

J. RUDOLPH (Berlin)

ÜBER DAS MATHEMATISCHE MODELL DES ELEMENTAREN PRODUKTIONSSYSTEMS

1. Zum Problem. In der Praxis der sozialistischen Wirtschaft und in der ökonomischen Theorie zeigt sich gleichermaßen immer stärker die Notwendigkeit, moderne wissenschaftliche Erkenntnisse und technische Mittel anzuwenden. Die Entwicklung und das Funktionieren neuer Systeme der Wirtschaftsleitung in der sozialistischen Ländern kann ohne die Anwendung der Kybernetik und Mathematik sowie ohne den Einsatz elektronischer Datenverarbeitungsanlagen nicht erfolgreich sein. Eine wesentliche Voraussetzung für die Lösung der in der Wirtschaftspraxis stehenden großen Aufgaben ist die volle und konkrete Erkenntnis der objektiven Gesetze, welche den Reproduktionsprozeß in seiner Gesamtheit und in seinen Teilen beherrschen, und eine andere ist die Fähigkeit, diesen Prozeß modellmäßig ab- und nachzubilden, sodaß er *ex ante* simuliert werden kann, um die entsprechenden gesellschaftlichen Organe in die Lage zu versetzen, die für die Gesellschaft nützlichsten Entscheidungen zu treffen. Beides setzt das Vorhandensein bzw. die Schaffung einer kybernetisch-mathematischen Theorie ökonomischer Systeme voraus.

Mit der vorliegenden Arbeit soll der Versuch gemacht werden, auf diesem Wege einen Schritt voranzukommen. Der Verfasser unternimmt es dabei, aufbauend auf vorangegangenen eigenen Arbeiten, vor allem die systemtheoretischen Gedanken zu verwerten, die von Oskar Lange, Henryk Greniewski und Maria Kempisty sowie Georg Klaus erarbeitet wurden ([2], [3], [4], [5]). Als Untersuchungsobjekt wurde dafür der Typ jenes ökonomischen Systems gewählt, in dem der arbeitsteilige Produktionsprozeß in elementarer Form vor sich geht; wie er z. B. in den Produktionsabteilungen eines Betriebes in Erscheinung tritt. Diese Beschränkung ist nicht nur durch den hier zur Verfügung stehenden Raum diktiert, sondern erweist sich auf Grund der Komplexität ökonomischer Systeme als für den Erkenntnisprozeß unumgänglich notwendig. Um das Grundsätzliche herauszuarbeiten, müssen hier eine Reihe vereinfachender Unterstellungen vorgenommen werden, die der Leser erkennen

wird; jedoch sind es nur solche, welche das Gesamtergebnis nicht wesentlich beeinflussen.

2. Beschreibung des Produktions-Elementar-Systems. Unter einem Produktions-Elementar-System (PES) wird ein ökonomisches System verstanden, in dem der Arbeitsprozeß, d. h. der Prozeß der Auseinandersetzung des Menschen mit der Natur zur Gewinnung von Gebrauchswerten für die Befriedigung seiner Bedürfnisse (Marx) arbeitsteilig abläuft.

Es wird also "Arbeit für andere" geleistet, womit der Austausch von Arbeit in einer Form (Gebrauchswerte) gegen Arbeit in anderer Form (Wert, und damit auch: Anspruch aus geleisteter Arbeit auf "von anderen" produzierte Gebrauchswerte) verbunden ist. Die Elemente dieses Systems sind die Arbeitskraft, das Arbeitsmittel und der Arbeitsgegenstand, und das Ergebnis des Arbeitsprozesses ist das Produkt — mit einem Gebrauchswert —, das einen Wert besitzt. Dieses elementare System und der darin ablaufende Arbeitsprozeß ist in allen Gesellschaftsformen existent und kann daher insoweit auch unabhängig von seiner gesellschaftlichen Form betrachtet werden (Marx).

Der *Output* dieses Systems ist ein *Produkt* (oder mehrere Produkte) von der Art (Gebrauchswert) j , das im Intervall t mit der Menge (Anzahl von "Natural-Einheiten" —NE—, z. B. Stück, t, m², m³ etc.) B_{jt} hervorgebracht wird, wobei $j, t = 1, \dots, k$.

Sein *Input* tritt in der Form der Elemente des Arbeitsprozesses in Erscheinung.

Die *Arbeitskraft* wird hinsichtlich ihrer Qualität nach Qualifikationen i ("Funktions"-Qualifikation als spezialisierte Weiterentwicklung einer Berufs-Qualifikation) und bezüglich ihrer Quantität nach "Vollbeschäftigten-Einheiten" (VE) charakterisiert (1 VE = 1 Person, die während einer "Schicht" bzw. die gesetzlich fixierte Anzahl von Wochenarbeitsstunden voll arbeitet). Außerdem ist jede Arbeitskraft i (ganz oder teilweise) zur Produktion eines bestimmten⁽¹⁾ Produkts j eingesetzt. Zur Beginn des Intervalls t ist ein "Gesamtarbeiter" (zweckmäßig nach Qualifikationen zusammengesetzte Anzahl von Arbeitskräften) im Umfang von

$$(1) \quad E_{bjt} = \sum_i E_{bijt}$$

Vollbeschäftigten-Einheiten vorhanden. Infolge verschiedener, hier nicht näher zu untersuchender Ursachen gibt es im Laufe des Intervalls Ab-

(1) oder einer Anzahl bestimmter "sortimentsmäßig" verbundener Produkte; der Vereinfachung der Darstellung halber wird nur der Fall betrachtet, daß ein einziges Produkt hergestellt wird.

gänge an Arbeitskräften im Umfang (VE) von

$$(2) \quad E_{ait} = \sum_i E_{aijt},$$

die (im Durchschnitt) \hat{y}_{ajt} Bruchteile des Intervalls arbeiten (\hat{y} = Funktionszeit), und Zugänge von

$$(3) \quad E_{zjt} = \sum_i E_{zijt}$$

mit der Funktionszeit \hat{y}_{zjt} . Am Ende des Intervalls t ist ein Gesamtarbeiter von

$$(4) \quad E_{ejt} = \sum_i E_{eijt}$$

vorhanden. Der "im Durchschnitt" des Intervalls t fungierende Gesamtarbeiter hat dann den Umfang

$$(5) \quad E_{\dot{a}ijt} = E_{bjt} - E_{ajt}(1 - \hat{y}_{ajt}) + E_{zjt}\hat{y}_{zjt}.$$

Die Bewegung des Arbeitskräftebestandes im Intervall ist also:

$$(6) \quad E_{bjt} - E_{ajt} + E_{zjt} = E_{ejt},$$

wobei der Index e den Zustand zu Ende des Intervalls angibt. Die Zugänge E_{zjt} und die Abgänge E_{ajt} bilden — wenn man den Begriff des In- und Outputs nicht zu eng faßt — den *Arbeitskraft-In-und-Output* des PES.

Der *Arbeitsinput* (an *lebendiger* Arbeit) des Systems ist davon verschieden; er stellt das Volumen an Arbeit (im ökonomischen, nicht aber physikalischen Sinne) dar, was sich wie folgt bemißt: Der Gesamtarbeiter $E_{\dot{a}jt}$ ist im Intervall während \hat{h}_{jt} Stunden *tatsächlich* im Arbeitsprozeß tätig (gesetzliche Arbeitszeit plus Überstunden minus Ausfallstunden). Seine qualifikatorische Struktur ist (im Durchschnitt des Intervalls) charakterisiert mit

$$(7) \quad e_{\dot{a}ijt} = E_{\dot{a}ijt} E_{\dot{a}jt}^{-1},$$

wobei $i = k+1, \dots, n$.

Das "spezifische ökonomische Gewicht" der von einer Arbeitskraft mit der Qualifikation i geleisteten Arbeit q_{it} , d. h. der Kompliziertheitsgrad dieser Arbeit (Marx), ist objektiv bestimmt durch die (gesellschaftlich durchschnittlichen) Reproduktionskosten dieser Arbeitskraft. Für die "einfache Arbeit" (Marx) — $i = k+1$ — gilt.

$$(8) \quad q_{k+1,t} = 1,$$

für jede Art komplizierter Arbeit — $i = k+2, \dots, n$ — ist

$$(9) \quad q_{it} > 1.$$

Der Arbeitsinput, erforderlich zur Erzeugung des Produkts B_{jt} , ist demnach

$$(10) \quad \hat{h}_{jt} \sum_i E_{ajit} q_{it};$$

er wird gemessen in "Stunden einfacher Arbeit" (heA).

