ZASTOSOWANIA MATEMATYKI
APPLICATIONES MATHEMATICAE
XIII, 3 (1973)

ALGORITHM 23

J. KUCHARCZYK (Wrocław)

LAWLER AND BELL'S METHOD OF DISCRETE OPTIMIZATION

1. Procedure declaration. The procedure *doptLB* solves the following problem:

Find the minimum of $g_0(x)$ under the restrictions

$$g_{11}(x)-g_{12}(x) \geqslant 0, \quad g_{21}(x)-g_{22}(x) \geqslant 0, \quad \ldots, \quad g_{m1}(x)-g_{m2}(x) \geqslant 0,$$

where $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $x_j = 0, 1$, and the functions $g_0, g_{11}, g_{12}, g_{21}, g_{22}, \ldots, g_{m1}, g_{m2}$ are monotonically non-decreasing with respect to every x_j.

Data:

n — number of zero-one variables x_j,

m — number of restrictions $g_{i1}(x)-g_{i2}(x) \geqslant 0$,

f — function with procedure heading: **real procedure** $f(k, x)$; **integer** k; **integer array** x; which for $k = 0$ calculates $g_0(x)$, for $k = 1, 2, \ldots, m$ calculates $g_{k1}(x)$, and for $k = m+1, m+2, \ldots, 2m$ calculates $g_{k-m,2}(x)$, given x in $x[1:n]$,

max — maximum allowable number of type **real**.

Results:

$x[1:n]$ — the solution vector,

z — optimum value of g_0; if $z = max$ on exit, then there is no feasible solution to the problem.

2. Method used. The algorithm was coded according to the method given by Lawler and Bell in [1].

3. Certification. Several examples, including those given in [1], were solved and correct results obtained. The calculations were done on the ODRA 1204 computer.

```
procedure doptLB(n,m,f,x,z,max);
 value n,m;
 integer n,m;
 real z,max;
 integer array x;
 real procedure f;
 begin
  integer i;
  real zg,gr;
  integer array xx,xg[1:n];
  array g[1:m];
  for i:=1 step 1 until n do
   xx[i]:=0;
  for i:=1 step 1 until m do
   if f(i,xx)<f(m+i,xx)
    then go to ntrivsol;
  z:=f(0,xx);
  for i:=1 step 1 until n do
   x[i]:=xx[i];
  go to finish;
ntrivsol:
  xx[n]:=1;
  z:=max;
repeat:
  zg:=f(0,xx);
  for i:=1 step 1 until n do
   xg[i]:=xx[i];
  for i:=n step -1 until 1 do
   if xx[i]=0
    then xg[i]:=1
```

```
   else go to END;
END:
  if zg≥z
   then go to skip;
  for i:=1 step 1 until m do
   begin
    gr:=g[i]:=f(m+i,xx);
    if f(i,xg)<gr
     then go to skip
   end i;
  for i:=1 step 1 until m do
   if f(i,xx)<g[i]
    then go to next;
  z:=zg;
  for i:=1 step 1 until n do
   x[i]:=xx[i];
skip:
  for i:=1 step 1 until n do
   xx[i]:=xg[i];
next:
  for i:=n step -1 until 1 do
   if xx[i]=1
    then xx[i]:=0
    else
    begin
     xx[i]:=1;
     go to repeat
    end i,xx[i]=0;
finish:
 end doptLB
```

Reference

[1] E. L. Lawler and M. D. Bell, *A method for solving discrete optimization problems*, Operat. Res. 14 (1966), p. 1098-1112.

DEPT. OF STATISTICS AND OPERATIONS RESEARCH
INSTITUTE OF ADMINISTRATIVE SCIENCES
UNIVERSITY OF WROCŁAW

Received on 31. 8. 1972

ALGORYTM 23

J. KUCHARCZYK (Wrocław)

METODA LAWLERA I BELLA OPTYMALIZACJI DYSKRETNEJ

STRESZCZENIE

Procedura *doptLB* rozwiązuje następujący problem:
Znaleźć minimum funkcji $g_0(x)$ dla warunków

$$g_{11}(x)-g_{12}(x)\geqslant 0,\quad g_{21}(x)-g_{22}(x)\geqslant 0,\quad \ldots,\quad g_{m1}(x)-g_{m2}(x)\geqslant 0,$$

gdzie $x=(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $x_j=0, 1$, oraz funkcje $g_0, g_{11}, g_{12}, g_{21}, g_{22}, \ldots, g_{m1}, g_{m2}$ są monotonicznie niemalejące ze względu na każdą ze zmiennych x_j.

Dane:

n — liczba zmiennych zero-jedynkowych x_j,
m — liczba ograniczeń $g_{i1}(x)-g_{i2}(x)\geqslant 0$,
f — funkcja o nagłówku: **real procedure** $f(k, x)$; **integer** k; **integer array** x; która dla $k=0$ oblicza $g_0(x)$, dla $k=1, 2, \ldots, m$ oblicza $g_{k1}(x)$ i dla $k=m+1, m+2, \ldots, 2m$ oblicza $g_{k-m,2}(x)$, gdzie x jest dane w $x[1:n]$,
max — największa dopuszczalna liczba typu rzeczywistego.

Wyniki:

$x[1:n]$ — wektor rozwiązania,
z — optymalna wartość funkcji $g_0(x)$; jeżeli po wyjściu z procedury $z = max$, to problem nie ma rozwiązania dopuszczalnego.

Algorytm oparty jest na metodzie podanej w [1]. Poprawność procedury sprawdzono na wielu przykładach na m. c. Odra 1204.
