

J. PERKAL (Wrocław)

## O POPULACJACH RUCHOMYCH

**Wstęp.** Doświadczenie rolnicze polega na tym, że przedmiotowi doświadczalnemu (np. roślinie żyta) nadajemy pewną cechę doświadczalną (np. wegetację na glebie o danej frakcji azotu) i mierzymy pewną cechę wynikową (np. plon). Czasem nadajemy roślinie doświadczalnej nie jedną, lecz cały zespół cech doświadczalnych i mierzymy nie jedną, lecz zespół cech wynikowych. Zawsze jednak roślina doświadczalna ma oprócz cech doświadczalnych jeszcze wiele innych cech (jak np. indywidualne cechy odziedziczone, czasowy rozkład światła padającego na roślinę w trakcie wegetacji, mikroskopowe i makroskopowe warunki ekologiczne). Zespół ten nazywamy *zespołem cech ubocznych*.

W zależności od zespołu cech ubocznych dzielimy doświadczenia rolnicze na różne typy. Doświadczenia *laboratoryjne* starają się jak najbardziej ograniczyć zespół cech ubocznych, starają się odizolować przedmiot doświadczalny od wpływów zewnętrznych i badać tylko wpływ cechy doświadczalnej, czyli zabiegu, na cechę wynikową. Mniej izolowane jest już doświadczenie *wazonowe*. Tam zespół cech ubocznych jest większy. Dalszymi typami są doświadczenia *poletkowe* i *produkcyjne*. Zespół cech ubocznych coraz się powiększa i zbliża się do zespołu cech ubocznych, spotykanego w praktyce produkcyjnej. Doświadczenia te, od laboratoryjnego do produkcyjnego, stają się coraz bardziej niejednorodne, co ma swoje konsekwencje statystyczne (wielkość doświadczenia i próbek) właśnie dlatego, że zespół cech ubocznych jest coraz większy.

W rolnictwie wielkie znaczenie ~~praktyczne~~ mają doświadczenia o zespole cech ubocznych zbliżonym do warunków produkcji i dlatego rozwinięta jest metodyka tych doświadczeń. Opracowane są najróżnorodniejsze sposoby zakładania doświadczeń, jak metody bloków lub metody kwadratów; do nich dostosowane są schematy analizy statystycznej, jak analiza wariancji, lub metoda Studenta. Metody te można łatwo stosować tam, gdzie badane przedmioty są nieruchome, jak rośliny lub gleba. Zbiory takich przedmiotów można nazwać *populacjami nieruchomymi*. A zatem metodyka doświadczeń polowych jest właściwie metodyką badań populacji nieruchomych.

Rozwinięta jest również metodyka doświadczeń zootechnicznych, weterynaryjnych itp. Mamy tam do czynienia z niewielkimi ilościami zwierząt, z których każde obserwujemy indywidualnie. Są specjalne metody zakładania takich doświadczeń (np. metoda łączenia w pary czy trójki), ale można też zastosować metody doświadczeń polowych, jak metodę bloków, kwadratów czy doświadczenia kombinowanego. W doświadczeniach takich nie możemy mówić o obserwowaniu populacji. Obserwować możemy tymi metodami tylko niewielkie próbki i w próbie każdy element oddzielnie. Można by te metody nazwać *metodami badań sztukowych*.

Natomiast nie słyszałem dotychczas nic o metodyce badania populacji ruchomych. A przecież istnieje potrzeba takiej metodyki. Przykładem populacji ruchomej może być populacja słodyszków na polu rzepakowym. Słodyszek, owad żerujący na rzepaku, powoduje, że na roślinie rzepaku nie zawiązują się łuszczyzny (strączki) z tłuszczodajnym nasieniem. Słodyszek zimuje z dala od pól rzepakowych i przelatuje na nie w ciągu długiego okresu. Nazywać to będziemy *nalotem*. Na polu rzepakowym słodyszek porusza się z niewielką szybkością (rzędu 1 metra na dobę), chociaż może również wzbić się w powietrze i przebyć w ciągu kilku minut kilkaset metrów. Tę zdolność poruszania się słodyszka z niewielką szybkością nazwijmy *ruchliwością*. Oczywiście ruchliwość słodyszka powoduje olbrzymie trudności w zakładaniu i analizie doświadczeń mających na celu badania środków chemicznych używanych do walki ze słodyskiem. Zresztą na trudności tego typu trafiamy i w innych badaniach nad słodyskiem i rozmaitymi podobnymi populacjami ruchomymi, jak populacją gryzoni (myszy, szczury), populacją zwierzyny łowieckiej, ryb morskich, grzybów i bakterii chorobowych, obszarów roślinnych w sensie populacji ruchomych itp.

W niniejszym referacie ograniczymy się tylko do słodyszka. Wiosną 1954 r. zwrócił się do mnie A. Goos, z katedry ochrony roślin Wyższej Szkoły Rolniczej we Wrocławiu, z trudnościami, jakie napotkał w doświadczeniu z tym szkodnikiem. Aby porównać działanie różnych środków chemicznych, założono poletka doświadczalne, obsiano wszystkie rzepakiem i jedno z nich potraktowano różnymi środkami chemicznymi, a inne pozostawiono jako kontrolne. Ale ruchliwość słodyszka unicestwiła doświadczenie. Otrzymano wyniki niezgodne jedne z drugimi, niezgodne z przypuszczeniami robionymi na podstawie doświadczeń laboratoryjnych i nie-dorzeczne. Tak np. na jednym z poletek kontrolnych znaleziono mniejsze nasilenie słodyszka niż na sąsiednim, potraktowanym wysoce skutecznym środkiem owadobójczym.

Te trudności są już rolnikom znane i opisane. Niektórzy specjaliści są w ogóle bardzo sceptycznie ustosunkowani do doświadczeń polowych

z populacjami ruchomymi. Uważają oni, że jedynie doświadczenie laboratoryjne może tu dać jakieś wyniki, ale zwracają jednocześnie uwagę na małą wartość doświadczeń laboratoryjnych dla praktyki produkcyjnej. Traktują więc doświadczenia ze szkodnikami jako sprawę bardzo trudną, a może nawet beznadziejną. Inni autorzy nie tak sceptycznie patrzą na doświadczenie polowe ze szkodnikami. Tak np. W. Trappman i W. Tomaszewski [3] zalecają zakładać doświadczenia polowe ze szkodnikami, lecz radzą tworzyć duże poletka i oddzielać każde od sąsiednich szerokimi pasami ochronnymi. „Im szkodnik ruchliwszy, tym większe poletka” radzą dobrodusznie, pozostawiając konkretne wielkości poletek intuicji czytelnika. J. Honczarenko założyła swoje doświadczenie na poletkach oddzielonych każde od sąsiednich pasami ochronnymi o szerokości 5 m, obsianymi owsem. Ale i ta metoda nie pozwoliła jej uniknąć zamazania wyników na skutek ruchliwości. Wydaje się nawet, że pasy ochronne obsiane owsem mogą chronić przed ruchliwością gorzej niż pasy rzepaku, gdyż napotkawszy taki pas słodyszek może się wzbić w powietrze i przelecieć w krótkim czasie większą przestrzeń, bardziej zakłócając wyniki doświadczenia niż w przypadku normalnej ruchliwości na polu rzepakowym.

