

Recenzje

JAROSŁAW BARTOSZEWICZ

Wykłady ze statystyki matematycznej

Uniwersytet Wrocławski, Wrocław 1981, str. 367,
nakład 500 + 65 egz., cena zł 26,-

W skrypcie wyłożone zostały pojęcia i twierdzenia matematyczne o podstawowym znaczeniu dla statystyki matematycznej. Oto krótki przegląd treści.

Krótką (dwustronnicową) przedmowa wyjaśnia, że skrypt "jest przeznaczony głównie dla studentów matematyki" i że "został napisany na podstawie notatek z wykładów i ćwiczeń" prowadzonych "przez kilka ostatnich lat dla studentów III i IV roku sekcji zastosowań matematyki na Uniwersytecie Wrocławskim".

Rozdział I - "Rozkłady prawdopodobieństwa" (61 stron; 17,5% całej objętości) - stanowi kompendium wiedzy z rachunku prawdopodobieństwa. Autor w przedmowie założył, że "czytelnik skryptu dobrze opanował materiał wykładów z algebry, analizy matematycznej, teorii miary i całki oraz teorii prawdopodobieństwa w zakresie pierwszych pięciu semestrów uniwersyteckich studiów matematycznych", ale widocznie nie dowierza temu opanowaniu, bo dość dużo miejsca przeznacza na rzeczy zupełnie elementarne (np. bardzo szczegółowa charakterystyka dystrybucji na str. 11; szczegółowo dyskutowany przykład 1.1 mówiący, że jeżeli $F_X(x)$

jest dystrybuantą zmiennej losowej X , to $F_Y(y) = F_X\left(\frac{y-b}{a}\right)$ jest dystrybuantą zmiennej losowej $Y = aX + b$, $a \neq 0$; szczegółowe wyprowadzenie ogólnego wzoru na gęstość sumy dwóch zmiennych losowych o danej gęstości łącznej; definicje zbieżności według prawdopodobieństwa i z prawdopodobieństwem jeden; itp). W tym rozdziale najbardziej podobał się nam §2 poświęcony warunkowym wartościom oczekiwanym i warunkowym prawdopodobieństwom, ale i dla niego właściwym miejscem byłby skrypt "Wykłady z teorii prawdopodobieństwa" zamiast "Wykłady ze statystyki matematycznej".

Rozdział II - "Statystyki i rodziny rozkładów prawdopodobieństwa" (69; 19,8%) - wprowadza pojęcie próby, statystyk z próby (dystrybuanta empiryczna, momenty, statystyki pozycyjne), a obok tego ogólne koncepcje dostateczności i zupełności. Kilka stron poświęcono prezentowanym tradycyjnie w tym kontekście rodzinom wykładniczym. Pewną nowością jest wprowadzenie pojęcia obserwowalnej zmiennej losowej. Oto odpowiedni fragment tekstu (początek rozdziału): "Głównym zadaniem statystyki matematycznej jest uzyskanie informacji o nieznanym rozkładzie prawdopodobieństwa zmiennej losowej X (wektora losowego lub procesu stochastycznego), będącej elementem matematycznego modelu badanego przez nas realnego zjawiska. Podstawą badań statystycznych jest zbiór wyników obserwacji, będących wartościami zmiennej losowej X , uzyskanych w drodze eksperymentu. Taką zmienną losową X będziemy nazywali obserwowalną zmienną losową, a termin ten może również oznaczać wektor losowy lub proces stochastyczny". Dalej "obserwowalna zmienna losowa" występuje już całkiem formalnie; oto przykłady: 1) "Definicja 1.1. Mierzalną przestrzeń $(\mathcal{X}, \mathcal{A})$ wartości obserwowalnej zmiennej losowej X nazywamy przestrzenią prób"; 2) "Definicja 2.1. Wektor losowy $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)'$, gdzie $X_1, X_2, \dots, X_n$ są niezależnymi obserwowalnymi zmiennymi losowymi o jednakowym rozkładzie $P_\theta : \theta \in \Theta$, nazywamy próbą z rozkładu P_θ "; itp. Pojęcie obserwowalnej zmiennej losowej wydaje się nam całkowicie zbędne. Zresztą i Autor może sobie bez niego poradzić, o czym świadczą

na przykład następujące sformułowanie w twierdzeniu 2.1 (str. 76): "Niech $X_1, X_2, \dots$ będą niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowym rozkładzie z dystrybuantą F i niech F_n będzie dystrybuantą empiryczną z próby $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)'$ ".

