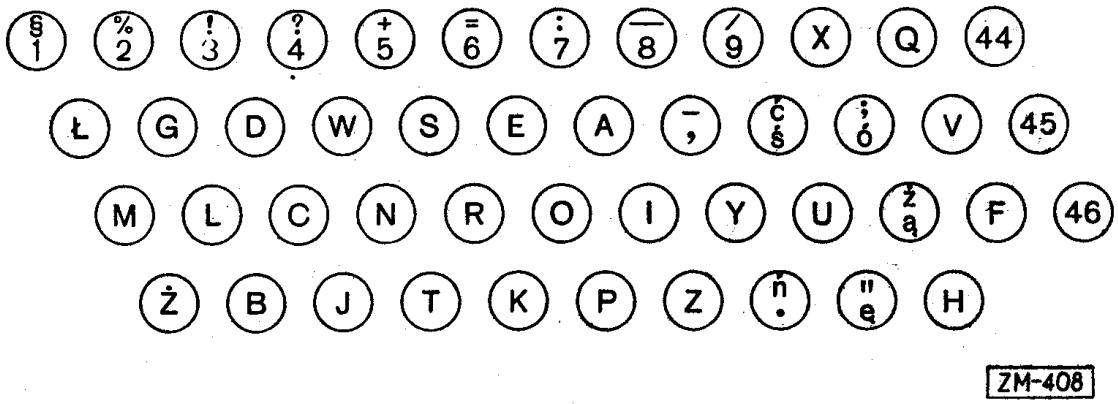
Widzimy, że podział na podstawie tablicy T_I różni się od podziału na podstawie tablicy T_{II} tylko zamianą trzech znaków na trzy. Podział na podstawie tablicy T_I różni się od podziału na podstawie tablicy T_{I+II} zamianą jednego znaku na jeden, a podział na podstawie tablicy T_{II} różni się od podziału na podstawie tablicy T_{I+II} zamianą dwóch znaków na dwa. Można więc powiedzieć, że różne teksty wyznaczają prawie ten sam podział najczęściej spotykanych znaków.

Trzeba jednak zwrócić uwagę, że częstości par sąsiednich znaków pisarskich mogą zależeć od rodzaju tekstów. Można oczekiwać, że wypadną one inaczej na przykład w tekstach handlowych, w których korespondencja dotyczy stale tego samego towaru, zawiera oznaczenia miar towaru oraz wymienia słownie należne kwoty.

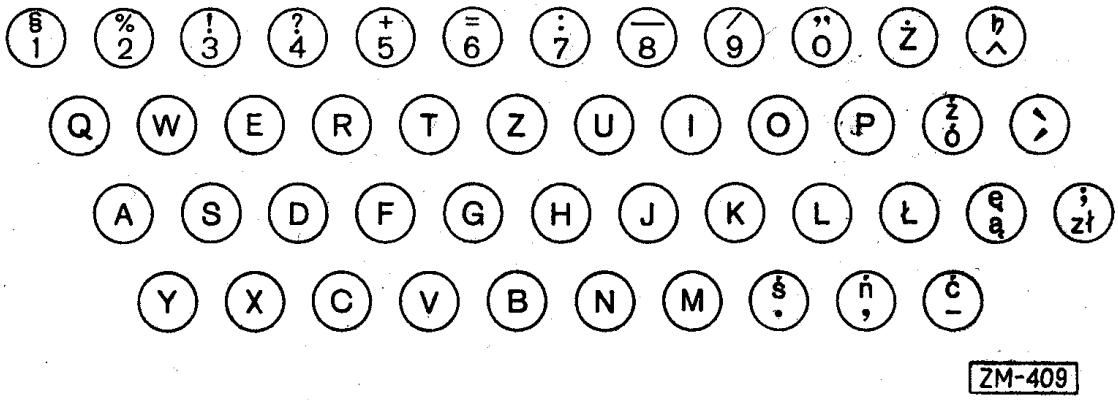
Sprawa wyboru tekstów, które należy brać pod uwagę przy opracowywaniu nowej klawiatury, nie jest przedmiotem tej pracy.