**Sformułowanie zagadnienia.** Doświadczenia polowe ze słodyszkami są utrudnione z dwóch przyczyn. Pierwszą z nich jest nalot, powodujący, że nasilenie słodyszka będzie na wszystkich poletkach większe, niżby tego należało oczekiwać na poletkach łącznie izolowanych od nalotu z zewnątrz. W praktyce nie można się uchronić przed nalotem. Jest to bowiem technicznie bardzo trudne (np. izolacja za pomocą ścian) i mogłoby spowodować uboczne efekty oddalające doświadczenie od warunków produkcyjnych, a zbliżające je do laboratoryjnych. Dlatego będziemy się starali znaleźć metodę uwzględniania nalotu. To rozwiązanie jest również bardzo trudne, gdyż należy przypuszczać, że wielkość nalotu jest zmienna nie tylko w zależności od czasu, warunków klimatycznych (temperatury, wiatru) i innych warunków, jednakowych dla wszystkich poletek; należy się spodziewać, że wielkość nalotu zależy od nasilenia słodyszka na atakowanym polu. Jeśli słodyszka na polu jest dużo, to nalot jest chyba mniejszy. Natomiast na poletko oczyszczone ze słodyszka nalot będzie chyba większy. Należy się też liczyć z tym, że różne środki chemiczne stosowane na różnych poletkach w różny sposób sprzyjają nalotowi lub powstrzymują nalot. Możliwe, że w doświadczeniach dokładnie uwzględniających te różne zależności nalotu trzeba będzie traktować środki chemiczne pod względem działania zarówno na słodyszki już żerujące na polu, jak i na nalot. W niniejszej pracy przyjmujemy następujące uproszczenie: Wielkość nalotu nie zależy od poletka, tzn.

nalot na poletka różnie położone czy traktowane różnymi środkami chemicznymi jest taki sam. Przy takim uproszczeniu można będzie uwzględniać nalot w doświadczeniu i porównywać skuteczność różnych środków tak, jak gdyby nalotu wcale nie było. Oczywiście należy doświadczać i sprawdzić dopuszczalność takiego uproszczenia. Nie będziemy się jednak tym zajmowali w niniejszej pracy.

Drugą i zarazem zasadniczą trudnością w doświadczeniach ze słodyszkami jest jego ruchliwość. I tu należy przypuszczać, że ruchliwość słodyszka zależy od wielu czynników, np. od temperatury, wiatru, od tego, czy słodyszek został potraktowany środkiem chemicznym czy nie, czy pole, na którym żeruje, jest mniej lub bardziej zniszczone przez słodyszka, od tego, czy w sąsiedztwie są pola o mniejszym nasileniu słodyszka.

Jeśli przez odkręcenie kranu połączyć dwa naczynia, jedno puste, a drugie napełnione wodą, woda przeleje się do pustego naczynia, przy czym zanim się poziomy zrównają, nastąpią pewne wahania. Poziom w każdym naczyniu będzie oscylował dokoła wspólnego późniejszego poziomu i potrzeba będzie pewnego czasu na uspokojenie się wody w naczyniach. Podobnie może być z poletkami w doświadczeniu ze słodyszkami. Jeśli na jednym poletku pozostawimy słodyszka w początkowym nasileniu, a na sąsiednim poletku całkowicie go usuniemy, to słodyszek może się zachowywać podobnie jak woda w naczyniach połączonych. Owady najpierw rzucą się na sąsiednie, wolne żerowisko i po pewnym czasie może się okazać na tym sąsiednim poletku większe nasilenie słodyszka niż na niewytrutym. Następnie słodyszek zacznie wracać na pierwsze poletko, jako na mniej zapełnione. Równowaga nastąpić może dopiero po kilku wahaniciach.

Jeśli nasilenie słodyszka oznaczmy literą  $s$ , a ruchliwość określimy jako drugą pochodną nasilenia względem czasu, to przez pewne analogie mechaniczne można przyjąć, że między nasileniem, prędkością zmian nasilenia i ruchliwością zachodzi następujący związek:

$$s'' + as' + bs = 0. \quad (a, b > 0).$$

Jest to równanie różniczkowe drgań zanikających. Wynika stąd, że nasilenie słodyszka zależy od czasu w następujący sposób:

$$s = Ae^{Bt} \sin(Ct + D) \quad (\alpha, b, A, B, C, D - \text{stałe}).$$

Niektóre inne schematy cybernetyczne prowadzą również do podobnych drgań zanikających. Tymi wynikami można wytłumaczyć zjawiska zaobserwowane w praktyce, jak np. zaobserwowane przez A. Goosa większe nasilenie słodyszka na poletku wytrutym niż na kontrolnym. Do ruchu populacji słodyszków można zastosować model przenoszenia się

ciepła. Z pomocą pewnych, dość dalekich zresztą analogii, można uzasadnić równanie różniczkowe przewodnika cieplnego, którego rozwiązanie pokrywa się z wynikami przedstawionymi w dalszych ustępach niniejszej pracy.

Podobnie jak poprzednio z nalotem, poczynimy obecnie pewne upraszczające założenia o ruchliwości. Założymy więc, że ruchliwość (przynajmniej w kilka godzin po zabiegu zakłócającym nasilenie) nie zależy od nasilenia, że nie zależy ona od warunków klimatycznych, jak np. od zmian temperatury w czasie doświadczenia, ani od wiatru. Będziemy więc zakładali, że ruchliwość jest izotropowa, tj. stała we wszystkich kierunkach w całym okresie doświadczenia. Podobnie jak wyżej (z nalotem) należy doświadczalnie sprawdzić dopuszczalność takich założeń.

Metodyka umożliwiająca zakładanie i analizowanie doświadczeń ze słodyszkiem powinna opierać się na jednej z dwóch następujących zasad: Albo zdołamy tak zaplanować doświadczenie, że ruchliwość słodyszka nie zmieni nasilenia na poletkach doświadczalnych i kontrolnych, albo też znajdziemy sposób wyeliminowania wpływu ruchliwości, tzn. znajdziemy poprawki, jakie należy odjąć (lub dodać) od zaobserwowanych nasileni, żeby otrzymać nasilenia nie zakłócone ruchliwością.

Wyobraźmy sobie granicę między dwoma poletkami. W ciągu czasu  $T$  trwania doświadczenia ruchliwość słodyszka spowoduje zmiany nasilenia w pasie po obu stronach granicy o łącznej szerokości  $2L(T)$ , gdzie  $L(T)$  jest, oczywiście, rosnącą funkcją  $T$ . Pierwsza zasada będzie polegała na zakładaniu poletek o wymiarach większych niż  $2L(T)$ . Przygraniczny pas każdego poletka o szerokości  $L(T)$  będzie miał nasilenie zakłócone przez sąsiednie poletka, ale środek poletka będzie niezakłócony, czyli nasilenie zaobserwowane w środku będzie charakteryzowało zabieg dokonany na poletku. Druga zasada będzie polegała na zakładaniu poletek o mniejszych wymiarach i na oszacowaniu zmian nasilenia spowodowanych ruchliwością w danej odległości od granicy.

Wobec tego wyłaniają się dwa zadania:

1. Zbadać, jak daleko zachodzą w czasie  $T$  zakłócenia spowodowane ruchliwością, czyli wyznaczyć funkcję  $L(T)$ .
2. Oszacować nasilenie słodyszka wywołane ruchliwością.

**Stochastyczny proces ruchliwości słodyszka.** Powróćmy do wspomnianej wyżej granicy między dwoma poletkami. Jeśli tę prostą i dowolnie obraną do niej prostopadłą obierzemy za układ współrzędnych, to położenie słodyszka na polu można określić dwiema liczbami  $x$  i  $y$ . Granicę między poletkami (patrz rys. 1) przyjmijmy za oś  $y$ . Interesować nas będzie tylko położenie słodyszka względem tej osi, czyli tylko współrzędna  $x$  i jej zmiany.