In Verbindung mit der Beschaffenheit des Arbeitsmittels (s. u.) hat der Gesamtarbeiter die Fähigkeit — bei einem bestimmten gesellschaftlich-durchschnittlichen (Normal-) Grad der Arbeitsintensität (Marx) —, eine bestimmte Menge an Produkten in der (physikalischen) Zeiteinheit (Stunde) hervorzubringen; es ist die "Produktion pro Arbeiterstunde"

$$(11) \quad \hat{p}_{ajt} = B_{jt} (E_{ajit} \hat{h}_{jt})^{-1}.$$

Bezogen auf die Stunde *einfacher* Arbeit erhält man schließlich eine Kennziffer, die im ökonomisch-theoretischen Sinne mit größerer Berechtigung als \hat{p}_{ajt} als "Arbeitsproduktivität" bezeichnet werden kann:

$$(12) \quad p_{ajt} = B_{jt} \left(\hat{h}_{jt} \sum_i E_{ajit} q_{it} \right)^{-1},$$

da hier im Nenner eine ökonomische Größe steht und keine physikalische. Der reziproke Wert dieser Größe

$$(13) \quad p_{ajt}^{-1} = v_{ajt}$$

gibt den spezifischen Aufwand an lebendiger Arbeit, den Neuwert, an. Damit wird auch eine solche Aussage exakt, die besagt, daß die Arbeitsproduktivität die reziproke Größe des von der lebendigen Arbeit geschaffenen Neuwerts ist.

Das *Arbeitsmittel*, das fast immer eine zweckbestimmte *Kombination* verschiedener (früherer) Produkte $i (i, j = 1, \dots, k)$ ist und im allgemeinen als *Grundfonds* bezeichnet wird, tritt als eine *Kapazität* zur Herstellung einer bestimmten Menge von Produkten von der Art j *pro Stunde* in Erscheinung. Gleichzeitig verkörpert es eine bestimmte *Technologie* (technisches Niveau, Organisation der Arbeit etc.)

Zu Beginn des Intervalls ist ein Grundfonds vorhanden mit einer Kapazität C_{bjt} , dessen Zusammensetzung (aus früheren Produkten i), seine "Sachstruktur", mit G_{bijt} charakterisiert wird. Letztere ist definiert als spezifischer Einsatz von (einzelnen Produkten mit dem Charakter von) Arbeitsmitteln pro Kapazitätseinheit

$$(14) \quad g_{bijt} = G_{bijt} C_{bjt}^{-1}.$$

Davon scheiden im Laufe des Intervalls Teilkapazitäten aus im Umfang von C_{ajt} mit einer Sachstruktur g_{ajit} , die (im Durchschnitt) \bar{y}_{ajt} Bruchteile des Intervalls im Betrieb sind. Der Zugang an Kapazität

ist C_{zjt} mit einer Funktionszeit \bar{y}_{zjt} und einer Struktur g_{zijt} . Im Durchschnitt des Intervalls t fungiert also eine Kapazität von

$$(15) \quad C_{ajt} = C_{bjt} - C_{ajt}(1 - \bar{y}_{ajt}) + C_{zjt}\bar{y}_{zjt}.$$

Der zu Beginn vorhandene, der davon verbleibende und der hinzukommende Grundfonds bedarf, um betriebsfähig zu bleiben, ständig der Erhaltung oder Reparatur. Das ist Demontage physisch verschlissener Teile und Ersatz durch neue sowie Aufwand an damit verbundener Montage- und Pflegearbeit (welch letztere besondere "Produkte" der diese Arbeit ausführenden Produktions-Systeme darstellen; in $i, j = 1, \dots, k$ enthalten). Dieser Aufwand (Marx bezeichnete ihn als "Zusatzkapital") ist ein Zugang zum Grundfonds, der mit D_{ij} bezeichnet werden soll. Die bei Reparaturen ausscheidenden Teile sollen \bar{D}_{ij} heißen, sie werden, der Vereinfachung wegen, fernerhin — außer in den Formeln (17), (24), (33), (37), (39) — außer Betracht bleiben. Beide haben keinen Einfluß auf die Kapazität. Die Bewegung des "Sachbestandes" ist also eine andere als jene der Kapazität des Grundfonds. Erstere ist:

$$(16) \quad C_{bjt} - C_{ajt} + C_{zjt} = C_{ejt},$$

letztere dagegen:

$$(17) \quad G_{bijt} - G_{aijt} - \bar{D}_{ij} + G_{zijt} + D_{ij} = G_{eijt}.$$

Hierbei gilt:

$$(18) \quad D_{ij} = D_{bijt} - D_{aijt}(1 - \bar{y}_{ajt}) + D_{zijt}\bar{y}_{zjt},$$

und es bedeuten D_b, D_a, D_z die Reparaturaufwendungen für die respektiven Kapazitäten C_b, C_a, C_z . Die spezifischen Reparaturaufwendungen (pro Kapazitätseinheit) sind (allgemein) definiert mit

$$(19) \quad d_{ij} = D_{ij}C_j^{-1}.$$

Der Intervall-Durchschnitts-Sachbestand des Grundfonds ist entsprechend:

$$(20) \quad G_{aijt} = G_{bijt} + D_{bijt} - (G_{aijt} + D_{aijt})(1 - \bar{y}_{ajt}) + (G_{zijt} + D_{zijt})\bar{y}_{zjt}.$$

Der *Produkten-Input* in Verbindung mit der *Grundfondsreproduktion* des PES ist mithin durch die Größen G_{zijt} und D_{ij} und ein spezieller *Output* in der Form von gebrauchten Grundfondsbestandteilen, Schrott etc. durch G_{aij} (und \bar{D}_{ij}) dargestellt.

Daneben entsteht aus der Nutzung des Grundfonds ein *Arbeitsinput* in der Form der "Wertübertragung" \equiv Übertragung von *vergegenständlichter Arbeit* auf das neue Produkt in aliquoten Teilen entsprechend der Anzahl der Intervalle, welche die ökonomische — nicht physische! — Lebensdauer des Grundfonds (hier gilt der *moralische* Verschleiß) ausma-

chen. Es seien δ_{jt} der reziproke Wert dieser Lebensdauer und H_{it} der (heutige) Arbeitsaufwand (in heA) pro Mengeneinheit des (im Grundfonds enthaltenen früheren Produkts i). Dann ist dieser spezielle Arbeitsinput insgesamt im Intervall t :

$$(21) \quad \delta_{jt} \sum_i G_{ajt} H_{it};$$

als spezifischer Aufwand (pro NE des Produkts j) hat er den Umfang:

$$(22) \quad a_{jt} = \left(\delta_{jt} \sum_i G_{ajt} H_{it} \right) B_{jt}^{-1}.$$

Daneben besteht ein Input an Arbeit im physikalischen Sinne. Der Grundfonds mit der Stundenkapazität C_{jt} ist \bar{h}_{jt} Stunden im Intervall t im Betrieb. Infolge von Mehrschichtbetrieb, Sonn- und Feiertagsarbeit gilt allgemein

$$\bar{h}_{jt} \geq \hat{h}_{jt};$$

\bar{h}_{jt} ist die *tatsächliche* Zahl der Betriebsstunden dieser Kapazität, also eine extensive Größe der Kapazitätsnutzung. Demgegenüber hat der Koeffizient, welcher die Ausnutzung der Stundenkapazität selbst angibt,

$$0 \geq c_{jt} \geq 1,$$

eine extensive (Nutzung unter/bis 60 Minuten) und eine intensive Komponente (langsamerer oder schnellerer Gang der Anlagen als er der Norm entspricht).

Unter Beachtung dieser Zusammenhänge ergibt sich folgende Beziehung:

$$(23) \quad B_{jt} = C_{ajt} c_{ajt} \bar{h}_{jt}.$$

Im Zusammenhang mit der Bewegung des Grundfonds ergibt sich ein Bedarf an Akkumulationsmitteln (Real-Akkumulation) in Höhe von:

$$(24) \quad \sum_i (G_{zijt} + D_{ijt}) H_{it} - \sum_i (G_{ajt} + \bar{D}_{ijt}) \bar{H}_{it} - \delta_{jt} \sum_i G_{ajt} H_{it}.$$

Der *Arbeitsgegenstand* tritt in einer Vielfalt von vorstufigen Produkten i in Erscheinung (Rohstoffe, Halbfabrikate, Energie, einschließlich der Transport- und Handelsleistungen dafür); er wird häufig, obwohl nicht ganz zutreffend, als "Material" bezeichnet. Der Quantität nach wird er in Naturaleinheiten (NE) gemessen.