Do dalszych badań wzięłam tablicę T_{I+II} i podział liter otrzymany na podstawie tej tablicy. Klawiszom maszyny do pisania przydzieliłam poszczególne znaki pisarskie w następujący sposób: Klawisze z cyframi od 1 do 9 pozostawiłam jak w klawiaturze uniwersalnej. Z rzędów I, II i III wzięłam po 10 pierwszych klawiszy i przydzieliłam im 30 najczęstszych znaków pisarskich metodą opisaną w § 4, uwzględniając postulat P_6'. Pozostałe litery, zajmujące cały klawisz, umieściłam na wolnych klawiszach. Resztę znaków pisarskich umieściłam na wolnych miejscach w górnym rejestrze, według malejących częstości idąc od środka klawiatury w prawą stronę. Tak otrzymaną klawiaturę w dalszym ciągu będę nazywała optymalną; jest ona przedstawiona na rysunku 2. Symbole 44, 45 i 46 są numerami klawiszy rezerwowych, którym Polska Norma PN-58/F-02000 nie przyporządkowuje jednoznacznie układu znaków, a jedynie zaleca umieszczanie tam według potrzeby pewnych znaków specjalnych, np. akcentów. Tak są one oznaczane w cytowanych przeze mnie źródłach. Klawiaturę optymalną porównałam z klawiaturą uniwersalną (rys. 3), z klawiaturą F. Kotasa (rys. 4), z klawiaturą Ireny Gogut (rys. 5) oraz z polskim układem uniwersalnym (rys. 6).

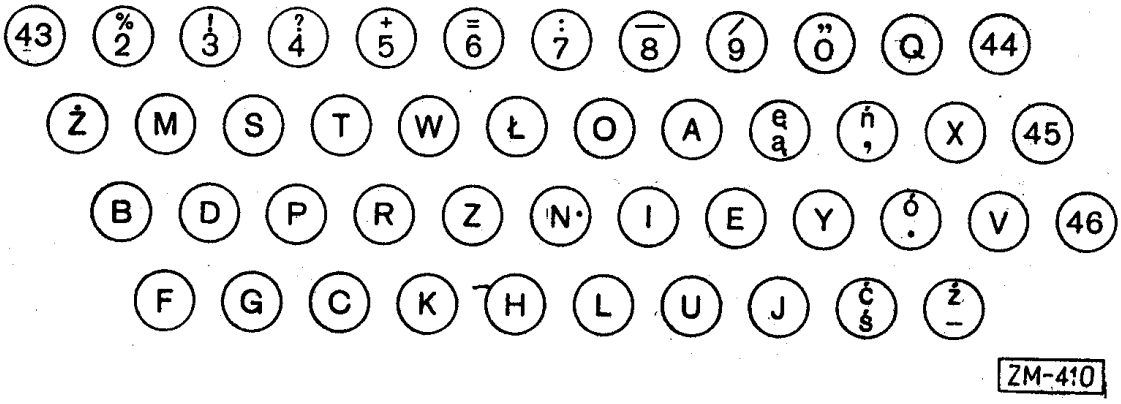
W tablicy 4 podaję w $^0/_0$ częstości różnych typów uderzeń dla wymienionych klawiatur, obliczone na podstawie tablicy częstości par znaków pisarskich (patrz tablica 3). W tablicy 5 podaję częstości uderzeń poszczególnymi palcami, odstępów między wyrazami i przeniesień do nowego wiersza, dla tychże klawiatur, obliczone na podstawie tablicy 3.



Rys. 2. Klawiatura optymalna



Rys. 3. Klawiatura uniwersalna



Rys. 4 Projekt F. Kotasa

TABLICA 3

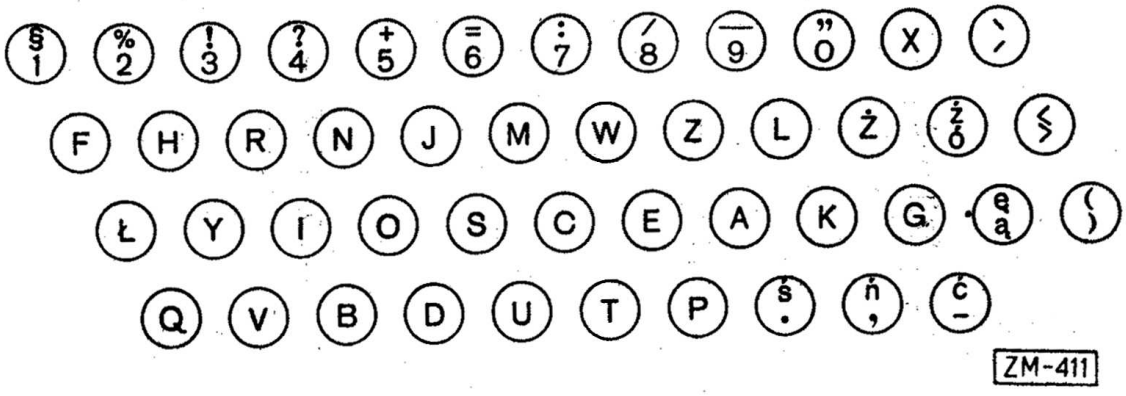
Częstości par sąsiednich znaków pisarskich