W chwili początkowej  $t = 0$  pewien wyróżniony myślowo słodyszek znajdował się w odległości  $x$  od osi  $y$ . Jego współrzędną  $x$  po czasie  $t$  będziemy traktowali jako zmienną losową  $\xi(t)$ . Ta zmienna losowa, jako funkcja czasu, stanowi proces stochastyczny, o którym zakładamy, że jest

- a) jednorodny w czasie,
- b) jednostajnie ciągły,
- c) procesem o przyrostach niezależnych.

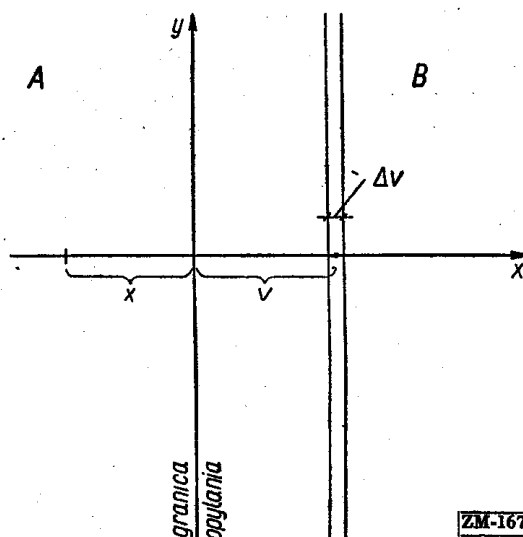
Pierwsze z tych założeń wyraża się ściślej w następujący sposób. Rozkład wielkości  $\xi(t_0+t) - \xi(t_0)$  nie zależy od  $t_0$ . Znaczy to, że prawdopodobieństwo przelotu słodyszka w jednym czy w drugim kierunku (mówimy tylko o składowej  $x$ ) na tę czy inną odległość nie zależy od chwili  $t_0$ , w której słodyszek rozpoczął przelot. Prawdopodobieństwo to jest niezależne od czasu.

Drugie założenie powiada, że słodyszek przenosi się z miejsca na miejsce w sposób ciągły i że jest małe prawdopodobieństwo, żeby w ciągu krótkiego czasu słodyszek mógł przebyć dużą odległość. Dokładniej: prawdopodobieństwo tego, żeby w dostatecznie krótkim czasie słodyszek przebył z góry przyjęty dystans, np. 3 m, jest dowolnie małe.

Wreszcie trzecie założenie mówi, że jeśli mamy dowolne dwa nieachodzące na siebie przedziały czasowe  $t_1 t_2$  i  $t_3 t_4$ , to prawdopodobieństwo tego, że w drugim z tych przedziałów słodyszek przeleci na określony inny krzak, nie zależy od tego, co robił słodyszek w pierwszym z tych przedziałów czasowych. I na odwrót, prawdopodobieństwo tego, że w pierwszym przedziale słodyszek jakoś się przemieści, nie zależy od tego, co się stanie w drugim przedziale czasowym.

Ze znanego twierdzenia teorii procesów stochastycznych (zob. [1], str. 265) wynika, że zmienna losowa  $\xi(t)$  dla dowolnie ustalonego  $t$  ma rozkład normalny ze średnią  $x$  (położenie w chwili początkowej) i wariancją  $t\sigma^2$ , gdzie  $\sigma^2$  jest wielkością niezależną od czasu — tzw. *wariancją procesu*. Ta wariancja procesu jest parametrem wyznaczającym proces przy naszych założeniach. Zależy ona od ruchliwości słodyszka.

Obierzmy w odległości  $v$  od osi  $y$  (rys. 1) pas o szerokości  $\Delta v$  (niech to będzie szerokość zajmowana przez jeden krzak rzepaku, czyli odległość



Rys. 1. Poletko A nieopylone i B opylone oraz granica między nimi (oś  $y$ )

między sąsiednimi krzakami). W myśl powiedzianego wyżej, gęstość prawdopodobieństwa tego, że słodyszek, odległy w chwili początkowej o  $x$  od osi  $y$ , znajdzie się w chwili  $t$  w odległości  $v$  od tejże osi, wyraża się wzorem

$$\varphi_t(v-x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi t}} \exp\left(-\frac{(v-x)^2}{2\sigma^2 t}\right).$$

A zatem prawdopodobieństwo, że słodyszek znajdujący się w chwili początkowej na prostej odległej o  $x$  od osi  $y$  znajdzie się po czasie  $t$  w pasie odległym od osi  $y$  od  $v - \frac{1}{2}\Delta v$  do  $v + \frac{1}{2}\Delta v$ , wyniesie

$$(1) \quad \varphi_t(v-x)\Delta v.$$

Poletka po dwóch stronach granicy oznaczmy przez  $A$  i  $B$ . Wspólną długość tych poletek (w kierunku równoległym do osi  $y$ ) oznaczmy przez  $d = n\Delta v$ , gdzie  $n$  oznacza ilość krzaków rzepaku rosnących w rzędzie o długości  $d$  (dla uproszczenia wyobraźmy sobie, że rzepak rośnie w rzędach w takich samych odległościach  $\Delta v$ , jak odległości między rzędami; to nie jest istotne). Oznaczmy przez  $s$  gęstość słodyszka na poletku  $A$  w chwili  $t = 0$ , tj. ilość słodyszków w chwili  $t = 0$  na jeden  $\text{cm}^2$  poletka  $A$ . Przez  $S$  oznaczmy nasilenie słodyszka na poletku  $A$  w chwili  $t = 0$ , tj. średnią ilość słodyszków na krzaku rzepaku; mamy

$$(2) \quad S = s(\Delta v)^2 = s \frac{d}{n} \Delta v.$$

Wyznamy teraz na poletku  $A$  pas odległy od osi  $y$  od  $x - \frac{1}{2}\Delta x$  do  $x + \frac{1}{2}\Delta x$  (uwaga:  $\Delta x$  nie musi być równe  $\Delta v$ ). Oczekiwana ilość słodyszków w tym pasie w chwili  $t = 0$  wynosi  $sd\Delta x$ . Wobec tego i wobec wyrażenia (1) oczekiwana ilość słodyszków, które w chwili  $t = 0$  znajdowały się w pasie od  $x - \frac{1}{2}\Delta x$  do  $x + \frac{1}{2}\Delta x$  a które w chwili  $t$  znajdują się w pasie od  $v - \frac{1}{2}\Delta v$  do  $v + \frac{1}{2}\Delta v$ , wyniesie

$$sd\Delta x \varphi_t(v-x)\Delta v = nS\varphi_t(v-x)\Delta x$$

(wobec oznaczenia (2)). Oczekiwana ilość słodyszków, które w chwili początkowej znajdowały się na poletku  $A$ , a w chwili  $t$  znalazły się w pasie od  $v - \frac{1}{2}\Delta v$  do  $v + \frac{1}{2}\Delta v$ , wyniesie

$$(3) \quad nS \int_{-\infty}^0 \varphi_t(v-x)dx = nS \int_v^{\infty} \varphi_t(z)dz = nS(1 - \Phi_t(v)),$$

przy czym  $\Phi_t(x)$  jest dystrybucją rozkładu normalnego o średniej 0 i o wariancji  $\sigma^2 t$ . Przy tym przejściu do całki zakłada się, że poletko  $A$  jest nieskończenie szerokie. Nie ma to znaczenia praktycznego, gdyż wpływ odległych pasów jest praktycznie zerowy.



