J. ODERFELD (Warszawa) i S. ZUBRZYCKI (Wrocław)

O SPRAWDZANIU WODOMIERZY

1. Sformułowanie zagadnienia

Narzędzia miernicze, wytwarzane masowo w ustalonych warunkach produkcji, jak np. wodomierze, mają błędy systematyczne i błędy przypadkowe. Każde narzędzie podlega badaniu, którego celem jest sprawdzenie, czy błąd systematyczny nie przekracza wielkości z góry ustalonej. Ze względu na błędy przypadkowe pozytywny wynik badania nie jest jeszcze dowodem, że warunek co do dokładności jest na pewno spełniony. Podobnie, wynik negatywny nie jest dowodem, że warunek co do dokładności jest na pewno niespełniony. Można natomiast przywiązać do tego rodzaju orzeczeń pewne zaufanie co do ich poprawności. Nadanie im określonej miary liczbowej jest możliwe przy użyciu metod probabilistycznych.

W sposób naturalny nasuwają się dwa pytania. Pierwsze z nich stawia odbiorca, który pragnie wiedzieć, jakie jest prawdopodobieństwo, że narzędzie uznane za dobre jest naprawdę dobre. Drugie pytanie stawia wytwórca, który pragnie wiedzieć, jakie jest prawdopodobieństwo, że narzędzie wykonane przez niego w warunkach produkcji uregulowanej będzie uznane za dobre. Przedmiotem niniejszego artykułu jest udzielenie odpowiedzi na drugie pytanie. Bezpośrednią pobudką do napisania niniejszego artykułu stała się praca Obalskiego [1]) odpowiadająca na pierwsze z postawionych pytań.

Z cytowanej pracy wynikają następujące założenia i reguły postępowania. Błędy systematyczne x wodomierzy mają rozkład normalny o średniej a i odchyleniu średnim σ_0, co zapiszemy krótko w postaci „mają rozkład $N(a,\sigma_0)$". Wodomierz, którego błąd syste-

[1]) J. Obalski, *O pewności wyników sprawdzania narzędzi mierniczych*. Zastosowania Matematyki I,2 (1953), str. 105-124.

matyczny jest x, ma błąd przypadkowy o rozkładzie $N(x, \sigma_1)$. Parametry a, σ_0 i σ_1 pewnego typu wodomierza można uważać w warunkach produkcji uregulowanej za stałe i znane z doświadczenia. Każdy wodomierz podlega sprawdzeniu, przy którym rejestruje się jego błąd rzeczywisty m, zdefiniowany przez wzór

$$m = \frac{\text{wskazanie wodomierza} - \text{wskazanie przyrządu wzorcowego}}{\text{wskazanie przyrządu wzorcowego}}$$

Przepis[2]) Głównego Urzędu Miar ustala największy dozwolony błąd systematyczny q, największą liczbę pomiarów, wynoszącą dwa, i tok postępowania dający się ująć w tabliczkę.

Orzekanie na podstawie	Wynik pomiarów	Decyzja
pierwszego pomiaru (m_1)	$\|m_1\| \leqslant 0,9q$	Uznać wodomierz za dobry
	$\|m_1\| \geqslant 1,1q$	Uznać wodomierz za niedobry
	$0,9q < \|m_1\| < 1,1q$	Wykonać drugi pomiar, którego wynik oznacza się przez m_2. Obliczyć $\overline{m} = 0,5(m_1 + m_2)$
średniej z obu pomiarów ($\overline{m}$)	$\|\overline{m}\| \leqslant q$	Uznać wodomierz za dobry
	$\|\overline{m}\| > q$	Uznać wodomierz za niedobry

Przedmiotem niniejszego artykułu jest wyznaczenie prawdopodobieństwa, że wodomierze systematycznie sprawdzane według zacytowanego przepisu będą uznawane za dobre. Znajomość tego prawdopodobieństwa pozwala wytwórcy na zorientowanie się w potrzebnej dokładności jego metod produkcyjnych i na ocenę ryzyka związanego z dyskwalifikacją wodomierzy przez kontrolera Urzędu Miar, a więc na ocenę korzyści, jakie może przynieść zmiana parametrów a, σ_0, σ_1 przez ulepszenie metod produkcji.