Pierwszy znak \ Drugi znak	N	R	W	S	T	K	C	D	J	L	G	B	M	L	Ż	I	O	A	E	Z	P	:	Y	,	.	—	ń	()	U	ś	ę	ó	„	ą	ó	H	ź	;	F	/	§
N	24	0	2	10	24	50	7	11	0	0	9	0	0	0	0	284	108	156	95	0	6	0	115	0	1	0	0	0	6	0	7	0	0	20	6	0	0	0	14	6	11
R	4	0	10	24	10	10	8	11	0	1	4	0	17	0	1	26	193	139	74	163	1	0	48	2	0	0	0	0	18	0	6	0	0	6	31	0	0	0	0	10	15
W	22	8	0	48	1	3	4	5	1	0	0	0	0	21	0	137	66	129	45	9	3	0	110	8	4	0	0	0	2	2	5	0	2	11	18	0	0	1	0	7	157
S	19	0	8	0	212	50	9	0	2	0	0	0	0	17	0	88	29	11	9	108	98	0	9	2	0	0	0	0	40	0	0	0	0	14	11	0	0	0	0	2	7
T	23	49	45	1	0	14	0	0	4	7	0	0	0	1	0	5	65	92	65	1	1	0	85	2	2	0	0	0	38	0	12	0	0	2	51	0	0	0	0	4	28
K	2	34	2	21	65	0	49	0	3	1	0	0	0	14	3	107	126	53	0	0	0	1	0	2	1	0	0	0	30	0	2	0	0	5	29	0	0	0	0	9	37
C	3	0	0	0	5	9	0	0	97	0	0	0	0	0	0	117	13	21	44	212	0	0	48	0	0	0	0	0	3	0	2	0	0	2	5	162	0	0	0	2	12
D	60	6	4	5	3	16	5	4	1	17	1	2	10	9	3	0	79	60	20	158	3	0	32	0	0	0	0	0	82	0	3	0	0	9	9	0	6	0	0	7	21
J	16	0	2	10	0	0	0	1	0	1	0	3	7	0	0	45	4	49	83	0	0	0	0	9	19	0	0	0	17	1	9	0	0	57	1	0	0	0	0	7	57
L	49	0	0	3	5	10	4	0	0	0	9	9	1	0	1	85	12	35	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	46	0	3	0	0	2	0	0	0	0	0	1	8
G	3	11	0	0	0	0	0	12	0	2	0	0	1	8	0	33	78	17	5	0	0	0	0	2	0	0	0	0	7	0	0	0	0	4	13	0	0	0	0	0	9
B	4	28	1	4	0	1	0	0	1	10	0	0	0	0	0	18	20	11	14	0	0	1	24	2	4	0	0	0	17	0	10	0	0	2	1	0	0	0	0	1	24
M	7	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	155	30	48	15	0	8	0	22	8	7	0	0	0	32	0	1	0	1	0	5	0	0	0	0	9	91
Ł	1	0	0	0	6	3	3	3	0	0	1	0	2	0	1	0	37	60	45	0	1	0	28	0	1	0	0	0	24	0	4	0	0	3	5	0	0	0	0	3	30
Ż	19	0	0	0	0	1	0	2	0	4	0	0	0	0	0	0	5	15	24	0	0	0	19	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	0	0	0	0	2	23
I	46	1	11	45	27	18	78	10	0	11	1	1	14	21	3	22	36	152	381	16	0	1	0	34	27	0	4	2	18	10	62	7	0	46	2	1	0	2	0	26	253
O	109	60	159	124	44	46	41	194	39	45	20	48	66	37	17	3	4	0	1	33	22	0	0	8	2	0	9	1	0	81	0	0	1	0	0	0	0	0	2	39	166
A	131	63	52	63	50	67	88	60	76	91	26	10	45	83	11	4	0	0	0	40	15	0	0	17	11	0	15	4	4	4	0	11	1	0	0	0	1	0	1	33	265
E	68	87	14	87	13	49	80	75	102	40	71	27	77	9	17	2	0	5	0	27	7	1	0	25	14	0	28	0	3	10	0	0	1	0	0	0	4	1	3	26	249
Z	91	4	25	1	9	28	24	10	2	1	6	15	16	20	0	114	29	122	174	1	7	0	122	1	2	0	0	0	11	0	15	0	0	14	0	0	0	0	0	8	52
P	4	223	0	4	0	0	6	0	0	13	0	0	0	1	0	28	232	29	33	0	0	0	2	0	9	0	0	0	7	0	1	0	0	1	12	0	0	0	0	1	0
:	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	13
Y	30	10	29	45	18	21	136	13	14	12	2	12	55	9	6	0	0	0	0	5	6	0	0	22	13	0	1	2	0	1	0	5	4	0	0	0	0	0	0	17	138
,	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	196
.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	54	118
—	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	31
ń	0	0	0	20	0	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	6
()	2	0	1	0	1	2	1	0	2	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	5	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	7
U	32	13	4	12	9	49	14	44	29	8	11	16	9	15	16	0	1	3	0	9	7	0	0	9	5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	78
ś	5	23	12	0	0	0	37	0	0	21	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19	0	0	0	0	0	0	0	2	4
ę	0	0	0	0	5	2	11	24	0	1	1	0	0	5	0	0	0	0	0	2	6	0	0	8	3	0	0	0	0	5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	3	59
ó	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	41
„	1	0	2	2	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	1	3	0	0	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	5
ą	0	0	0	2	1	1	35	13	0	0	12	0	0	1	5	0	0	0	0	7	2	0	0	7	4	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	108
ó	0	26	72	0	2	0	4	10	6	12	0	11	0	17	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0
H	3	2	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	2	0	0	7	6	14	3	0	0	0	0	11	13	0	0	2	3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	8	111
ź	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
;	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
F	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	9	9	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
/	28	15	40	42	8	18	33	23	11	7	9	9	18	7	2	7	9	6	1	14	45	0	0	0	0	0	0	2	6	8	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0
§	123	81	235	220	106	83	65	141	82	49	47	45	85	3	22	108	120	60	18	138	367	0	0	0	0	36	0	12	29	30	0	0	12	0	0	5	1	0	20	0	0