Die Menge an Produkten i ($i = 1, \dots, k$), welche im Intervall t zur Produktion von B_{jt} *verbraucht* wird, ist M_{ijt} , und der spezifische Verbrauch ist

$$(25) \quad m_{ijt} = M_{ijt} B_{jt}^{-1}.$$

Die Materialvorräte (wie auch die Bestände auf dem Versandlager) sollen hier außer Betracht bleiben.

Der *Arbeitsgegenstände-Input* des Systems ist M_{ijt} , wenn nur ein Produkt j produziert wird, sonst gilt:

$$M_{it} = \sum_j M_{ijt}.$$

Der damit verbundene *Arbeitsinput* (an vergegenständlichter Arbeit) ist

$$M_{ijt}H_i$$

und der spezifische:

$$(26) \quad \mu_{ijt} = (M_{ijt}H_i)B_j^{-1}.$$

Nunmehr läßt sich der *System-Input* I_s (= Input aus dem "Milieu" des PES) an Produkten und Arbeitskräften bestimmen. Erster stellt sich dar als *Waren-Bezug*

$$X_{it}^0 = \sum_j (M_{ijt} + G_{zijt} + D_{ijt}),$$

letzterer als *Arbeitskräfte-Zugang*

$$E_{zit} = \sum_j E_{zijt}.$$

Die Gesamterzeugung B_{jt} besteht aus der Masse der Fertigprodukte F_{jt} und der Erhöhung des Bestandes an unvollendeten Produkten U_{zijt} , wobei $i \equiv j$. Letzterer kann auch negativ sein, also eine Bestandsverminderung; dann ist

$$B_{jt} < F_{jt}.$$

Es ist also:

$$B_{jt} = F_{jt} + U_{zijt}.$$

Da hier keine Bestandsveränderungen an Fertigprodukten in Betracht gezogen werden sollen, so ist F_{jt} gleich dem (*Haupt-*)*System-Output* O_s an Produkten, also:

$$X_{jt} = B_{jt} - U_{zijt}.$$

Dazu kommen die oben erwähnten speziellen Outputs

$$G_{aijt} \quad \text{und} \quad \bar{D}_{ijt} \quad \text{sowie} \quad E_{aijt}.$$

Auch bezüglich des Bestandes an unvollendeten Produkten gibt es eine Bewegung ähnlich jener des Grundfonds-Sachbestandes, die sich wie folgt beschreiben läßt:

$$(27) \quad U_{bijt} - U_{aijt} + U_{zijt} = U_{eijt}$$

oder, einfacher, indem

$$(28) \quad U_{ajt} = -U_{zjt}$$

gesetzt wird:

$$(29) \quad U_{bjt} + U_{zjt} = U_{ejt}.$$

Der im Intervall durchschnittlich vorhandene Bestand wird (im allgemeinen) wie folgt bestimmt:

$$(30) \quad U_{ajt} = (U_{bjt} + U_{ejt})2^{-1}.$$

Damit läßt sich die Umschlagszahl dieses Vorrats berechnen:

$$(31) \quad u_{ajt} = B_{jt}U_{ajt}^{-1}$$

und weiter erhält man, unter Berücksichtigung der Anzahl der Kalendertage des Intervalls \hat{t}_t , die durchschnittliche Lagerverweildauer (als "Richtsatz-Tage" bekannt) dieses Vorrats (in Tagen) mit:

$$(32) \quad u_{ajt} = \hat{t}_t \hat{u}_{ajt}^{-1}.$$

Aus der Bewegung dieses Vorrats ergibt sich ein weiterer Bedarf an (bzw. Freisetzung von) Akkumulationsmitteln in Höhe von

$$U_{zjt}H_{it}.$$

Außer den bisher dargestellten Bewegungen an Produkten und Arbeitskräften besteht eine *Wertbewegung* im PES. Sie wird hier (der Vereinfachung wegen) nur im Wert und in Werteinheiten (heA), nicht aber in Preisen und in Währungseinheiten gezeigt.

Bezeichnet man den individuellen Wert des Produkts j , das in dem speziellen in Rede stehenden System produziert wird, mit κ_{jt} , so ist der Wert der Gesamterzeugung definiert mit:

$$B_{jt}\kappa_{jt}.$$

Die individuelle Wertgröße κ_{jt} selbst ist definiert mit:

$$(33) \quad \kappa_{jt} = \alpha_{jt} + \mu_{jt} + \nu_{jt}.$$

Dafür erhält man explizit — unter Beachtung der Formeln (22), (23), (25), und (26) sowie (7), (11), (12), (13) — folgenden Ausdruck:

$$\kappa_{jt} = \sum_i [(c_{ajt}^{-1} \bar{h}_{jt}^{-1} g_{ajt} \delta_{jt} + m_{ijt}) H_{it} + e_{ajt} \hat{p}_{ajt}^{-1} q_{ait}].$$

Der in diesem Prozeß produzierte Neuwert, das *Nettoprodukt*

$$B_{jt}\nu_{jt}$$

ist die Quelle für:

a) die Real-Akkumulation:

$$(34) \quad A_j = \sum_i (G_{zijt} + D_{ijt} + U_{zijt}) H_{it} - \left[\sum_i (G_{aijt} + \bar{D}_{aijt}) \bar{H}_{it} + B_j a_j \right],$$

b) die Befriedigung der Ansprüche des Gesamtarbeiters des Systems aus bezahlter Arbeit

$$(35) \quad W_{jt} = E_{ajt} \hat{h}_{jt} \sum_i e_{aijt} \omega_{aijt}$$

(das Symbol ω steht für das stunden-durchschnittliche Einkommen aus Arbeit),

c) die Deckung der Ansprüche des Staates für gesamtgesellschaftliche Aufgaben (hier nur Produktionsfondsabgabe unterstellt):

$$(36) \quad T_{jt} = \tau_{jt} \sum_i G_{aijt} H_{it}$$

(das Symbol τ steht für den Abgabensatz),

d) die Geld-Akkumulation

$$S_{jt},$$

welche sich in Depositen (und Barbeständen bzw. Kreditrückzahlungen) niederschlägt oder, wenn negativ ($-S_{jt}$), Inanspruchnahme eigener Depositen (und Barmittel) bzw. Kreditinanspruchnahme bedeutet.

Mit der gesamten Wertbewegung sind weitere System-Inputs und -Outputs verbunden, und zwar:

a) Einnahmen aus dem Verkauf von Waren (Absatz) und ausrangierten Grundfondsbestandteilen:

$$(37) \quad X_{jt} H_{jt} + \sum_i (G_{aijt} + \bar{D}_{ijt}) \bar{H}_{it},$$

b) Ausgaben für den Kauf von Waren (Bezug):

$$(38) \quad \sum_i X_{ijt}^0 H_{it},$$

c) Ausgaben für die Lohnzahlung:

$$W_{jt},$$

d) Ausgaben für die Zahlung von Abgaben:

$$T_{jt},$$

e) Ausgaben (bzw. Einnahmen) im Zusammenhang mit der Geld-Akkumulation

$$S_{jt}.$$

Die systemexterne Wertbewegung (Grundform der Einnahmen-Ausgaben-Bilanz) läßt sich in folgender Gleichung darstellen:

$$(39) \quad X_{jt}H_{jt} + \sum_i (G_{aijt} + \bar{D}_{aijt})\bar{H}_{it} = \sum_i X_{ijt}^0 H_{it} + W_{jt} + T_{jt} + S_{jt}.$$

Neben dem System-In- und Output, der intervallbezogen erfaßt wird (werden muß), gibt es noch zwei weitere Arten, nämlich

- a) den transitorischen In- und Output (I_T, O_T) und
- b) den Umlauf-In- und Output (I_U, O_U).