Dystrybuanta  $\Phi_t(v)$  występująca we wzorze (3) da się prosto wyrazić przez dystrybuantę  $\Phi(w)$  rozkładu normalnego o średniej 0 i wariancji 1. Mianowicie

$$\Phi_t(v) = \Phi(w), \quad \text{gdzie} \quad w = v/\sigma\sqrt{t}.$$

Otrzymamy wówczas ze wzoru (3) wyrażenie na oczekiwaną ilość słodyszków, które z pola  $A$  przedostaną się na pas odległy od niego o  $v$ . Na pasie tym rośnie  $n$  krzaków rzepaku. A więc oczekiwana ilość słodyszków  $S(t, v)$ , które w chwili początkowej znajdowały się na polu  $A$  a w chwili  $t$  znajdują się na jednym krzaku odległym o  $v$  od granicy między poletkami  $A$  i  $B$ , będzie  $n$  razy mniejsza od wyrażenia (3):

$$(4) \quad S(t, v) = S(1 - \Phi(v/\sigma\sqrt{t})),$$

gdzie  $\Phi(x)$  jest dystrybuantą zmiennej losowej o rozkładzie normalnym ze średnią 0 i wariancją 1, czyli całką w granicach od  $-\infty$  do  $x$  z gęstości tej zmiennej.

**Inne schematy. Konfrontacja z doświadczeniem.** Do podobnych wyników doszli na nieco innej drodze R. Bucholski i K. Dykiert. Podzielili oni całe pole na pasy o szerokości równej maksymalnemu przesunięciu się słodyszka w ciągu godziny na polu rzepakowym (bez dalekich przelotów). Prawdopodobieństwo tego, że słodyszek przeniesie się w ciągu godziny z jednego pasa na sąsiedni (w jednym kierunku) oznaczyli przez  $r_0$ , wobec czego prawdopodobieństwo pozostania słodyszka w początkowym pasie wynosi  $1 - 2r_0$ . Oznaczając przez  $P_{mk}$  prawdopodobieństwo tego, że słodyszek z pola  $A$  znajdzie się po  $k$  godzinach w pasie  $m$  pola  $B$ , otrzymali równanie rekurencyjne

$$P_{mk} = (1 - 2r_0)P_{m, k-1} + r_0(P_{m-1, k-1} + P_{m+1, k-1}).$$

Rozwiązując to równanie dostali

$$P_{mk} = \sum_{n=m}^k (-1)^{n+m} \binom{k}{n} \binom{2n-1}{n-m} r_0^n.$$

Następnie zwązali pasy z godzinnych na półgodzinne, minutowe, sekundowe itd., otrzymując na gęstość prawdopodobieństwa  $p_{01}$  tego, że słodyszek z pola  $A$  znajdzie się po 1 godzinie na polu  $B$  w odległości  $v$  od granicy, następujący wzór:

$$p_{01} = \lim_{t \rightarrow \infty} 2^t \sum_{n=[2^t v]}^{2^t} (-1)^{[2^t v] + n} \binom{2^t}{n} \binom{2n-1}{n-[2^t v]} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2^{1-1/2^{t-1}}} \sqrt{\frac{1-2r_0}{4}} \right)^n;$$



tu  $[x]$  oznacza całość z liczby  $x$ . R. Bucholski i K. Dykiert nie znaleźli tej granicy w postaci wolnej od  $l$ . Natomiast wykres przez nich przedstawiony (już dla  $l = 3$ ) jest tego kształtu, co wykres analogicznej krzywej wynikający z wyrażen (1)-(4).

Współ z R. Bucholskim i K. Dykiertem zaproponowaliśmy A. Goosowi (wiosną 1956 r) doświadczenie polegające na wytruciu słodyszka na polowie wielkiego pola rzepakowego preparatem bardzo skutecznym, działającym szybko i krótko (opylone słodyszki ginęły w ciągu kilku godzin i po kilku godzinach opylenie stawało się nieszkodliwe dla zdrowych słodyszków przybyłych na opyloną część pola z nieopylonej części). A. Goos założył to doświadczenie. Wyjątkowo kapryśna wiosna 1955 roku (niskie

TABLICA 1

Odległość od granicy	Ilość średnia łuszczyn
-10	78,1
- 8	88,5
- 6	89,3
- 4	68,9
- 2	68,8
0	58,3
+ 2	69,6
+ 4	67,2
+ 6	61,6
+ 8	57,2
+10	56,9
+12	59,3
+14	44,6
+16	51,2
+18	52,6
+20	58,8

temperatury i wiatry spowodowały małe nasilenie słodyszka, małą i anizotropową ruchliwość, zakłócenia nierównomiernym nalotem) uniemożliwiła dokonanie zaplanowanych pomiarów. Ale gdy rzepak dojrzał, A. Goos zanotował ilości łuszczyn (przypominam, że słodyszek niszczy łuszczyny rzepakowe) na krzakach w różnej odległości od granicy między opyloną a nieopyloną połową pola. Granica ta przebiegała prostopadle do rzędów rzepaku. A. Goos wytyczył w środku pola trzy sąsiednie rzędy rzepaku i równoległe do nich, w odległości około 6 m w jedną i w drugą stronę, również po trzy sąsiednie rzędy rzepaku. Z tak wybranych 9 rzędów pobrano próbkę z około 20 krzaków (tj. z 2-3 krzaków z każdego rzędu) co dwa metry i obliczono z każdej próbki średnią ilość łuszczyn na krzaku. Wyniki (zebrane w Swojcu dnia 12. VII. 1955) podano w tablicy 1.

Znakiem — oznaczono tu odległość od granicy w kierunku części opylonej, znakiem + odległości w kierunku części nieopylonej.

Z wzoru (4) wiemy, że jeśli słodyszki zostały całkowicie wytrute na jednej części pola, to ilość słodyszków na krzaku rzepaku odległym o  $v$  od granicy opylania, w chwili  $t$  (w dniach) od wytrucia, wyniesie  $S(t, v)$ . Słodyszki te zjedzą w ciągu czasu  $dt$  ilość zawiązków równą  $kS(t, v)dt$ , gdzie  $k$  jest współczynnikiem proporcjonalności. Wobec tego w ciągu okresu od  $t = 0$  do  $t = T$  słodyszki zniszczą na rozważanym przez nas krzaku  $\int_0^T kS(t, v)dt$  łuszczyn. Oznaczając przez  $I$  ilość łuszczyn, jaka zawiązałyby się, gdyby słodyszek nie był uszkodził, otrzymamy na

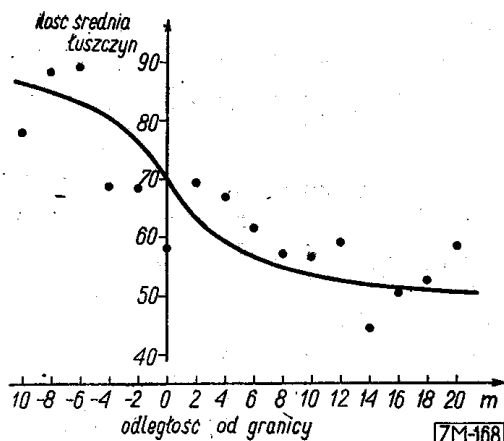
liczbę  $I(T, v)$  łuszczyń na krzaku w odległości  $v$ , poddanym działalności słodyszka przez czas  $T$ , następujący wzór:

$$I(T, v) = I - k \int_0^T S(t, v) dt = I - kST + kS \int_0^T \Phi(v/\sigma\sqrt{t}) dt$$