Za podstawę rozwiązania przyjmujemy:

a) zacytowane przepisy,

b) założenia **Obalskiego** co do rozkładu błędów oraz stałości i znajomości parametrów a, σ_0 i σ_1.

Rozwiązanie odnosi się oczywiście poza wodomierzami do wszelkich przypadków analogicznych.

---

[2]) Instrukcja legalizacyjna dla przepływomierzy wodnych zamkniętych (wodomierzy). Wykonywanie legalizacji. 11. III. 49. Przepisy obowiązujące w miernictwie, poz. 2,722/1,3.

2. Rozwiązanie ogólne

2.1. Oznaczenia.

Oznaczenie	Określenie	Rodzaj
x	Błąd systematyczny	Zmienne losowe
m_1	Wynik pierwszego pomiaru	
m_2	Wynik drugiego pomiaru	
$\bar{m}$	$0{,}5(m_1+m_2)$	
q	Największy dozwolony błąd systematyczny	Niezależne parametry techniczne
a, σ_0	Średnia i odchylenie średnie w normalnym rozkładzie x	
σ_1	Odchylenie średnie w normalnym rozkładzie błędu przypadkowego m wokół średniej x	
g	$\frac{\sigma_0}{q}$	Bezwymiarowe, niezależne parametry techniczne
h	$\frac{\sigma_1}{q}$	
k	$\frac{a}{q}$	
n	$\frac{\sqrt{\sigma_0^2+\sigma_1^2}}{q}=\sqrt{g^2+h^2}$	Bezwymiarowe współczynniki pomocnicze
p	$\frac{1}{q}\cdot\frac{a\sigma_1^2-q\sigma_0^2}{\sigma_0^2+\sigma_1^2}=\frac{kh^2-g^2}{g^2+h^2}$	
r	$\frac{1}{q}\cdot\frac{a\sigma_1^2+q\sigma_0^2}{\sigma_0^2+\sigma_1^2}=\frac{kh^2+g^2}{g^2+h^2}$	
s	$\frac{1}{q}\sqrt{\frac{\sigma_0^2\sigma_1^2}{\sigma_0^2+\sigma_1^2}+\sigma_1^2}=h\sqrt{\frac{2g^2+h^2}{g^2+h^2}}$	
μ_1	$\frac{m_1}{q}$	Znormalizowane zmienne losowe
μ_2	$\frac{m_2}{q}$	
P_1	Prawdopodobieństwo uznania wodomierza za dobry po I pomiarze	Prawdopodobieństwa
P_2	Prawdopodobieństwo uznania wodomierza za dobry po II pomiarze	
P	P_1+P_2	
$\varphi(y)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-y^2/2}$	Funkcja Gaussa
$\theta(z)$	$\int_0^z \varphi(y)dy$	Funkcja Laplace'a

2.2. Charakterystyka. Reguła postępowania podana w rozdziale 1 stanowi pewien plan badania. Przez jego *charakterystykę* będziemy rozumieli zależność między prawdopodobieństwem P uznania wodomierza za dobry, a wadliwością w partii wodomierzy przy danych parametrach rozkładów błędów. *Wadliwość partii* jest to stosunek liczby wodomierzy o błędzie systematycznym $|x|>q$ do liczby wszystkich wodomierzy w partii.

Ponieważ x ma z założenia rozkład normalny (a,σ_0), więc

$$w=1-\theta\left(\frac{q-a}{\sigma_0}\right)-\theta\left(\frac{q+a}{\sigma_0}\right),$$

gdzie

$$\theta(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^z e^{-y^2/2}\,dy \tag{1}$$

oznacza funkcję Laplace'a.