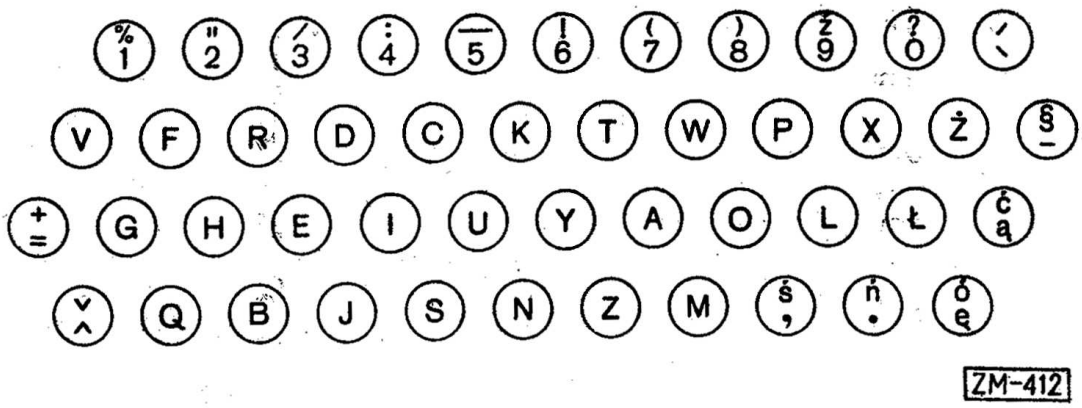
„/" oznacza przeniesienie do nowego wiersza

„§" oznacza odstęp między wyrazami

Klawiatura optymalna realizuje postulaty przyjęte w § 2. O co chodziło projektantom pozostałych klawiatur, trudno odgadnąć oglądając tablice 4 i 5. W tych klawiaturach prawdopodobieństwo naprzemienności