Damit hat es folgende Bewandnis: Die zu Beginn des Intervalls t existierenden "Bestände" an Grundfonds und Umlauffonds G_{bijt}, C_{bijt} und U_{bijt} und die vorhandenen Arbeitskräfte E_{bijt} "gehen ein" in den Produktionsprozeß dieses Intervalls, und die am Ende vorhandenen in jenen des nächsten. Es ist also:

$$I_T \ni G_{bijt}(C_{bijt}), U_{bijt}, E_{bijt},$$

$$O_T \ni G_{eijt}(C_{eijt}), U_{eijt}, E_{eijt}.$$

Der im Laufe des Intervalls entstehende Zuwachs an unvollendeter Produktion U_{zijt} ist im Augenblick seines Entstehens sowohl Ergebnis des Produktionsprozesses als auch Teil der Real-Akkumulation. Dasselbe trifft für den Eigenverbrauch an (selbst produzierten) Produkten zu; das ist die Differenz

$$F_{jt} - X_{ijt}^0.$$

In beiden Fällen handelt es sich also um einen stofflichen "inneren Umlauf" des Systems, weshalb die Termini Umlauf-Input und Umlauf-Output gewählt wurden.

Den Stoffwechsel des Produktions-Elementar-Systems im Intervall t zeigt folgendes Schema:

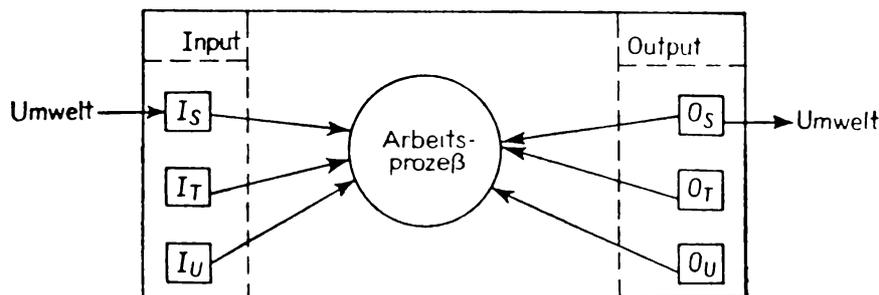


Abb. 1

3. Verhaltensweise des Produktions-Elementar-Systems. Produktions-Systeme sind ihrem Wesen nach absatz-(Markt-) und produktivitäts-(Gewinn-)orientiert. Ist ihr *Produktionsprofil* gegeben, so besteht ihr

Ziel darin, daß sie den Absatzmöglichkeiten entsprechend und möglichst billig produzieren. Danach richten sie ihr taktisches und strategisches Verhalten. Bei ihrer Tätigkeit sind sie an *allgemeine* gesetzmäßige und *spezielle Bedingungen* gebunden. Die allgemeinen Bedingungen werden vom *Proportionalitäts- und Effektivitätsgesetz der Produktion* (genauer: des PES) gebildet, die speziellen vom möglichen System-(Haupt-) Output (X_{jt}) und-Input und vom transitorischen Input. Jede Verletzung des Proportionalitätsgesetzes mindert die mögliche maximale Effektivität.

Die Verhaltensweise des PES und damit die Beziehungen zwischen seinem Input und Output lassen sich mathematisch als Transformation darstellen ([1], [5]), wobei der Transformationsoperator aus dem Proportionalitätsgesetz — das in seinen Grundzügen für das PES im Abschnitt 2 abgeleitet wurde — heraus zu entwickeln ist. Den Transformationsbereich bilden die Inputs $\mathbf{x} \ni I_S, I_T, I_U$, das Transformationsfeld die Outputs $\bar{\mathbf{y}} \ni O_S, O_T, O_U$. Die Transformation ist vom Typ (siehe [5], S. 10)

$$\mathbf{x} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{y},$$

da der Haupt-Output X_{jt} — unter Berücksichtigung der System-Inputs, die als *Restriktionen* mehr oder weniger großer Elastizität auftreten, und beeinflußt ferner durch eine *Zielfunktion*, welche sich aus dem Effektivitätsgesetz ableitet — in der sozialistischen Wirtschaft den Hauptfaktor für die Gestaltung der Struktur des PES bildet (absatz- bzw. bedarfsorientiertes System).

Bei der Ableitung des Gleichungssystems des Proportionalitätsgesetzes des PES ist mithin von seinem System-Output an Gebrauchswerten auszugehen.

Um einen bestimmten Absatz X_{it} zu erbringen, ist, unter Beachtung des "inneren Umlaufs" ($O_U \rightarrow I_U$) an Produkten dieser Art ein bestimmter Produktionsumfang B_{it} nötig.

Diesen Zusammenhang bringt folgende Gleichung zum Ausdruck:

$$(40) \quad B_{it} - M_{ijt} - G_{zijt} - D_{ijt} - U_{zijt} = X_{it}.$$

Es ist also auch für ein bestimmtes Produkt j :

$$I_U \equiv O_U = M_{jjt} + G_{zjjt} + D_{jjt} + U_{zjjt}.$$

Die Größen M, G, D, U sind sämtlich einerseits vom Produktionsvolumen B und andererseits vom technisch-ökonomischen Niveau des Arbeitsprozesses, d. h. von seiner "Technologie" abhängig; sie können mithin als Funktionen von B und den Parametern, welche die Technologie charakterisieren, formuliert werden. Unter Beachtung der Formeln (14)-

(23), (25), (27)-(32) nimmt die Gleichung (40) folgende Gestalt (Index t wird weggelassen) an:

$$\begin{aligned} B_i - B_j m_{ij} - B_j c_{dj}^{-1} \bar{h}_j^{-1} \bar{y}_{zj}^{-1} g_{zij} + C_{bj} \bar{y}_{zj}^{-1} g_{zij} - \\ - C_{aj} (1 - \bar{y}_{aj}) \bar{y}_{zj}^{-1} g_{zij} - C_{bj} d_{bij} + C_{aj} (1 - \bar{y}_{aj}) d_{aij} - \\ - B_j c_{dj}^{-1} \bar{h}_j^{-1} d_{zij} \bar{y}_{zj}^{-1} - B_j 2\hat{t}^{-1} u_{dij} + 2U_{bij} = X_i. \end{aligned}$$

Definiert man:

$$m_{dij}^* = m_{ij} + c_{dj}^{-1} \bar{h}_j^{-1} \bar{y}_{zj}^{-1} g_{zij} + c_{dj}^{-1} \bar{h}_j^{-1} \bar{y}_{zj}^{-1} d_{zij} + 2\hat{t}^{-1} u_{dij}$$

und

$$\Delta_{ij}^B = C_{bj} (\bar{y}_{zj}^{-1} g_{zij} - d_{bij}) - C_{aj} (1 - \bar{y}_{aj}) (\bar{y}_{zj}^{-1} g_{zij} - d_{aij}) + 2U_{bij},$$

so ergibt sich:

$$B_i - B_j m_{dij}^* + \Delta_{ij}^B = X_i$$

oder

$$(41) \quad B_i (1 - m_{dij}^*) + \Delta_{ij}^B = X_i.$$

In der Gleichung (41) kommt das objektiv notwendige Verhalten des PÉS zum Ausdruck, um einen Absatz X_j zu bewerkstelligen, allerdings nur für Produkte, die vom PÉS produziert werden; sonst gilt:

$$(42) \quad B_i m_{dij}^* + \Delta_{ij}^B = X_i^0.$$

Es mag daran erinnert werden, daß

$$X_i^0 = -X_i,$$

also einen *Waren-Bezug* darstellt.

Die Gleichungen (41) und (42) lassen erkennen, daß sie in die Matrixform

$$(\mathbf{E} - \mathbf{M}^*) \mathbf{b} + \boldsymbol{\delta}^B = \mathbf{x}$$

gebracht werden können, wobei \mathbf{E} für die Einheitsmatrix, \mathbf{M}^* für die Matrix der Koeffizienten m_{dij}^* , $\boldsymbol{\delta}^B$ für den Vektor der Δ_{ij}^B , \mathbf{b} für den Vektor der B_j und \mathbf{x} für den Absatz-/Bezugs-Vektor X_j steht.