Wprowadzając wielkości bezwymiarowe

$$g=\frac{\sigma_0}{q}, \tag{2}$$

$$k=\frac{a}{q}, \tag{3}$$

otrzymujemy

$$w=1-\theta\left(\frac{1-k}{g}\right)-\theta\left(\frac{1+k}{g}\right). \tag{4}$$

Błąd m_1 zaobserwowany w pierwszym pomiarze można uważać za sumę zmiennej losowej x, która z założenia ma rozkład normalny (a,σ_0), oraz zmiennej losowej m_1-x, która z założenia ma rozkład normalny $(0,\sigma_1)$. Wobec niezależności obu zmiennych losowych m_1 ma rozkład normalny $\left(a,\sqrt{\sigma_0^2+\sigma_1^2}\right)$. Prawdopodobieństwo P_1 uznania wodomierza za dobry po pierwszym pomiarze jest takie samo, jak prawdopodobieństwo, że $|m_1|\leqslant 0,9q$. A więc

$$P_1=\theta\left(\frac{0,9q-a}{\sqrt{\sigma_0^2+\sigma_1^2}}\right)+\theta\left(\frac{0,9q+a_1}{\sqrt{\sigma_0^2+\sigma_1^2}}\right).$$

Wprowadzając oznaczenia

$$h=\frac{\sigma_1}{q} \tag{5}$$

oraz

$$n = \frac{\sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_1^2}}{q} = \sqrt{g^2 + h^2} \tag{6}$$

znajdujemy

$$P_1 = \theta\left(\frac{0,9 - k}{n}\right) + \theta\left(\frac{0,9 + k}{n}\right). \tag{7}$$

Aby doszło do drugiego pomiaru, trzeba, żeby zaszła podwójna nierówność

$$0,9q < |m_1| < 1,1q. \tag{8}$$

Aby konsekwencją drugiego pomiaru było uznanie wodomierza za dobry, trzeba, żeby zaszła nierówność

$$|\overline{m}| \leqslant q, \tag{9}$$

gdzie

$$\overline{m} = 0,5(m_1 + m_2). \tag{10}$$

Prawdopodobieństwo uznania wodomierza za dobry po drugim pomiarze jest

$$P_2 = \iint\limits_{(G)} f(m_1, m_2)\, dm_1\, dm_2, \tag{11}$$

gdzie $f(m_1, m_2)$ oznacza gęstość łącznego rozkładu m_1 i m_2, G zaś obszar całkowania określony przez (8), (9) i (10). W dalszym ciągu będziemy oznaczali ogólnie przez $p(t)$ gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej t, a przez $p_u(t)$ gęstość prawdopodobieństwa warunkowego zmiennej losowej t w zależności od wartości zmiennej losowej u. Gęstość $f(m_1, m_2)$ można przedstawić w postaci

$$f(m_1, m_2) = p(m_1)\, p_{m_1}(m_2). \tag{12}$$

Zmienna losowa m_1 ma z założenia gęstość rozkładu bezwarunkowego

$$p(m_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_1^2}} \exp\left\{-\frac{(m_1 - a)^2}{2(\sigma_0^2 + \sigma_1^2)}\right\}. \tag{13}$$

Gęstość $p_{m_1}(m_2)$ obliczymy uwzględniając, że oba pomiary wykonywa się na tym samym wodomierzu o błędzie systematycznym x. Przed tym obliczymy gęstość $\tilde{p}_{m_1}(x)$ rozkładu błędów systematycznych wodomierzy, które dały m_1 jako wynik pierwszego pomiaru. Zachodzi tożsamość

$$(14)\qquad p(m_1)\,p_{m_1}(x)=\tilde{p}(x)\,p_x(m_1),$$

gdzie

$$(15)\qquad \tilde{p}(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_0}\exp\left\{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma_0^2}\right\}$$

oraz

$$(16)\qquad p_x(m_1)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_1}\exp\left\{-\frac{(m_1-x)^2}{2\sigma_1^2}\right\}.$$