(oznaczenia takie jak we wzorze (4)). Całkę tę można wyrazić za pomocą funkcji elementarnych i funkcji  $\Phi$ , można też przyjąć np.  $T = 16$  i obliczyć jej wartości dla różnych  $v$ . W ten właśnie sposób, przyjmując  $I = 90$ ,  $\sigma = 3$ ,  $kS = 2$ , otrzymaliśmy rysunek 2, na którym linia przedstawia teoretyczną zależność ilości łuszczyń od odległości krzaku od granicy opylania, a punkty oznaczają ilości zaobserwowane przez A. Goosa. Poczynione założenia mają następującą interpretację:  $I = 90$  znaczy, że średnio na krzaku niezaatakowanym przez słodyszki wyrosłoby 90 łuszczyń;  $kS = 2$  znaczy, że przy początkowym nasileniu słodyszka ulegały zniszczeniu dziennie przeciętnie 2 łuszczyń na krzaku;  $\sigma = 3$  znaczy, że w ciągu doby słodyszek przesunie się o odległość, która jest zmienną losową o rozkładzie normalnym z wariancją  $\sigma^2 = 9$ .

Należy zaznaczyć, że te rozważania teoretyczne dotyczące ilości łuszczyń na krzaku są w praktyce mocno zakłócone pewnymi zjawiskami fizjologicznymi, polegającymi na tym, że krzak rzepaku wskutek uszkodzeń spowodowanych przez słodyszka rozwija boczne dodatkowe pędy i powiększa w ten sposób ilość łuszczyń. Zjawisko to jest tak znamienne, że nawet stawiano pytanie, czy w ogóle należy nazywać słodyszka szkodnikiem i czy należy go zwalczać. Pewne, innego rodzaju doświadczenia A. Goosa (i innych) pozwoliły ustalić ujemną korelację między nasileniem słodyszków a ilością łuszczyń oraz plonem ziarna na krzakach nawiedzonych tym szkodnikiem. Punkty empiryczne na rysunku 2 istotnie odbiegają od linii wyżej wyprowadzonej. Odległości punktów empirycznych od linii przedstawionej na rysunku 2, można tłumaczyć właśnie owymi fizjologicznymi komplikacjami.

Metody opisane powyżej pozwalają na oszacowanie oczekiwanej ilości słodyszków na krzaku rzepaku. Nie można jednak na podstawie tych metod przewidzieć, jaki będzie rozkład słodyszków na krzakach. Należy przypuszczać, że jeśli słodyski atakują poszczególne krzaki rze-



Rys. 2. Średnia ilość łuszczyń na krzaku w zależności od odległości od granicy opylania

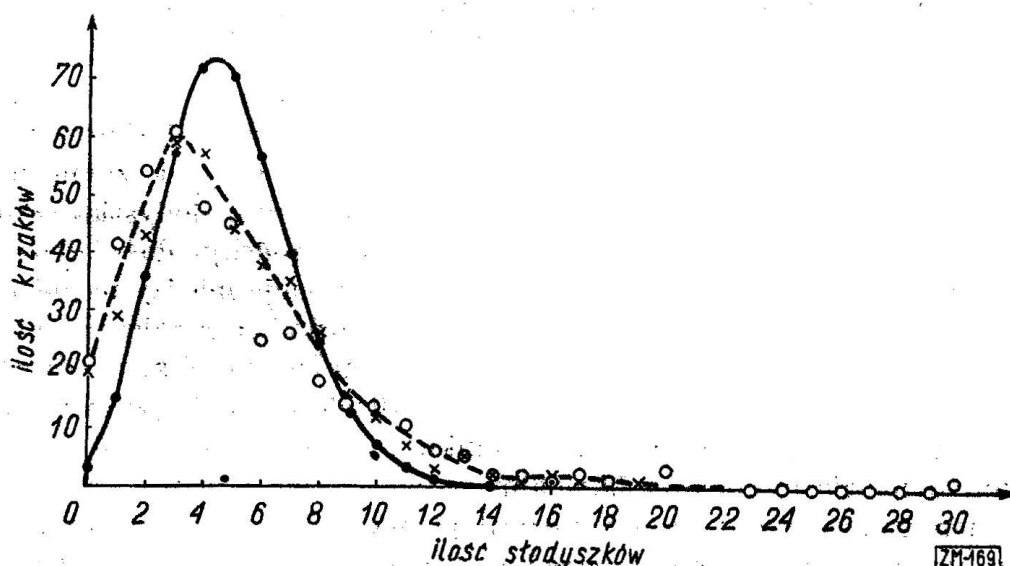
paku zupełnie przypadkowo, to rozkład ich na krzakach będzie rozkładem Poissona z oczekiwaną wartością obliczoną poprzednio. Do sprawdzenia

TABLICA 2

1	2	3	4
0	20	21	3
1	29	41	15
2	43	54	36
3	59	61	58
4	57	48	72
5	44	45	70
6	38	25	57
7	35	26	40
8	26	18	25
9	15	14	13
10	12	14	7
11	7	10	3
12	3	6	1
13	5	5	0
14	2	2	—
15	1	2	—
16	2	1	—
17	1	2	—
18	—	1	—
19	1	—	—
20	—	3	—
30	—	1	—

tej hipotezy użyłem materiałów użytych mi przez A. Goosa. Dnia 8. V. 1954 r. na polach majątku doświadczalnego w Roztoczniku pobrano z nieopylonego rzepaku dwie próbki po 400 krzaków w każdej i policzono na każdym krzaku oddzielnie ilość słodyszków. Wyniki przedstawia tablica 2. W pierwszej kolumnie podano ilości słodyszków na krzaku, w drugiej — ilości takich krzaków napotkane w pierwszej próbce, w trzeciej — ilości krzaków z drugiej próbki i wreszcie w czwartej kolumnie ilości teoretyczne obliczone z rozkładu Poissona dla średniej 4,90 słodyszków na krzaku, obliczonej z obu próbek łącznie.

Na rysunku 3 przedstawiono punkty odpowiadające ilościom krzaków pierwszej próbki (krzyżyki) i drugiej próbki (kółka). Linia przerywana wyrównuje (od ręki) punkty empiryczne, a linia ciągła punkty rozkładu Poissona. Okazuje się, że różnice między rozkładami empirycznymi tych dwóch próbek są nieistotne. Natomiast różnica między tymi rozkładami a rozkładem Poissona jest bardzo istotna. Mamy tu do czynienia z tak



Rys. 3. Rozkłady empiryczny i Poissona krzaków rzepaku w zależności od ilości słodyszków znajdujących się na krzaku

zwanym zjawiskiem zaraźliwości lub przyciągania się zdarzeń. Wyraźnie widać, że krzaków nawiedzonych przez wielkie ilości słodyszków jest znacznie więcej, niżby tego należało oczekiwać. Również krzaków słabo zaatakowanych jest więcej, niżby tego się należało spodziewać. Natomiast krzaków średnio nawiedzonych słodyszkami, mianowicie nawiedzonych czterema do ośmiu owadami, jest daleko mniej, niżby należało oczekiwać. Najprawdopodobniej jest to efekt spowodowany nierównością krzaków. Na polu rzepakowym mamy krzaki rozmaicie rozwinięte, duże i małe. Na krzakach dużych mamy słodyszków więcej, niżby tego należało oczekiwać, gdyby wszystkie krzaki były równe. Wynika stąd, że krzaki rzepaku nie są dobrymi jednostkami do liczenia słodyszków. Należałoby w dalszych badaniach zająć się innymi jednostkami. Może nadawałyby się do tego pokrywy lepne (np. o wymiarach  $1\text{m} \times 1\text{m}$ ) nakładane losowo i pozostawiane przez 1 minutę. Nasilenie liczylibyśmy w ilości słodyszków na jedną pokrywę. Może inne jednostki byłyby jeszcze odpowiedniejsze.