Rys. 5. Projekt Ireny Gogut



Rys. 6. Polski układ uniwersalny

TABLICA 4

Częstości różnych typów uderzeń (w procentach)

Lp	układy / typy uderzeń	klawiatura uniwersalna	projekt F. Kotasa	projekt I. Gogut	polski układ uniwersalny	klawiatura optymalna
1	naprzemienne	67,775	69,215	69,305	65,520	79,845
2	tym samym palcem wskazującym lewym	0,550	2,475	5,580	5,495	3,975
3	tym samym palcem środkowym lewym	1,140	0,585	0.480	1,735	0,540

Lp	układy / typy uderzeń	klawiatura uniwersalna	projekt F. Kotasa	projekt I. Gogut	polski układ uniwersalny	klawiatura optymalna
4	tym samym palcem serdecznym lewym	0,280	0,140	0	0	0,150
5	tym samym palcem małym lewym	0	0	0	0	0,015
6	palcami wskazującym i środkowym (lewe)	2,045	5,910	5,095	5,985	1,265
7	palcami wskazującym i serdecznym (lewe)	1,530	1,350	1,350	1,285	0,705
8	palcami wskazującym i małym (lewe)	3,085	0,290	0,845	0,385	0,565
9	palcami środkowym i serdecznym (lewe)	0,910	0,110	0,520	0,455	0,205
10	palcami środkowym i małym (lewe)	2,315	0,020	0,155	0,455	0,185
11	palcami serdecznym i małym (lewe)	2,240	0,035	0,185	0	0,080
12	tym samym palcem wskazującym prawym	1,585	5,425	2,330	4,900	7,705
13	tym samym palcem środkowym prawym	0,990	1,610	0,920	1,715	0,265
14	tym samym palcem serdecznym prawym	0,420	0,180	0,095	0,140	0,135
15	tym samym palcem małym prawym	0,420	0,040	0,285	0,300	0,005
16	palcami wskazującym i środkowym (prawe)	4,635	7,840	5,890	4,555	1,750
17	palcami wskazującym i serdecznym (prawe)	2,855	2,370	1,965	1,415	1,415
18	palcami wskazującym i małym (prawe)	1,435	0,710	2,015	2,265	0,750
19	palcami środkowym i serdecznym (prawe)	2,375	0,580	1,705	1,775	0,220
20	palcami środkowym i małym (prawe)	1,375	0,780	0,755	1,340	0,205
21	palcami serdecznym i małym (prawe)	2,040	0,335	0,525	0,280	0,020

różni się nieznacznie w górę lub w dół od prawdopodobieństwa naprzemienności w klawiaturze uniwersalnej. Zmniejszone jest obciążenie palca małego z 18 % na około 6 %, najmniejsze jest w projekcie F. Kotasa i wynosi 5 %, ale w klawiaturze optymalnej jest również małe — wynosi

tylko 7 %. Za szczególnie niewygodne uważane są uderzenia palcami serdecznym i małym. Prawdopodobieństwo takich uderzeń w projektowanych klawiaturach jest mniejsze niż w klawiaturze uniwersalnej, ale najmniejsze jest w klawiaturze optymalnej.

TABLICA 5

Częstości uderzeń poszczególnymi palcami, odstępów między wyrazami i przeniesień do nowego wiersza (w procentach)

Lp	układ / czynność	klawiatura uniwersalna	projekt F. Kotasa	projekt I. Gogut	polski układ uniwersalny	klawitura optymalna
1	uderzenie palcem wskazującym lewym	9,3050	19,3700	23,1350	24,7800	22,3900
2	uderzenie palcem środkowym lewym	13,0600	10,6525	11,9450	12,1775	9,1950
3	uderzenie palcem serdecznym lewym	7,7500	6,5075	4,1175	2,2175	3,8025
4	uderzenie palcem małym lewym	9,8250	1,8050	1,5850	1,0875	4,1675
5	uderzenie palcem wskazującym prawym	16,8325	23,8250	22,0250	22,6575	34,2050
6	uderzenie palcem środkowym prawym	11,5000	14,9550	12,7900	12,4900	5,6000
7	uderzenie palcem serdecznym prawym	9,8825	5,9975	5,9225	5,8300	3,8500
8	uderzenie palcem małym prawym	8,1500	3,1925	4,7850	5,0650	3,0950
9	uderzenie odstępu między wyrazami	11,9400	11,9400	11,9400	11,9400	11,9400
10	przeniesienie do nowego wiersza	1,7550	1,7550	1,7550	1,7550	1,7550

Prace cytowane

[1] T. Bildziukiewiczowa, *Nauka pisania na maszynie*, Warszawa 1958.