Wstawiając (13), (15) i (16) do (14) znajdujemy

$$(17)\qquad \tilde{p}_{m_1}(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\dfrac{\sigma_0\,\sigma_1}{\sqrt{\sigma_0^2+\sigma_1^2}}}\exp\left\{-\frac{\left(x-\dfrac{m_1\sigma_0^2+a\sigma_1^2}{\sigma_0^2+\sigma_1^2}\right)^2}{2\dfrac{\sigma_0^2\sigma_1^2}{\sigma_0^2+\sigma_1^2}}\right\}.$$

Zmienna losowa m_2-x ma z założenia rozkład $N(0,\sigma_1)$. Ponieważ zaś zmienna losowa m_2 jest sumą niezależnych zmiennych losowych x i m_2-x, więc warunkowy rozkład drugiego pomiaru jest

$$(18)\qquad p_{m_1}(m_2)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\dfrac{\sigma_0^2\sigma_1^2}{\sigma_0^2+\sigma_1^2}+\sigma_1^2}}\exp\left\{-\frac{\left(m_2-\dfrac{m_1\sigma_0^2+a\sigma_1^2}{\sigma_0^2+\sigma_1^2}\right)^2}{2\left(\dfrac{\sigma_0^2\sigma_1^2}{\sigma_0^2+\sigma_1^2}+\sigma_1^2\right)}\right\}.$$

Ostatecznie

$$(19)\qquad P_2=\iint\limits_{(G)} p(m_1)\,p_{m_1}(m_2)\,dm_1\,dm_2,$$

gdzie funkcję podcałkową określają równania (13) i (18), obszar zaś całkowania jest określony przez (8), (9) i (10).

Oszacowanie podwójnej całki występującej po prawej stronie wzoru (19) jest łatwe. Możemy bowiem, ze względu na wąski przedział zmienności $|m_1|$, napisać w przybliżeniu

$$P_2 = p(m_1 = -q) \cdot \int\limits_{-1,1q}^{-0,9q} dm_1 \int\limits_{-q}^{3q} p_{m_1}(m_2; m_1 = -q)\, dm_2 + \tag{20}$$

$$+ p(m_1 = q) \cdot \int\limits_{0,9q}^{1,1q} dm_1 \int\limits_{-3q}^{q} p_{m_1}(m_2; m_1 = q)\, dm_1,$$

czyli

$$P_2 = 0{,}2q \cdot p(m_1 = -q) \cdot \int\limits_{-q}^{3q} p_{m_1}(m_2; m_1 = -q)\, dm_2 + \tag{21}$$

$$+ 0{,}2q \cdot p(m_1 = q) \cdot \int\limits_{-3q}^{q} p_{m_1}(m_2; m_1 = q)\, dm_2.$$

Wprowadzamy oznaczenia

$$p = \frac{-q\sigma_0^2 + a\sigma_1^2}{\sigma_0^2 + \sigma_1^2} \cdot \frac{1}{q} = \frac{-g^2 + kh^2}{g^2 + h^2}, \tag{22}$$

$$r = \frac{q\sigma_0^2 + a\sigma_1^2}{\sigma_0^2 + \sigma_1^2} \cdot \frac{1}{q} = \frac{g^2 + kh^2}{g^2 + h^2}, \tag{23}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sigma_0^2 \sigma_1^2}{\sigma_0^2 + \sigma_1^2} + \sigma_1^2} \cdot \frac{1}{q} = h\sqrt{\frac{2g^2 + h^2}{g^2 + h^2}}, \tag{24}$$

$$\mu_1 = \frac{m_1}{q}, \tag{25}$$

$$\mu_2 = \frac{m_2}{q}. \tag{26}$$

Wobec wzorów (13) i (18), i przy uwzględnieniu oznaczeń wprowadzonych przez wzory (3), (6), (22), (23), (24), (25) i (26), napiszemy wzór (21) w postaci

$$P_2 = \frac{0{,}2}{n} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{-1-k}{n}\right)^2} \int\limits_{\mu_2 = -1}^{\mu_2 = 3} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_2 - p}{s}\right)^2} d\left(\frac{\mu_2 - p}{s}\right) + \tag{27}$$

$$+ \frac{0{,}2}{n} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1-k}{n}\right)^2} \int\limits_{\mu_2 = -3}^{\mu_2 = 1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_2 - r}{s}\right)} d\left(\frac{\mu_2 - r}{s}\right).$$