Der System-Input (brutto!) E_{zij} an Arbeitskräften ergibt sich — unter Beachtung der Formeln (1) bis (11) — zu:

$$(43) \quad E_{zij} = B_j \hat{h}_j^{-1} \hat{p}_{dj}^{-1} e_{dij} \hat{y}_{zj}^{-1} - E_{bij} \hat{y}_{zj}^{-1} + E_{aj} (1 - \hat{y}_{aj}) \hat{y}_{zj}^{-1}.$$

Definiert man:

$$(44) \quad p_{dij}^* = \hat{h}_j^{-1} \hat{p}_{dj}^{-1} e_{dij} \hat{y}_{zj}^{-1}$$

und

$$(45) \quad \Delta_{ij}^E = E_{aij} (1 - \hat{y}_{aj}) \hat{y}_{zj}^{-1} - E_{bij} \hat{y}_{zj}^{-1}$$

so erhält man:

$$(46) \quad B_j p_{aj}^* + \Delta_{ij}^E = E_{zij};$$

in Matrizenform:

$$(47) \quad \mathbf{p}^* \mathbf{b} + \boldsymbol{\delta}^E = \mathbf{e}.$$

Auch E_{zi} kann negativ sein; dann handelt es sich um eine Freisetzung von Arbeitskräften. Um den System-Output des PES an "Geld-Akkumulation" in analoger Weise darstellen zu können, bedarf es der Einführung einiger zusätzlicher Definitionen. Die Formeln (7), (11) und (35) beachtend, kann man für das (produkt-)spezifische Arbeitseinkommen setzen:

$$\omega_{aj}^* = W_j B_j^{-1}.$$

Gleichermaßen erhält man die (produkt-) spezifischen Abgaben (vgl. Formel (36)) mit:

$$\tau_j^* = T_j B_j^{-1}.$$

Was die Real-Akkumulation A_j betrifft, so erhält man — unter Beachtung der Formeln (34), (27)-(32), (14)-(23) folgende Ableitung:

$$\begin{aligned} A_j = \sum_i [& B_j c_{aj}^{-1} \bar{h}_j^{-1} \bar{y}_{zj}^{-1} g_{zij} - C_{bj} \bar{y}_{zj}^{-1} + C_{aj} (1 - \bar{y}_{aj}) \bar{y}_{zj}^{-1} + C_{bj} d_{bij} - \\ & - C_{aj} (1 - \bar{y}_{aj}) d_{aij} + B_j c_{aj}^{-1} \bar{h}_j^{-1} d_{zij} - C_{bj} g_{bij} \delta_j + C_{aj} (1 - \bar{y}_{aj}) g_{aij} \delta_j \\ & + B_j c_{aj}^{-1} \bar{h}_j^{-1} g_{zij} \delta_j - C_{bj} g_{zij} \delta_j + \\ & + C_{aj} (1 - \bar{y}_{aj}) g_{zij} \delta_j + C_{bj} d_{bij} \bar{y}_{zj} \delta_j - C_{aj} (1 - \bar{y}_{aj}) d_{aij} \bar{y}_{zj} \delta_j + \\ & + B_j c_{aj}^{-1} \bar{h}_j^{-1} d_{zij} \bar{y}_{zj} \delta_j + B_j 2\hat{t}^{-1} u_{dij} - 2U_{bij}] H_i. \end{aligned}$$

Setzt man für den Ausdruck der Summe der zu B_j gehörenden Glieder a_{aj}^* und für den anderen Teil der Gleichung das Symbol Δ_j^A , so erhält man:

$$B_j a_{aj}^* + \Delta_j^A = A_j$$

oder, in Matrizenform:

$$\mathbf{a}^* \mathbf{b} + \boldsymbol{\delta}^A = A_j.$$

Nunmehr erhält man den System-Output an Geldakkumulation S_j wie folgt:

$$\begin{aligned} S_j = N_j - A_j - W_j - T_j &= B_j v_{aj} - (B_j a_{aj}^* + \Delta_j^A) - B_j \omega_{aj}^* - B_j \tau_j^* \\ &= B_j (v_{aj} - a_{aj}^* - \omega_{aj}^* - \tau_j^*) + \Delta_j^A. \end{aligned}$$

Setzt man für die in der Klammer stehende Summe das Symbol s_j , so ergibt sich:

$$B_j s_j + \Delta_j^A = S_j.$$

Wie bereits gesagt, kann S_j auch negativ sein. — In Matrizenform:

$$\mathbf{s}\mathbf{b} + \boldsymbol{\delta}^A = S_j.$$

Das Gleichungssystem, welches zu dem einen Teil das Proportionalitätsgesetz des PES ausdrückt, nimmt somit folgende Form an:

$$(48) \quad \boxed{\begin{array}{l} (\mathbf{E} - \mathbf{M}^*)\mathbf{b} + \boldsymbol{\delta}^B = \mathbf{x} \\ \mathbf{p}^*\mathbf{b} + \boldsymbol{\delta}^E = \mathbf{e} \\ \mathbf{s}\mathbf{b} + \boldsymbol{\delta}^A = S_j \end{array}} \quad \begin{array}{l} 1. \text{ Proportionalitätssatz des Produktions-} \\ \text{Elementar-Systems} \end{array}$$

Der *transitorische Output* bestimmt sich wie folgt: Der Endbestand an *Arbeitskräften* ist — ausgehend von den Formeln (6), (43) und (44) — gegeben mit:

$$(49) \quad E_{eij} = E_{bij}(1 - \hat{y}_{zi}^{-1}) + E_{aij}[(1 - \hat{y}_{aj})\hat{y}_{zi}^{-1} - 1] + B_j p_{aij}^*.$$

Setzt man für die ersten beiden Summanden in Gleichung (49) das Symbol θ_{ij}^E , so erhält man schließlich:

$$E_{eij} = B_j p_{aij}^* + \theta_{ij}^E.$$

Bei den *Kapazitäten* verhält es sich ähnlich; die Formeln (15), (16) und (23) nutzend und folgende Definition einführend:

$$c_{aj}^* = c_{aj}^{-1} \bar{h}_j^{-1} \bar{y}_{zi}^{-1}$$

und

$$\theta_j^c = C_{bj}(1 - \bar{y}_{zi}^{-1}) + C_{aj}[(1 - \bar{y}_{aj})\bar{y}_{zi}^{-1} - 1],$$

ergibt sich:

$$C_{ej} = B_j c_{aj}^* + \theta_j^c.$$

Der *End-Sach-Bestand an Grundfonds* wird wie folgt berechnet (vgl. Formeln (14)-(23)):

$$\begin{aligned} G_{eij} &= G_{bij} - G_{aij} + G_{zij} + D_{ij} \\ &= G_{bij} - G_{aij} + B_j c_{aj}^{-1} \bar{h}_j^{-1} \bar{y}_{zi}^{-1} g_{zij} - C_{bj} \bar{y}_{zi}^{-1} g_{zij} + \\ &\quad + C_{aj}(1 - \bar{y}_{aj}) \bar{y}_{zi}^{-1} g_{zij} + C_{bj} d_{bij} - C_{aj} d_{aij}(1 - \bar{y}_{aj}) + B_j c_{aj}^{-1} \bar{h}_j^{-1} d_{zij} \bar{y}_{zi}^{-1}. \end{aligned}$$

Folgende Definition wird eingeführt:

$$g_{aij}^* = c_{aj}^{-1} \bar{h}_j^{-1} (\bar{y}_{zi}^{-1} g_{zij} + d_{zij}).$$

Ferner wird für die nicht mit B_j verbundenen Summanden der rechten Seite der Gleichung das Symbol θ_{ij}^G gesetzt. Man erhält so:

$$G_{eij} = B_j g_{aij}^* + \theta_{ij}^G.$$

Schließlich ist die Ableitung des Endbestands an unvollendeten Produkten vorzunehmen. Es war

$$\begin{aligned} U_{eij} &= U_{bij} + U_{zij} = U_{bij} + B_j 2\hat{t}^{-1} u_{dij} - 2 U_{bij} \\ &= B_j 2\hat{t}^{-1} u_{dij} - U_{bij}. \end{aligned}$$

Eingeführt wird:

$$\begin{aligned} u_{dij}^* &= 2\hat{t}^{-1} u_{dij}, \\ \theta_{ij}^U &= -U_{bij}. \end{aligned}$$

Man erhält:

$$U_{eij} = B_j u_{dij}^* + \theta_{ij}^U.$$

Zusammengefaßt und in Matrizenform gebracht, hat man den anderen Teil des Proportionalitätsgesetzes des PES:

$\begin{aligned} \mathbf{b p}^* + \boldsymbol{\delta}^E &= \mathbf{e}_e \\ \mathbf{b c}^* + \boldsymbol{\delta}^C &= \mathbf{c}_e \\ \mathbf{b g}^* + \boldsymbol{\delta}^G &= \mathbf{g}_e \\ \mathbf{b u}^* + \boldsymbol{\delta}^U &= \mathbf{u}_e \end{aligned}$	<p>2. Proportionalitätssatz des Produktions-Elementar- Systems</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------

Der erste und der zweite Proportionalitätssatz des PES beschreiben das Verhalten des PES nur allgemein, schlechthin, unter allen äußeren (Markt) und inneren (technisch-organisatorischen) Bedingungen. Sie lassen aber noch keine Aussage zu, wie sich die Proportionalität in concreto gestaltet. Dazu bedarf es zweier weiterer genereller Aussagen. Die erste davon wird gebildet durch das Effektivitätsgesetz, die zweite — nur notwendig bei der Plan-(ex ante-) Analyse eines PES — durch die Prognostik von Markt und technischer Entwicklung.