**Wyznaczanie parametru procesu.** Proces stochastyczny (4) zawiera dwa parametry,  $S$  i  $\sigma$ , które należy wyznaczyć doświadczalnie. Parametr  $S$  oznacza nasilenie słodyszka, czyli średnią ilość słodyszków na jednym krzaku rzepaku w chwili rozpoczęcia doświadczenia. Zakładamy, że parametr ten jest stały na całym polu niepotraktowanym środkami chemicznymi. W późniejszych doświadczeniach można będzie założyć stałość tego parametru na każdym polu jednolicie potraktowanym jakimś środkiem chemicznym. Rolnikom znane są metody znajdowania nasilenia słodyszka i nie będziemy się nad tym zagadnieniem zatrzymywali.

Drugi parametr,  $\sigma$ , charakteryzuje ruchliwość słodyszka. Również i o tym parametrze zakładamy, że jest on stały w ciągu całego doświadczenia, chociaż wiadomo, że zależy on od temperatury w sposób istotny. Parametr ten można będzie wyznaczyć z wzoru (4) z następującego doświadczenia: Na dużym polu rzepakowym (o wymiarach co najmniej  $100\text{m} \times 200\text{m}$ ), jednostajnie porośniętym i jednostajnie zaatakowanym przez słodyszka wytyczymy linię prostą (mniej więcej w środku pola), dzielącą pole na dwie części o wymiarach około  $100\text{m} \times 100\text{m}$ . Jedną z tych części pozostawimy bez żadnych zabiegów, a drugą opylimy bardzo skutecznym preparatem owadobójczym krótko działającym. W ten sposób otrzymamy dwa pola, które w pewnej chwili  $t = 0$  spełniały następujące warunki:

1. Pole  $A$  było jednorodnie pokryte słodyszkami o nasileniu  $S$  (które można znanymi metodami oszacować).
2. Pole  $B$  było wolne od słodyszka.

W rzeczywistości takiej chwili  $t = 0$  nigdy nie było, gdyż słodyszek na polu  $B$  jeszcze nie wyginął, gdy już zaczęły pole  $B$  nawiedzać słodyszki

z pola  $A$ , z kolei niektóre z nich ulegały opóźnionemu zatruciu, a przygraniczny pas pola  $A$  również musiał nieco ucierpieć przy opylaniu pola  $B$ . Wszystkie te zakłócenia powinny nie mieć znaczenia w pewnej odległości, np. 3 m, od granicy opylania. Dlatego pomiary będziemy robili w odległościach co najmniej 3 m od granicy opylania.

Następnie będziemy codziennie wyznaczali nasilenia słodyszka w różnych odległościach od granicy opylania, na polach  $A$  i  $B$ . Z próbek bardzo odległych od granicy opylania, np. o 90 m, będziemy mogli oszacować wielkość nalotu, którą odejmiemy od nasileni otrzymanych z próbek. Pozostałe nasilenie będzie pochodziło z pola  $A$ , więc powinno czynić zadość wzorowi (4). Jedyną nieznaną wielkością w tym wzorze będzie właśnie parametr  $\sigma$ , określony wzorem

$$\sigma = \frac{v}{\sqrt{t} \Phi^*(1 - S(t, v)/S)},$$

w którym  $\Phi^*$  jest funkcją odwrotną do  $\Phi$ . Każda próbka pobrana któregoś dnia wyznaczy nam jedną wartość  $\sigma$ . Z tych różnych wartości można będzie obliczyć średnią arytmetyczną lub tak oszacować  $\sigma$ , żeby suma kwadratów różnic między lewą a prawą stroną równania (4) osiągnęła minimum.

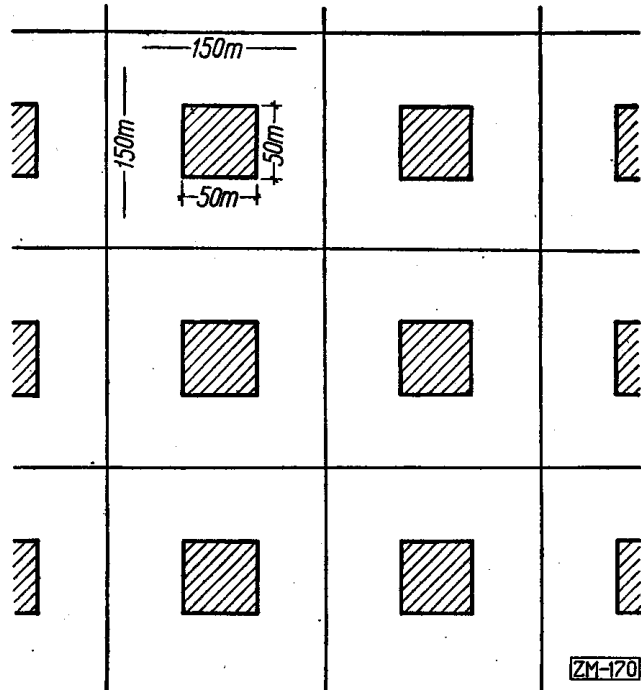
Oczywiście wskazane byłoby założyć takie doświadczenia w kilku miejscach, a granicę opylania wytyczyć w różnych kierunkach. Tak np. dobrze byłoby wytyczyć, jako granicę opylania, koło o dużym promieniu, np. 200 m, dbając, żeby ta granica nie leżała nigdzie bliżej niż o 100 m od granicy zewnętrznego pola. Pozwoliłoby to na badanie anizotropowości tej ruchliwości słodyszka i jej zależności od wiatrów oddzielnie notowanych w ciągu doświadczenia. Wspólnie z A. Goosem zamierzamy w przyszłym roku zrealizować takie doświadczenia.

**Dwa sposoby zakładania doświadczeń.** Pierwszy sposób będzie polegał na zakładaniu takich wielkich poletek i takich szerokich pasów ochronnych (z rzepaku), żeby zakłócenia spowodowane ruchliwością słodyszka nie spowodowały zmian na poletkach doświadczalnych. Musimy z góry ustalić czas, w ciągu którego będziemy prowadzili doświadczenie. Oznaczmy ten czas przez  $T$  (np. 20 dni) i znajdziemy przedział zakłóceń  $L(T)$ , o którym mówiliśmy na stronie 168. Z wzoru (4) możemy wyznaczyć średnie nasilenie słodyszka spowodowane inwazją z innego poletka w miejscu odległym o  $v$  od granicy poletek. Zadaniem naszym jest teraz dobrać takie duże  $v = L(T)$ , żeby to nasilenie średnie było małe, mianowicie takie małe, żeby prawdopodobieństwo znalezienia się choćby jednego słodyszka na krzaku (słodyszka pochodzącego z innego poletka) było mniejsze niż 1%. Ma więc być większe od 99% prawdopodobieństwo, że 0 słodyszków znajdzie się na rozważanym krzaku. Jeśli założymy, że słodyszki na krza-