Oznaczmy funkcję Gaussa przez φ. Będzie

$$\varphi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2}. \tag{28}$$

Wobec (1) i (28) wyrażenie (27) przechodzi w

$$\begin{aligned} P_2 = \frac{0{,}2}{n} \varphi\left(\frac{1+k}{n}\right)\left[\theta\left(\frac{3-p}{s}\right) + \theta\left(\frac{1+p}{s}\right)\right] + \\ + \frac{0{,}2}{n} \varphi\left(\frac{1-k}{n}\right)\left[\theta\left(\frac{3+r}{n}\right) + \theta\left(\frac{1-r}{n}\right)\right]. \end{aligned} \tag{29}$$

Wróćmy teraz do głównego toku rozumowania. Całkowite prawdopodobieństwo uznania wodomierza za dobry jest

$$P = P_1 + P_2. \tag{30}$$

Wzory (4), (29) i (30) stanowią rozwiązanie zagadnienia. Jak łatwo zauważyć, P jest funkcją trzech bezwymiarowych niezależnych parametrów technicznych g, h i k, a wadliwość w jest funkcją g i k. Rugując jeden z tych trzech parametrów otrzymamy zależność P od w w postaci równania z dwoma parametrami. Jest to poszukiwana charakterystyka.

5. Przykłady zastosowania

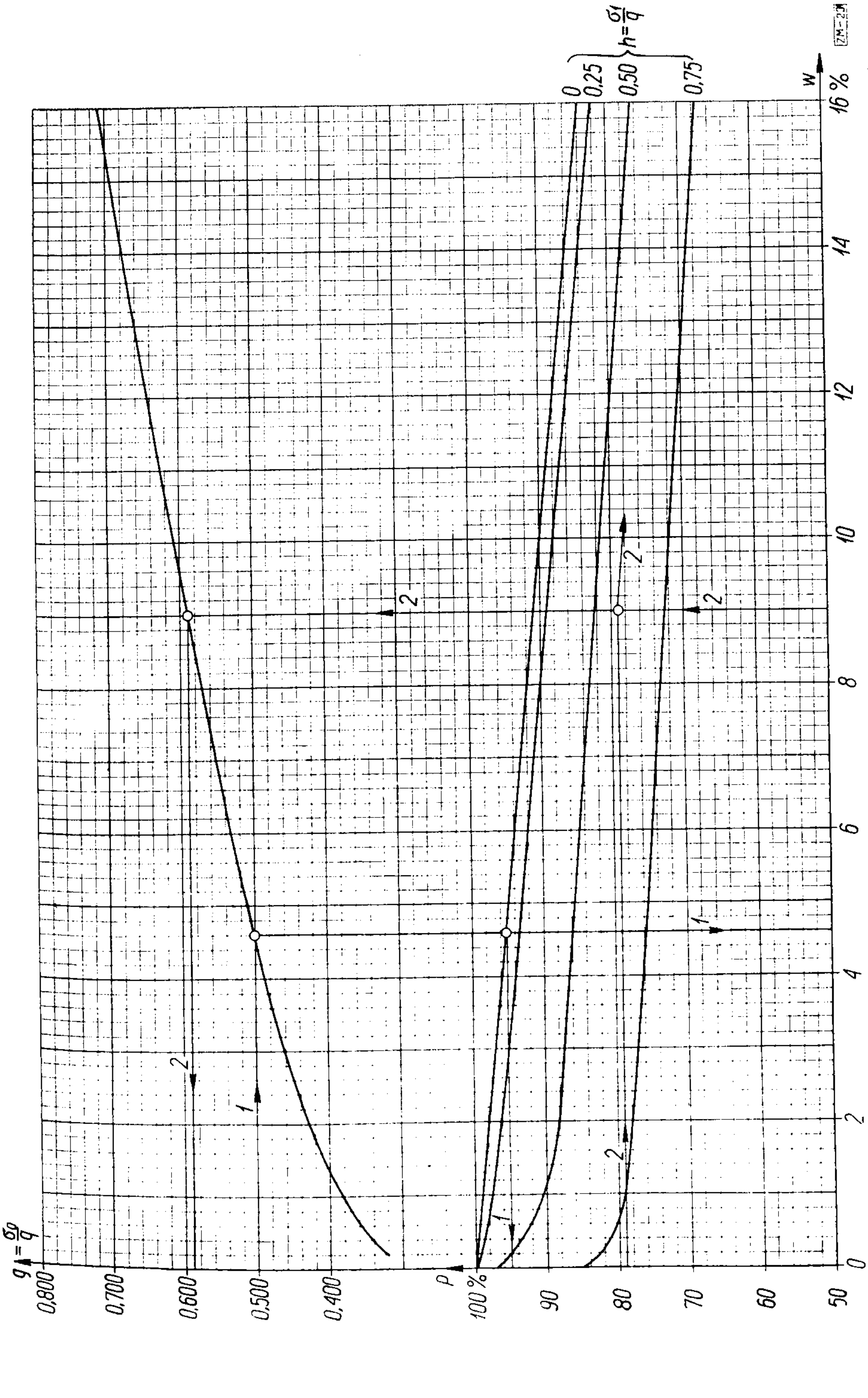
Zakładając różne wartości k, można dla każdej z nich stablicować $p = f(w; g, h)$.