Was das *Effektivitätsgesetz des PES* betrifft, so besteht es darin, die vom Markt her bestimmte Absatz-Produktion mit einer solchen Veränderung (der Elemente) des transitorischen Inputs zu erbringen, damit für "es", d. h. für den Eigentümer der Produktionsmittel des Systems, ein *Maximum an Einkommen* entsteht, also an Mitteln, über welche der Eigentümer — für Akkumulation und Konsumtion — *selbst verfügen* kann.

Dieses Einkommen wird im denkbar einfachstem Falle, wo Eigentümer und Arbeitskraft in einer Person(engemeinschaft) zusammenfallen und die Gesellschaft keine Abgabe davon fordert, vom *realisierten* Nettoprodukt dargestellt. Gewöhnlich fordert jedoch der Staat einen Anteil am Nettoprodukt. Dort, wo Arbeitskraft und Eigentümer verschiedene Personen sind, wird für die geleistete lebendige Arbeit *Lohn* gezahlt. Aber auch im Bereich des sozialistischen genossenschaftlichen und staatli-

chen Eigentums an Produktionsmitteln, wo der Mensch sowohl Arbeitskraft als auch Mit-Eigentümer (Teil des kollektiven Eigentümers) ist, wird ein großer Teil des für Konsumtionszwecke bestimmten Teiles des System-Einkommens nach einem Normativ-System verteilt, das als Lohn bzw. Gehalt bezeichnet wird. Die Arbeitskraft hat einen juristisch fixierten Anspruch auf diesen Lohn; es ist dabei unerheblich, ob das produzierte Produkt verkauft werden kann und ob sich die aufgewandte Arbeit dabei realisiert.

Der individuelle oder kollektive Eigentümer der Produktionsmittel des PES kann mithin nur über den Teil des *Brutto*-Einkommens relativ frei verfügen, der nach Abzug der staatlichen Abgaben und der tariflichen Löhne — als sein *Netto*-Einkommen — übrigbleibt. Im Rahmen des sozialistischen Eigentums spaltet sich dieses Netto-Einkommen auf in den Teil, der für die Akkumulation und jenen, der für die Prämierung zusätzlicher (persönlicher und kollektiver) Leistungen — also solcher, welche die im Lohn zugrundeliegende Norm übersteigen — (Gewinnbeteiligung) verwendet wird. Das Interesse des Kollektivs, dem z. B. ein Teil des staatlichen (Volks-) Eigentums an Produktionsmitteln anvertraut ist in einem (Institutional-) System, das nach wirtschaftlicher Rechnungsführung arbeitet, konzentriert sich mithin auf das Netto-Einkommen, den *Netto*-Gewinn des Systems. Je größer dieser Nettogewinn ist, umso höher kann die Akkumulation, insbesondere für die intensive erweiterte Reproduktion und damit — auf die Dauer — das individuelle (persönliche) Einkommen jedes Mitgliedes dieses Kollektivs für Konsumtionszwecke sein. Ist das Lohnsystem in exakter Weise leistungsgerecht (bei Zugrundelegung des gesellschaftlichen Normalgrades der Arbeitssintensität — Marx) gestaltet und das Abgabensystem so beschaffen, daß es der Gesellschaft einen angemessenen Anteil auch an der zusätzlichen Leistung sichert, so hat⁽²⁾ das Prinzip der (*Netto*-) *Gewinn-Maximierung* (bei bedarfsgerechter Produktion, was als selbstverständlich immer vorauszusetzen) die *Identität von individuellem und gesellschaftlichem Interesse* zum Inhalt.

Das Effektivitätsgesetz des PES hat demgemäß zwei Ausdrucksformen

$$(50) \quad \begin{aligned} N_{jt} &= \text{Maximum!} \\ R_{jt} &= \text{Maximum!} \end{aligned}$$

Beide Größen sind jedoch inhaltlich nicht direkt vergleichbar; denn *N* bezeichnet (s. o.) das *produzierte Nettoprodukt*, *R* dagegen den *realisierten*.

⁽²⁾ Als weitere wesentliche Voraussetzung — worauf jedoch hier nicht eingegangen werden soll — muß gegeben sein ein dem sozialistischen System der Volkswirtschaft adäquates Preis-System.

Nettogewinn. Dazwischen liegt der Zirkulationsprozeß und der diesen beherrschende (Markt-) Preis P , der vom Wert W des Produkts abweichen kann (und in der Regel abweicht entsprechend den der Gesellschaftsformation zugehörigen Distributionsgesetzen, die auch den Preistyp bestimmen).

Das Verhalten des Produktions-(Elementar-)Systems wird unmittelbar durch den in Formel (50) zum Ausdruck kommenden ökonomischen Imperativ geleitet. — Nach dem Gesagten ist der Nettogewinn \hat{R}_{jt} wie folgt definiert:

$$R_{jt} = B_{jt}P_{jt} - B_{jt} \sum_i (c_{ajt}^{-1} \bar{h}_{jt}^{-1} g_{ajit} \delta_{jt} + m_{ijt}) P_i - B_{jt} \hat{h}_{jt} \sum_i e_{ajit} \hat{\omega}_{ajit}.$$

Hier bedeutet \hat{W} bzw. $\hat{\omega}$ den Teil des persönlichen Einkommens der Arbeitskräfte, der gemäß Lohn tarif gezahlt wird. Bezeichnet man mit \bar{W} bzw. $\bar{\omega}$ den anderen, aus der Gewinnbeteiligung stammenden, so hat man:

$$W_{jt} = \hat{W}_{jt} + \bar{W}_{jt}$$

und

$$\omega_{ajit} = \hat{\omega}_{ajit} + \bar{\omega}_{ajit}.$$

Weiter findet sich dann die *Aufteilung* des *Netto-Gewinns*:

$$R_{jt} = A_{jt} + \bar{W}_{jt} + S_{jt},$$

wobei die Größe S wieder positives oder negatives Vorzeichen haben kann (je nach der Größe von A).

Abschließend ist hierzu also festzustellen, daß sich das Effektivitätsgesetz des PES in folgender Form äußert:

$R_{jt} = \text{Maximum!}$	Effektivitätssatz des Produktions-Elementar- Systems
----------------------------	------------------------------------------------------------

Die Realisierung dieses ökonomischen Imperativs ist aber nur möglich, wenn — d. h. hat zur Voraussetzung, daß — eine *Wahlmöglichkeit* vorhanden ist für das PES. Diese besteht grundsätzlich in *zwei* Richtungen, und zwar a) in bezug auf seinen (Haupt-) Output und b) in bezug auf seine Technologie.

Was die erste Richtung betrifft, so geht es darum, dessen *optimales Volumen* und *optimale Struktur* zu finden — was aber nicht ohne Beachtung der Wahl der Technologie geschehen kann. Impliziert ist also das *Produktionsprofil* des PES, d. h. die *Hauptrichtung*, welche *Art von Gebrauchswerten* im Produktionsprozeß hervorgebracht werden sollen.