kach mają rozkład Poissona (jak już wiemy, odchylenia od tego rozkładu są w dużej mierze spowodowane różną wielkością krzaków), prawdopodobieństwo, że 0 słodyszków z innego pola znajdzie się na krzaku oddalonym o  $v$ , w czasie  $t$  po opyleniu, wyniesie  $e^{-S(t,v)}$  i to ma być większe od 99%. Stąd ma być  $S(T, L(T)) < 0,01$ , czyli  $L(T) > \sigma(T) \Phi^*(1 - 1/100 S)$ . Przyjmując dla przykładu  $\sigma = 3$  m,  $T = 20$  dni i  $S = 10$  słodyszków na krzak, otrzymamy, że powinno być  $L(20) > 41,59$  m. Wystarczy więc przy tych założeniach przy-

jąć  $L(20) = 50$  m jako odległość, poza którą praktycznie słodyszki w ciągu 20 dni nie przedostaną się (jeśli było ich nie więcej niż 10 na krzaku średnio i jeśli ruchliwość ich wyraża się liczbą  $\sigma = 3$ ). Jeśli teraz uwzględnimy, że rozkład Poissona jest tu zakłócony przyciąganiem, to zauważymy, że krzaków nienawiedzonych przez słodyszka jest naprawdę więcej, niżby to wynikało z rozkładu Poissona. A zatem prawdopodobieństwo, że 0 słodyszków z innego poletka znajdzie się na krzaku w odległości  $v$  od granicy, w czasie  $t$  po opyleniu, będzie większe od  $e^{-S(t,v)}$ , czyli tym bardziej większe od 99%.

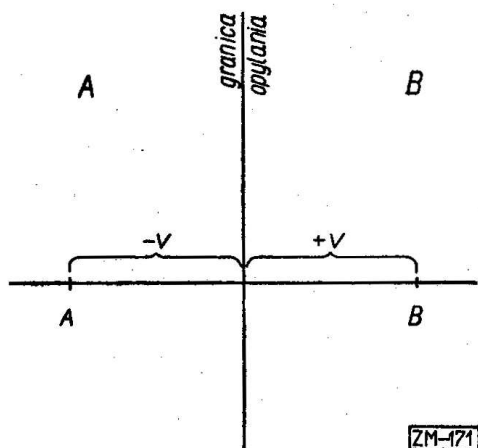
Rysunek 4 przedstawia odpowiedni schemat doświadczalny. Cały obiekt doświadczalny dzielimy na pola doświadczalne o wymiarach  $3L(T) \times 3L(T)$ . W naszym przypadku będą to więc kwadraty o wymiarach  $150 \text{ m} \times 150 \text{ m}$ , gdyż  $L(20) = 50 \text{ m}$ . Każde poletko doświadczalne musimy w ciągu całego doświadczenia traktować jednorodnie, tj. albo całe pole doświadczalne potraktować jakimś zabiegiem, albo nie. Nie wolno takiego poletka doświadczalnego dzielić na części i jedne części traktować zabiegiem, a innych nie. W środku każdego pola doświadczalnego wytyczamy poletko o wymiarach  $L(T) \times L(T)$ , a więc — w naszym przypadku — o wymiarach  $50 \text{ m} \times 50 \text{ m}$ . Poletko w ciągu całego doświadczenia traktujemy zupełnie tak samo jak całe pole doświadczalne, na którym je wytyczyliśmy. Wyniki doświadczenia zbieramy jednak tylko na



Rys. 4. Schemat pól i poletek doświadczalnych

poletku, a resztę pola traktujemy jako pas ochronny. Na rysunku 4 poletka zostały zakreśkowane, a pozostałe części pól pozostały białe.

Drugi sposób zakładania doświadczeń wymaga uwzględnienia zakłóceń spowodowanych ruchliwością. Rysunek 5 przedstawia granicę dwóch poletek *A* i *B*, z których pierwsze potraktowane było zabiegiem *A*, drugie zabiegiem *B*. Celem doświadczenia jest



Rys. 5. Schemat pobierania próbek

porównać skuteczność tych zabiegów. Nieznane nasilenie słodyszka otrzymane wskutek zastosowania zabiegu *A* oznaczmy przez  $S_a$ , a nieznane nasilenie otrzymane po drugim zabiegu oznaczmy przez  $S_b$ . Wyniki doświadczenia badamy za pomocą par próbek położonych symetrycznie względem granicy opylania. Jedną z takich par oznaczoną jest na rysunku 5 również literami *A* i *B*. Odległość miejsca pobrania próbki *A* od granicy oznaczmy przez  $-v$ , a odległość próbki *B* przez  $+v$ . W chwili *t* po zabiegu *A* na polu *A* i równoczesnym zabiegu *B* na polu *B* należy pobrać próbki *A* i *B* i określić nasilenie słodyszka w tych miejscach. Oznaczmy te dwa nasilenia przez  $S_{pA}$  i  $S_{pB}$ . Nasilenie  $S_{pA}$  składa się z nasilenia tych słodyszków, które pozostały na krzaku lub przedostały się na rozważany krzak z pola *A* z nasilenia tych słodyszków, które na rozważany krzak przedostały się z pola *B*, oraz z nasilenia spowodowanego nalotem. Pierwsze z tych składowych nasileni wyniesie w myśl wzoru (4)  $S_a(1 - \Phi(-v/\sigma\sqrt{t}))$ , drugie  $S_b(1 - \Phi(v/\sigma\sqrt{t}))$ ; trzecią składową oznaczmy przez  $N$ , skąd

$$\begin{aligned} S_{pA} &= S_a(1 - \Phi(-v/\sigma\sqrt{t})) + S_b(1 - \Phi(v/\sigma\sqrt{t})) + N = \\ &= (S_a + S_b)(1 - \Phi(-v/\sigma\sqrt{t})) + S_a\Phi + N, \end{aligned}$$

gdzie  $\Phi = \Phi(v/\sigma\sqrt{t}) - \Phi(-v/\sigma\sqrt{t})$ . Podobnie otrzymamy wielkość nasilenia  $S_{pB}$

$$S_{pB} = (S_a + S_b)(1 - \Phi(-v/\sigma\sqrt{t})) + S_b\Phi + N,$$

a stąd różnica tych nasileni znalezionych doświadczalnie wynosi

$$D = S_{pA} - S_{pB} = (S_a - S_b)\Phi.$$

Interesująca nas różnica nasileni słodyszka, otrzymanych w wyniku zabiegów *A* i *B*, wynosi

$$S_a - S_b = \frac{D}{\Phi} = \frac{S_{pA} - S_{pB}}{2\Phi(v/\sigma\sqrt{t}) - 1}.$$



Nie będziemy się tu zastanawiali nad właściwościami tego estymatora. Zauważmy tylko, że istotność znaku tego wyrażenia sprowadza się do istotności znaku różnicy  $S_{pA} - S_{pB}$ , a więc może być sprawdzana (przy wielu parach próbek) metodą łączenia ich w pary. Oczywiście, gdyby poletko  $A$  pozostawić bez zabiegu jako kontrolne, różnica  $S_a - S_b = S - S_b$  wskazywałaby na skuteczność zabiegu  $B$  ( $S$  — nasilenie słodyszka przed zabiegiem). Lepszym wskaźnikiem skuteczności zabiegu byłby iloraz  $W_b = (S - S_b)/S$ , będący frakcją słodyszków uśmierconych zabiegiem  $B$ .