Obliczenie wykonane dla $k=0$ prowadzi do tablicy 1 i wykresów na rysunku 1. Zupełnie podobne krzywe otrzymuje się, gdy $k \neq 0$.

Tablica 1

Zależności $g(w)$ oraz $P(w; h)$ dla $k=0$.

$100\,w$	g	$h=0{,}25$ $100\,P$	$h=0{,}50$ $100\,P$	$h=0{,}75$ $100\,P$
0	0	100,0	97,0	84,9
1	0,388	97,6	90,6	79,1
2	0,430	96,3	89,1	77,9
5	0,510	93,0	85,8	75,4
10	0,608	88,0	81,4	72,1
15	0,694	83,2	77,3	69,2
20	0,781	78,4	73,3	66,2



Rys. 1. Wykresy robocze. k = 0.

Stosowanie wykresów do zagadnień szczegółowych pokażemy na kilku przykładach. Wszystkie liczby w nich występujące są fikcyjne i służą tylko do zilustrowania metody.

Przykład 1. Z przepisów wynika, że $q=1{,}2\%$. Długotrwałe badanie pokazało, że $a=0$, $\sigma_0=0{,}6\%$, $\sigma_1=0{,}3\%$. Jaka jest frakcja wodomierzy niedobrych i jaka będzie frakcja wodomierzy uznanych za niedobre?

Obliczamy

$$k=\frac{a}{q}=0,$$

wobec czego stosuje się rysunek 1,

$$g=\frac{\sigma_0}{q}=0{,}5,$$

$$h=\frac{\sigma_1}{q}=0{,}25.$$

Wychodząc z $g=0{,}5$ i z $h=0{,}25$ prowadzimy na rysunku 1 linie ze strzałkami, oznaczone cyfrą 1 i znajdujemy, że niedobrych wodomierzy jest $w=4{,}3\%$ i że $1-P=7\%$ wodomierzy będzie uznanych za niedobre.

Przykład 2. Z przepisów wynika, że $q=1{,}5\%$. Z doświadczenia wiadomo, że $a=0$ i że przeciętnie za niedobre uznaje się 21% wodomierzy; na podstawie kart kontrolnych ustalono, że przeciętna wadliwość jest 9%. Ile wynosi odchylenie średnie σ_0 błędu systematycznego x, a ile odchylenie średnie σ_1 błędu przypadkowego m_1-x?