Bezüglich des Produktionsvolumens geht es darum, vom System aus Einfluß auf seinen *Marktanteil* (d. i. der Anteil an der Deckung des Gesamtbedarfs, der auf einem "Markt" auftritt) zu nehmen. Das ist im Sozialismus eine Aufgabe, die zwar von den betroffenen Produktions-(Institutional-)Systemen vorbereitet, aber von der volkswirtschaftlichen Planung (zentral oder über den Weg der Delegation z. B. auf Zweigleitungsorgane: dezentral) wahrgenommen wird. Im Rahmen des vom Teilsystem Überschaubaren gibt es also hier die Möglichkeit von *Varianten* des (Haupt-)Outputs, welche durch den Index s kenntlich gemacht werden sollen:

$$X_{jst} \quad \text{oder:} \quad X_{j1t}, X_{j2t}, \dots, X_{jst}.$$

Was die optimale Struktur des Outputs betrifft, so ist dies Problem darin zu sehen, daß z. B. in Systemen mit mechanischer Produktion ein unterschiedliches Sortiment von Produkten mit den gleich(artig)en Elementen des Produktionsprozesses hervorgebracht werden kann: analoges gilt für chemische und biologische Produktionsprozesse. Auch hier gibt es mithin *Varianten* des (Haupt-)Outputs.

Was die zweite Richtung betrifft, so besteht die Wahlmöglichkeit darin, bekannte und industriell beherrschte Verfahren der Produktion, die nicht oder nur zum Teil in dem vorhandenen Grundfonds und der damit verbundenen Organisation des Arbeitsprozesses inkorporiert sind, miteinander zu vergleichen, und dies unter dem Gesichtspunkt, dem Effektivitätssatz des PES gerecht zu werden. Mit anderen Worten, eine neue Technologie ist dann und nur dann von Interesse, wenn sie ein Effektivitätsniveau der Produktion herbeiführt, welches über dem bisherigen liegt. Dadurch wird die Wahlmöglichkeit "nach unten" abgegrenzt. "Nach oben" liegt diese Grenze darin, daß die mit der Einführung einer Technologie verbundenen Akkumulationsaufwendungen die "Akkumulationskraft" eines Systems übersteigen. Daß zwischen dieser Auswahlmöglichkeit und der oben zuerst genannten eine Interdependenz besteht, wurde schon erwähnt. Die Entscheidung darüber, welche der verfügbaren Technologien eingeführt bzw. in welchem Umfange dies (z. B. durch Rekonstruktion vorhandener Anlagen) geschehen soll, kann nicht von der einzelnen Technologie her, sondern nur vom erreichbaren Zustand des PES bei ihrer (potentiellen) Anwendung her beurteilt werden. Man muß also wiederum verschiedene *Varianten* der (künftig möglichen) Realisierung neuer Technologien fixieren und in ihrer Wirkung auf das Verhalten des PES berechnen. Jede dieser *Technologie-Varianten* unterscheidet sich von jeder anderen durch die Reihe von Parametern, welche den *spezifischen* Einsatz von toter und lebendiger Arbeit sowie den spezifischen Nettogewinn (r_j) angeben, der damit erreichbar ist. Bezeichnet man die zu jedem Produkt gehörigen Technologien mit dem (auf den

Index j folgenden) Index r , so nimmt der für jede Technologie charakteristische *Parameter-Satz* folgende Form an:

$$(51) \quad \mathfrak{B}_{jr} \ni \begin{cases} \hat{p}_{jr}, e_{ijr}; m_{ijr}, c_{jr}, g_{ijr}, \bar{d}_{ijr}, \delta_{jr}, r_{jr}, \\ C_{ajr}, \bar{y}_{aj}, \bar{y}_{zj}, \hat{y}_{aj}, \hat{y}_{zj}, E_{ajr}, g_{ajr}, u_{ijr}. \end{cases}$$

Daraus leiten sich die oben (Abschnitt 2 und 3) entwickelten weiteren Parameter der spezifischen Akkumulation, Lohn- etc.- Aufwendungen b.

Auf das Verhalten des PES wirken noch *weitere äußere* Bedingungen ein. Hierzu rechnen: Beschränkungen hinsichtlich der Möglichkeiten des Bezugs einzelner vorstufiger Produkte, der Einstellung von Arbeitskräften und der Verfügbarkeit über fremde Akkumulations- (d. h. Kredit-) Mittel bzw. Verpflichtungen zur Rückzahlung solcher. Auch technische Sicherheitsvorschriften, hygienische, landschaftsgestalterische u. ä. Bestimmungen, militärische Notwendigkeiten etc. wirken hier ein; jedoch müssen sie bereits bei der Ausarbeitung der Varianten beachtet werden.

Aus der Gesamtheit dieser Faktoren, nämlich a) allgemeine, objektiv-gesetzmäßige Zusammenhänge, wie sie in den beiden Proportionalitätssätzen und im Effektivitätssatz des PES zum Ausdruck kommen, und b) spezielle, historisch konkrete Bedingungen, wie sie sich im transitorischen Input, in den Input- und Output-Varianten bzw.-Beschränkungen sowie in den Technologie-Varianten darstellen, ergibt sich der "Raum", in dem *die* Optimallösung für das PES, betreffend einen künftigen Zeitraum, liegt.

Sieht man einmal von den Einflüssen ab, die sich auf diese Optimallösung daraus ergeben, daß das in Rede stehende PES nur ein Teil eines größeren (institutionalen, also Betriebs-, Zweig-, Volkswirtschafts-) Systems ist, so liegt, wenn man die bisher übliche Terminologie benutzt, ein *Entscheidungsproblem* vor. Daß man dies aber (heute) keinesfalls mehr als eine Aufgabe mehr oder weniger stark subjektiven Aspekts ansehen kann (und darf), zeigt die hier vom Gesichtspunkt der Kybernetik, insbesondere der Systemtheorie, aus vorgenommene Ableitung. Diese Entscheidung ist, die Richtigkeit der "Vorgaben" unterstellt, exakt determiniert. Damit ist sie dem Bereich des Subjektiven, der Intuition, "praktischen Erfahrung" oder wie man es sonst noch nennen mag, enthoben und — beim Vorhandensein geeigneter numerischer Verfahren und Rechenmaschinen — zur schematischen oder Routinearbeit geworden, objektiviert.

Das Entscheidungsproblem, welches hier vorliegt, läßt sich unter Außerachtlassung seines (allerdings *wesentlichen*) dynamischen Aspekts, also auf *ein* Intervall bezogen, somit wie folgt formulieren:

1° *Restriktionen*

a) Output: Waren-Absatz	X_{jst}	} nach Varianten, also Vektoren \mathbf{x}_{st} (jede Varianten <i>kombination</i> dieser Art bildet <i>einen</i> Vektor)
b) Input: Waren-Bezug	X_{jst}^0	
c) Input: Arbeitskräftezu- führung	$+E_{zist}$	} evtl. nach Varianten, also Vektoren \mathbf{e}_{st} (jede Varianten- kombination dieser Art bildet einen Vektor)
d) Output: Arbeitskräfte- freisetzung	$-E_{zist}$	

Wenn die Qualifikationsstruktur der Veränderung des Arbeitskräftebestandes nicht von Interesse ist, so läßt sich das durch entsprechende Umformulierung der Gleichungen (44) bis (47) berücksichtigen, indem über i summiert wird, also

$$p_{aj}^* = \hat{h}_j^{-1} \hat{p}_{aj}^{-1} \hat{y}_{zj}^{-1}$$

und

$$\Delta_j^E = \sum_i [E_{aij}(1 - \hat{y}_{aj}) \hat{y}_{zj}^{-1} - E_{bij} \hat{y}_{zj}^{-1}].$$

Dann treten an die Stelle der Vektoren \mathbf{e}_{st} die skalaren Größen $+/-E_{zst}$.

e) Input:	Inanspruchnahme von fremden oder früher akkumulierten ei- genen Akkumulationsmitteln	} evtl. nach Varianten; das sind hier die skalaren Größen $+S_{st}$ oder $-S_{st}$
f) Output:	Geldakkumulation oder Rück- zahlung von Krediten	

Jeder *Satz* von Varianten dieser Art (Restriktions-Varianten) bildet *eine* Varianten-Kombination und als solche *eine einheitliche* Restriktionsvariante \mathfrak{B}_s ,
also

$$\mathfrak{B}_{st} = \begin{cases} \mathbf{x}_{st}, \\ \mathbf{e}_{st} \quad \text{bzw.} \quad +/-E_{zst}, \\ +/-S_{st}. \end{cases}$$

2° *Technologie-Varianten*. Jede im PES existente oder infrage kommende Technologie-Variante \mathfrak{B}_r ist durch den oben gezeigten Parametersatz gekennzeichnet, d. h. durch die dafür stehenden numerischen Größen.