[2] W. Feller, *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa*, Warszawa 1960.

[3] F. Kotas, *Projekt nowej racjonalnej klawiatury*, maszynopis.

[4] O. Lange, *Ekonomia polityczna*, Tom I, Warszawa 1959.

[5] *Polska Norma, PN-58/F-02000, maszyny do pisania. Układy znaków na klawiaturach.*

[6] M. Steffen, *Częstość występowania głosek polskich*, Biuletyn Pol. Tow. Językoznawczego 16 (1957), str. 145-164.

[7] T. Szeffel, *Zagadnienia normalizacji klawiatury w maszynach do pisania*, Wiadomości PKN, Rok XIX, zeszyt 5, lipiec 1951, str. 321-329.

[8] Trybùna Ludu, Nr 346 (4297), Rok XIII, z dnia 14 grudnia 1960, Wydanie B.

[9] Л. Р. Зиндер *О лингвистической вероятности, Вопросы Статистики Речи*, Издателство Ленинградского Университета 1958, Секция Речи Комиссии по Акустике АН СССР, str. 58-61.

NSTYTUT MATEMATYCZNY POLSKIEJ AKADEMII NAUK

Praca wpłynęła 10. 9. 1961

Л. ЗУБЖИЦКАЯ (Вроцлав)

О ПРИСПОСОБЛЕНИИ КЛАВИАТУРЫ ПИШУЩЕЙ МАШИНКИ К СТРУКТУРЕ ЯЗЫКА

РЕЗЮМЕ

В предпринимаемых до сих пор в Польше попытках приспособления клавиатуры пишущей машинки к структуре языка учитывалась лишь частота появления в тексте отдельных письменных знаков. В настоящей работе взята в основу, с некоторыми изменениями, впервые предложенная Ф. Котасом система условий, связывающая чередование букв в тексте с чередованием ударов в клавиши. В работе представлен метод, позволяющий, исходя из таблицы частоты соседства пар знаков, разработать клавиатуру, удовлетворяющую этим условиям. Кроме этого, в работе представлен разработанный по этому методу проект клавиатуры (рис. 2), причем был использован статистический материал, содержащий 10 000 пар соседних знаков взятых из газетного текста и 10000 пар соседних знаков из научного текста (таблица 3). В таблицах 4 и 5 новый проект сравнен с предшествующими проектами, приведенными на рис. 3-6.

Все авторы работ о клавиатурах согласны в том, что желательно такое взаиморасположение клавишей, которое обеспечивало бы наибольшую переменность (т. е. чтобы наиболее часто следующий клавиш ударялся иной рукой нежели предыдущий). В связи с этим заслуживает внимания факт, что предшествующие проекты не отличаются в этом отношении от повсеместно употребляемой универсальной системы клавиатуры, предлагаемая же в настоящей работе система клавиатуры увеличивает частоту переменных ударов на 10%.

L. ZUBRZYCKA (Wrocław)

ON THE ADAPTATION OF THE TYPEWRITER KEYBOARD TO THE STRUCTURE OF THE LANGUAGE

SUMMARY

The attempts of adaptation of the typewriter keyboard to the structure of the language made so far in Poland take account but of the frequencies of the letters taken separately. F. Kotas was the first author to propose a set of postulates that

connects the order of letters in the text with the order of operating the keys. This set of postulates, with some modifications, is accepted here. In the present paper a method is presented which makes use of a table of frequency of pairs of contiguous letters and makes it possible to construct a keyboard that realizes these postulates. A project of a keyboard (fig. 2) elaborated according to this method is also given; it is based on statistics comprising 10000 pairs of letters found in newspaper texts and 10000 pairs of contigous letters taken out of a scientific text (table 3). Tables 4 and 5 present a comparison of the new project with previous projects, represented in fig. 3, 4, 5, and 6.

All authors who write on keyboards agree that it is desirable to dispose the keys so as to ensure the highest degree of alternativity, i.e. so that with greatest possible frequency the following key be operated with another hand than the preceding. Now, the previous projects do not differ in this respect from the traditional universal keyboard, whereas the keyboard proposed here ensures $10^0/_0$ more of alternate operations.