Wychodząc na rysunku 1 z $w=9\%$ i $P=100\%-21\%=79\%$, prowadzimy linie ze strzałkami oznaczone cyfrą 2 i znajdujemy, że $g=0{,}58$ oraz $h=0{,}6$.

Obliczamy

$$\sigma_0=qg=1{,}5\%\cdot 0{,}58=0{,}9\%;$$

$$\sigma_1=qh=1{,}5\%\cdot 0{,}6\ \ =0{,}9\%.$$

4. Wnioski ogólne

Jednym z aspektów postępowania odbiorczego prowadzonego na towarach sztukowych jest jego zdolność oddzielania przedmiotów dobrych od niedobrych. W przypadku wodomierzy zdolność ta nie jest zupełna, nawet gdy sprawdzamy każdą sztukę, a to przez błędy przypadkowe, sprawiające, że nie każdy wodomierz uznany za dobry jest na pewno dobry i nie każdy wodomierz uznany za zły jest na pewno zły. Badanie tej zdolności było przedmiotem zacytowanej pracy Obalskiego, któremu chodziło o to, by przez odpowiednie postępowanie odbiorcze zapewnić duże prawdopodobieństwo, że wodomierz uznany za dobry jest dobry.

Również z naszej tablicy 1 widać, że postępowanie oparte na przepisie GUM może odróżniać wodomierze dobre od złych bardzo niedokładnie. Mianowicie w miarę jak rośnie parametr h, charakteryzujący przypadkowy błąd wodomierza, maleje prawdopodobieństwo P uznania wodomierza za dobry. I tak dla $h = 0{,}75$ przy $w = 1\%$ jest $P = 79{,}1\%$; a więc w produkcji zawierającej 1% sztuk wadliwych za złe uznałoby się w tych warunkach przeszło 20% wodomierzy. Jeszcze jaskrawiej występuje to przy $w = 0$ i $h = 0{,}75$, kiedy $P = 84{,}9\%$; mimo więc, że wszystkie wodomierze są dobre, dyskwalifikujemy z nich 15%. Podobny efekt występuje przy wszystkich wadliwościach.

Drugim aspektem jest czułość, z jaką przepis reaguje na zmianę wadliwości. Mała czułość mogłaby spowodować słabe zainteresowanie producenta wadliwością jego produktu.

Z bezpośredniej analizy tablicy 1 widać, że niezależnie od parametrów technicznych prawdopodobieństwo uznania wodomierza za dobry maleje w przybliżeniu liniowo wraz z wadliwością, tym wolniej, im większe są błędy przypadkowe. Tak na przykład bardzo poważne zwiększenie wadliwości z 2% na 10% zmniejsza prawdopodobieństwo uznania wodomierza za dobry

przy $h = 0{,}25$ z 96,3% na 88,0%, czyli o 8,3%,

przy $h = 0{,}50$ z 89,1% na 81,4%, czyli o 7,7%,

przy $h = 0{,}75$ z 77,9% na 72,1%, czyli o 5,8%.

W tych warunkach jest wytwórcy prawie wszystko jedno, jaką wadliwość utrzymuje. A więc przepis GUM, którego to jest konsekwencją, nie stanowi dla wytwórcy dostatecznej zachęty do podwyższenia jakości, ani ostrzeżenia przed jej znacznym obniżeniem. Czułość postępowania opartego na przepisie GUM jest bardzo mała.

Dlatego warto rozważyć, czy lepszych wyników nie da kontrola wyrywkowa. Polegałaby ona na sprawdzaniu tylko niektórych wodomierzy z produkcji bieżącej, ale za to każdego więcej razy, niż obecnie. W razie pomyślnego wyniku całą partię uznawałoby się za dobrą, w razie niepomyślnego wyniku wszystkie wodomierze z partii poddawałoby się badaniu indywidualnemu. Przez odpowiedni dobór planu badania można by stworzyć warunki, w których producent byłby żywo zainteresowany w obniżaniu wadliwości (np. przez zmniejszanie σ_0 lub a, lub obu parametrów jednocześnie) i w unikaniu jej podwyższania. W ten sposób kontrola z rejestracyjnej stałaby się aktywną. Możliwe, że cel ten można by osiągnąć przy całkowitej liczbie pomiarów na partię niewiększej niż obecnie i przy frakcji złych wodomierzy przesączających się przez kontrolę niewyższej, niż przy obecnym systemie.

Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk

(Praca wpłynęła dnia 22. 12. 1952 r.)

Я. ОДЕРФЕЛЬД (Варшава) и С. ЗУБЖИЦКИЙ (Вроцлав)

О ПРОВЕРКЕ ВОДОМЕРОВ

РЕЗЮМЕ

Измерительные приборы, например водомеры, изготовляемые массовым образом в определенных условиях производства, имеют погрешности систематические x, и случайные. Каждый прибор проверяется, сохранено ли условие точности $|x|\leqslant q$, где q означает некоторое наперед определенное положительное число. В статье разрешен следующий вопрос: производитель желает знать зависимость между вероятностью P того, что прибор будет признан годным при проверке, и процентом w брака партии (w — отношение числа приборов, не соответствующих требованиям, к объему партии). Правила приема следующие:

Каждый прибор проверяется один или два раза. Проверка состоит в том, что измеряется погрешность прибора путем сравнивания его с образцом.

Пусть m_1 и m_2 — соответствующие результаты первого и второго измерения. Прибор признается годным, если $|m_1|\leqslant 0{,}9q$ и негодным, если $|m_1|\geqslant 1{,}1q$. Если $0{,}9q<|m_1|<1{,}1q$, то проводится второе измерение, после которого прибор признается годным, если $0{,}5|m_1+m_2|\leqslant q$, и негодным, если $0{,}5|m_1+m_2|>q$.

Принимаем, что x по всем изделиям имеет нормальное распределение (a,σ_0), а результат m измерения погрешности прибора с систематической погрешностью x имеет нормальное распределение (x,σ_1). Параметры a,σ_0,σ_1 известны из опыта.

Эффективное решение дано в виде графиков, которые определяют характеристику правила приема в форме $f(w, P; a, \sigma_0, \sigma_1, q) = 0$.

Дано несколько примеров пользования графиками.

Общий анализ приведенного правила проверки водомеров приводит к критическим заключениям о действенности правила.

J. ODERFELD (Warszawa) and S. ZUBRZYCKI (Wrocław)

ON TESTING FLOWMETERS

SUMMARY

Measuring instruments, mass produced in stabilized production conditions, *e. g.* flowmeters, have systematical errors x and random errors. Each instrument is tested with the object of ascertaining whether it fulfils the condition of accuracy $|x| \leqslant q$, where q is a positive number fixed arbitrarily beforehand. The paper deals with the problem of the producer, who wants to know the relation between the probability P of the instrument produced passing the test as good and the fraction defective w of the lot, *i. e.* the ratio of the number of instruments which fall short of the requirements of the test to the size of the lot. The rules of testing are as follows:

We test each instrument once or twice measuring its error by comparing it with the standard. Let m_1 and m_2 be the results of the first and the second measurement of x respectively.

If $|m_1| \leqslant 0{,}9q$, the instruments is considered good. If $|m_1| \geqslant 1{,}1q$ — it is considered defective.

If $0{,}9q < |m_1| < 1{,}1q$, a second measurement is taken: in that case the instrument is considered good if $0{,}5|m_1 + m_2| \leqslant q$; it is considered defective if $0{,}5|m_1 + m_2| > q$.

We assume that x, in the whole of production, has the normal distribution (a, σ_0), and the result m of the error measurement of an instrument with the systematic error x has the normal distribution (x, σ_1). The parameters a, σ_0, σ_1 are known from experiment.

Diagrams which give the characteristic curve of the rules of testing in the form $f(w, P; a, \sigma_0, \sigma_1, q) = 0$ are an effective solution.

Several examples of the use of those diagrams have been given.

Moreover, the authors have made a general analysis of described rules of testing flowmeters and reached critical conclusions as regards the effectiveness of those rules.