R. Bucholski i K. Dykiert w swoich badaniach znaleźli również pewien wskaźnik skuteczności środka, a mianowicie

$$W_t(v) = 1 - \frac{S_{pA}}{2Sp_{vt} - S_{pA}},$$

gdzie  $p_{vt}$  jest prawdopodobieństwem, że słodyszek po czasie  $t$  przedostanie się z pola kontrolnego  $A$  na pole doświadczalne  $B$  w miejsce odległe o  $v$  od granicy opylania. Wskaźnik ten, zbudowany na zasadzie pobierania próbek symetrycznie do granicy opylania, naprowadził mnie na opisaną wyżej metodę uwzględnienia ruchliwości słodyszka w doświadczeniu.

**Zakończenie.** Badania opisane w powyższej pracy pozwalają uściślić pojęcie ruchliwości słodyszka i określić tę ruchliwość za pomocą parametru  $\sigma$ . Opisany jest sposób wyznaczania tego parametru. Podałem wzory na wymiary poletek i pasów ochronnych; wymiary te pozwalają przypuszczać, że wyniki doświadczeń nie zostaną zakłócone ruchliwością słodyszka w ciągu trwania doświadczenia. Podałem wreszcie metodę zakładania doświadczeń na mniejszych poletkach, na których nastąpią zakłócenia spowodowane ruchliwością słodyszka. Metoda ta pozwala określać skuteczność środka chemicznego i pozwala porównać skuteczności dwóch środków rugując wpływ nalotu i wpływ ruchliwości.

Wydaje się, że praca ta rozwiązuje postawione we wstępie zadanie, tj. daje podstawy do zakładania i analizowania polowych doświadczeń nad populacjami ruchomymi. Wyniki zawarte w niniejszej pracy nadają się oczywiście nie tylko do doświadczeń nad słodyszkami. Tak samo można traktować dowolne inne szkodniki kultur polowych czy leśnych lub łaskowych. Metody te umożliwią również badania nad innymi populacjami ruchomymi wspomnianymi we wstępie, jak np. nad populacją grzybów, bakterii czy roślin danego gatunku.

W pracy niniejszej poczyniłem pewne upraszczające założenia; przede wszystkim o stałej i izotropowej ruchliwości oraz o niezależnych przemieszczaniach słodyszka, o rozłącznych przedziałach czasu (o niezależnych

przyrostach). Wydaje mi się, że założenia te (chyba najtrudniejsze do przyjęcia dla praktyki) można będzie w przyszłości odrzucić. Trzeba w tym celu zbadać pewien proces stochastyczny niejednorodny w czasie i w przestrzeni (anizotropowy). Następnym nasuwającym się zagadnieniem jest uwzględnienie wpływu nasilenia na ruchliwość. Badanie tego wymaga stosowania pewnych schematów cybernetycznych albo procesów stochastycznych specjalnego typu.

Oddzielnym badaniom poddać należy inne założenia poczynione w niniejszej pracy. Przede wszystkim więc należy zbadać zabiegi wolno działające. W pracy niniejszej zakładam, że zabieg działa szybko, tj. że wpływ niejednoczesnego działania zabiegu ogranicza się do zakłóceń w wąskim pasie przy granicy opylania. Należy oszacować szerokość tego pasa zakłóceń dla najczęściej stosowanych zabiegów. Należy zbadać, czy nie można by uwzględnić w badaniach właśnie tych zakłóceń, czyli opracować metody zakładania doświadczeń i ich analizowania, jeśli do doświadczeń używa się zabiegu działającego powoli. W związku z tym narzuca się zagadnienie, czy ruchliwość słodyszka nie zależy od zabiegu i czy można przystosować metody opracowane w niniejszej pracy do różnych ruchliwości słodyszków pochodzących z różnych pól.

Podobnym badaniom poddać należy zabiegi działające długo, tj. zabiegi działające również na słodyszki, które z pola nieopylonego przedostały się po pewnym czasie na pole opylone. Wreszcie interesujące byłyby badania nad zabiegiem zarażającym, tj. nad takim, wskutek którego słodyszki dotknięte zabiegiem ginęłyby po pewnym czasie, ale przed tem zarażałyby inne napotkane słodyszki. Wydaje mi się, że każde z tych zagadnień da się rozwiązać za pomocą środków podobnych do użytych w niniejszej pracy, a nie trzeba chyba przekonywać o wielkiej wadze tych zadań dla praktyki ochrony roślin, a może także i dla innych dziedzin, których przedmiotami są populacje ruchome.

#### Prace cytowane

- [1] Б. В. Гнеденко, *Курс теории вероятностей*, Москва 1950.
- [2] J. Honeczarenko, *Doświadczenia nad zwalczaniem *Meligethes aeneus* Fabr. na rzepaku metodami chemicznymi*, Ann. Univ. M. C.-Sklodowskiej, Sectio E, 7 (1952), str. 115-153.
- [3] W. Trappman i W. Tomaszewski, *Allgemeine Richtungen für die Prüfung von Insektiziden*, Berlin 1937.

INSTYTUT MATEMATYCZNY POLSKIEJ AKADEMII NAUK

Praca wpłynęła 2. 1. 1956

---

Ю. ПЕРКАЛЬ (Вроцлав)

## О ПОДВИЖНЫХ СОВОКУПНОСТЯХ

## РЕЗЮМЕ

В статье рассмотрены схемы полевых опытов, предметом которых является подвижная совокупность, напр. совокупность рапсовых цветоедов (*Meligethes aeneus* Fabr.). Подвижность этой совокупности можно, при некоторых предположениях, определить при помощи стохастического процесса брауновского движения. Можно вычислить расстояние  $L(T)$ , которого с заданной вероятностью не пробегут рапсовые цветоеды в течении времени  $T$ , откуда следует, что большую опытную делянку надо распределить на опытные квадратобразные делянки, стороны которых больше  $2L(T)$ , причем  $T$  — время длительности опыта.

Опыты следует производить на целых опытных полях. Прибрежная полоса ширины  $L(T)$  может подлежать отклонениям по причине подвижности. Результаты опыта измеряют в середине каждой опытной делянки, точнее — в наметенной делянке отстоящей от межи поля на  $L(T)$ .

Можно также, при помощи соответствующего указателя, оценить последствия опыта и сравнивать последствия двух опытов из измерений нарушенных подвижностью. Для этого следует измерять в точках симметричных меже между делянками. Расстояния точек измерений от этой межи могут быть произвольны, напр. меньше  $L(T)$ .

J. PERKAL (Wrocław)

## ON MOBILE POPULATIONS

## SUMMARY

The author deals with systems of field experiments in which the subject of experiments is a mobile population, e. g. the population of pollen beetle (*Meligethes aeneus* Fabr.) on a rape seed field. Under certain assumptions the mobility of this population can be determined by means of a stochastic process of Brown movements. It is possible to calculate the distance  $L(T)$  which will not be covered by the pollen beetles during the time  $T$  with a given probability.

It follows that the experimental object should be divided into experimental fields, square in shape, with the sides larger than  $2L(T)$ , where  $T$  is the duration time of the experiment. The experimental treatments should be made over the whole fields. A boundary strip  $L(T)$  wide on the sides of every plot may be subject to disturbances due to mobility. Measurements of the results of the experiment should be made in the middle of each experimental field, to be more precise — on a specially traced plot at the distance of  $L(T)$  from the boundaries of the field.

It is also possible, by means of a suitable index, to estimate the efficacy of treatment and to compare the efficacy of two treatments from the measurements disturbed by mobility. For this purpose the measurements should be made at points that are symmetrical with respect to the boundary between the fields. The distances of these points from the boundary may be arbitrary, e. g. less than  $L(T)$ .