3° *Transitorischer Input*. Für jede existente Technologie $r_{(j)}$ geht folgender Parameter-Satz des transitorischen Inputs in die Entscheidungsrechnung als Datum ein:

$$E_{bijrt}, \quad C_{bijrt}, \quad g_{bijrt}, \quad U_{bijrt}.$$

4° *Parameter des Arbeitsregimes und des Zirkulations- und Distributionsprozesses.* Diese Größen gehen normalerweise in die hier besprochene Entscheidungsrechnung als Daten ein (jedoch sind auch hier Variantenberechnungen möglich):

$$\hat{\omega}_{it}, \quad P_{it}, \quad \hat{h}_{jt}, \quad \bar{h}_{jt}.$$

Man kann nun dieses auf *ein* Intervall bezogene quasi-(statische) Entscheidungsproblem als eine Aufgabe formulieren, die mit Hilfe der Linearprogrammierung gelöst werden kann. Das Problem besteht dabei darin, daß alle Technologie-Varianten \mathfrak{B}_{jr} in die auf der linken Seite des Gleichungssystems (48) vorkommenden Matrizen eingearbeitet werden können, daß aber auf der rechten Seite jeweils nur *eine* Restriktions-Variante \mathfrak{B}_{st} stehen kann. Mit anderen Worten: für jede \mathfrak{B}_{st} -Variante muß das lineare Programm durchgerechnet werden und weiter: für *jede* \mathfrak{B}_{st} -Variante gibt es eine optimale Lösung bezüglich der Technologie-Wahl! Die zu den Restriktions-Varianten \mathfrak{B}_{st} gehörenden Lösungen bilden die im Intervall t für das PES verfügbaren *Strategien*. Die endgültige Festlegung auf eine dieser Strategien kann nur in einer Konfrontation mit der "Umwelt" des Systems erfolgen; z. B. bei der Planverteidigung vor dem jeweils höherstufigen Leitungsorgan (Institutionalsystem).

Die Entscheidungsaufgabe der Technologie-Wahl im Rahmen *einer* Restriktionsvariante hat somit die (simultane) Bestimmung folgender Größen zum Inhalt:

- a) des Produktionsvolumens,
- b) der Kapazitätsentwicklung,
- c) der Investitionsrichtungen (Rekonstruktion, Neubau etc.),
- d) der Grund- und Umlauffondsentwicklung,
- e) der Real-Akkumulation,
- f) des Arbeitskräfteeinsatzes (nach Anzahl und Qualifikation).

Danach folgt die Auswahl und Feststellung der \mathfrak{B}_s -Variante, welche zu einer maximalen Effektivität führt. Für die im höherstufigen Leitungssystem erfolgende Auswahl der in *diesem* Rahmen optimalen Variante wird es in der Regel notwendig sein, mehrere "Strategien" auszurechnen. Die schematische Darstellung dieses Prozesses zeigt Abbildung 2.

Die Beachtung des (wesentlichen!) dynamischen Aspekts dieses Entscheidungsproblems macht es notwendig, eine *Verkettung* der auf ein Intervall (t) bezogenen \mathfrak{B}_{st} -Varianten-Lösungen vorzunehmen. Der Lösungsweg kann im Rahmen dieses Artikels nur angedeutet werden.

Die Verkettung erfolgt in der Weise, daß — über den mit Hilfe des 2. Proportionalitäts-Satzes berechneten Intervall-Endzustand, der zu jeder \mathfrak{B}_{st} -Variante gehört — jede im folgenden Intervall $t+1$ etc. mögliche $\mathfrak{B}_{s/t+1}$ -Variante an jede zeitlich vorhergehende "angeschlossen" wird. Das Prinzip zeigt folgendes Schema (Abbildung 3).

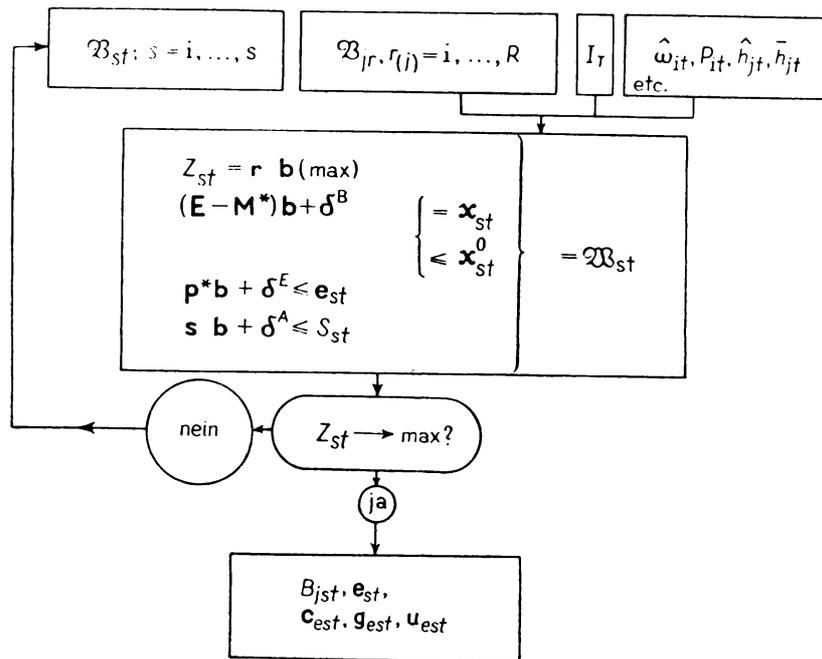


Abb. 2

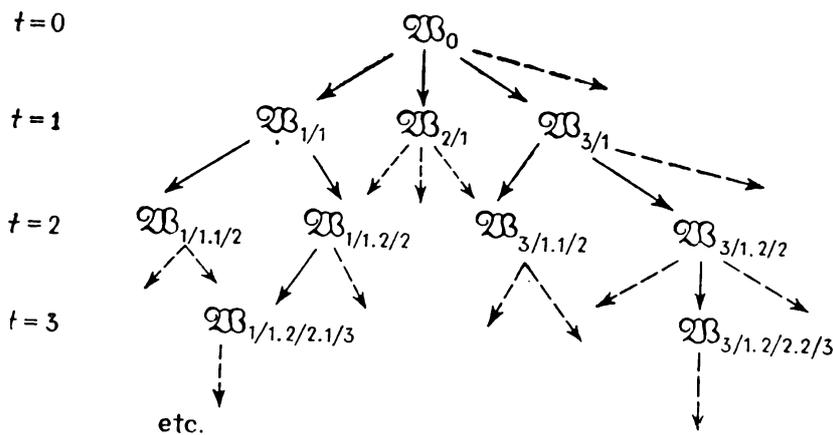


Abb. 3

Jede \mathfrak{B} -Varianten-Kette bildet eine mittel-oder langfristige *Strategie* (je nach der Anzahl T der Intervall-Folge $t = 1, \dots, T$) für das PES; zu jeder Strategie gehört ein Effektivitätsmaß, z. B.

$$Z_{3/1.2/2.2.3} = \sum (Z_{3/1}, Z_{3/1.2/2}, Z_{3/1.2/2.2/3})$$

sowie ein Input, Output und Struktur des Systems charakterisierender Kennziffernsatz

$$B_{jt}, X_{jt}, X_{it}^0, E_{zit}, A_{jt}, E_{jt}, C_{jt}, G_{ijt}, S_{jt}, \hat{p}_{jt}, e_{ijt},$$

$$c_{jt}, g_{ijt}, r_{jt}, E_{bijt}, E_{ajt}, E_{eit}, \text{ etc.}$$

Für die Auswahl der *optimalen Strategie* für das PES gilt das oben Gesagte sinngemäß.

Literaturverzeichnis

- [1] W. R. Ashby, *An introduction to cybernetics*, London 1961.
- [2] H. Greniewski und M. Kempisty, *Kybernetische Systemtheorie ohne Mathematik*, Akademie-Verlag, Berlin 1966.
- [3] G. Klaus, *Kybernetik und Gesellschaft*, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1964.
- [4] G. Klaus, *Spezielle Erkenntnistheorie*, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1965.
- [5] O. Lange, *Ganzheit und Entwicklung in kybernetischer Sicht*, Akademie-Verlag, Berlin 1966

Eingegangen am 25. 7. 1967