Rozdział III - "Teoria statystycznych funkcji decyzyjnych" (42; 12,1%) - wyklada klasyczne rezultaty dotyczące gier statystycznych (postępowanie dopuszczalne, klasy zupełne i klasy istotnie zupełne, redukcja przez nieobciążoność i niezmienniczość, zasada Bayesa i zasada minimaksu). Jest to rozdział fundamentalny dla dalszego wykładu (estymacji, weryfikacji hipotez) poza być może podrozdziałem IV.5 - "Estymatory największej wiarygodności" oraz ostatnim, krótkim podrozdziałem książki - "V.8. Zbiory ufności", gdzie nacisk położony jest "raczej na wnioskowanie niż podjęcie konkretnej akcji". Rozdział może sprawić pewien kłopot Czytelnikowi, który nie zna podstaw teorii gier (np. już we wstępie pojawia się nigdzie nie zdefiniowane pojęcie gry o sumie zerowej).

Rozdział IV - "Teoria estymacji" (86; 24,7%) - zawiera formalny wykład podstawowych wyników w zakresie teorii estymacji, odpowiadający współczesnemu ujmowaniu tej teorii (estymacja nieobciążona z minimalną wariancją, efektywność i nierówności typu Cramera-Rao, estymacja bayesowska, estymacja minimaksowa i estymacja największej wiarygodności). Wykład ma charakter bardzo formalny i niestety nie zawiera żadnych "barwnych przykładów z życia", których zwykle jest tak pełno w standardowych wykładach statystyki. Zamiast jakiegoś intuicyjnego wstępu czytamy: "Zagadnienie estymacji polega na oszacowaniu wartości funkcji nieznanego parametru rozkładu obserwowalnej zmiennej losowej na podstawie próby. (...) Problem oszacowania $f(\theta)$ na podstawie obserwacji wartości zmiennej losowej X o nieznanym rozkładzie $P_\theta \in \mathcal{P}$ można traktować jako grę statystyczną. (...) Definicja 0. Estymatorem funkcji $f: \Theta \rightarrow \mathbb{R}^S$ nazywamy niezran-domizowaną regułę decyzyjną $\hat{f}: (\mathcal{X}, \mathcal{A}) \rightarrow (\mathcal{A}, \mathcal{I})$, przy założeniu, że dla każdego $\theta \in \Theta$ istnieje ryzyko $R(\theta, \hat{f}) = E_\theta[L(\theta, \hat{f}(X))]$ ".

Zasada estymacji nieobciążonej pojawia się tu nie jako wy-nik pewnego postulatu związanego z praktyczną interpretacją

konstruowanych estymatorów, lecz jako zło konieczne spowodowane trudnościami formalnymi; oto odpowiedni fragment (str. 182): "Nietrudno pokazać, że przy tak ogólnych założeniach (...) nie istnieje optymalny estymator, minimalizujący funkcję ryzyka jednostajnie względem θ . Zajmiemy się więc szukaniem estymatorów w pewnych podklasach (...). Jednym z możliwych warunków, ograniczających zbiór estymatorów (...) jest żądanie, aby wartość oczekiwana estymatora $\hat{\theta}$ była równa wartości funkcji $\tau(\theta)$ dla każdego $\theta \in \Theta$ ".

W podobnie formalny sposób załatwiony zostaje problem efektywności (str. 203): "Nieobciążony estymator, którego wariancja osiąga dolne ograniczenie typu Craméra-Rao dla każdego $\theta \in \Theta$, nazywa się często w literaturze statystycznej efektywnym, względem danej nierówności".

Wydaje się nam, że dość niezręczna jest definicja 0 - podstawowa dla tego rozdziału. Lepiej byłoby zdefiniować estymator w sposób klasyczny jako statystykę o wartościach w przestrzeni parametrów, a następnie powiedzieć, że w przypadku określonej funkcji straty jest to niezrandomizowana reguła decyzyjna. Pozwoliłoby to uniknąć kłopotu, jaki się pojawia przy definiowaniu estymatorów największej wiarygodności (def. 5.2.). Przy prezentowanym podejściu estymator największej wiarygodności nie musi być estymatorem w sensie definicji 0. Podobne trudności pojawiłyby się przy rozważaniu klasy estymatorów (pominętej przez Autora) uzyskiwanych metodą najmniejszych kwadratów.

Rozdział V - "Testowanie hipotez statystycznych" (88; 25,3%) - obejmuje klasyczne zagadnienia takie, jak lemat Neymana-Pearsona, testy jednostajnie najmocniejsze, zagadnienie nieobciążoności, testy oparte na ilorazie wiarygodności oraz testy zgodności i jednorodności. Ostatni, wspomniany już przez nas podrozdział poświęcony jest zbiorom ufności; merytorycznie i z punktu widzenia zastosowań podrozdział ten powinien się oczywiście znaleźć w rozdziale poświęconym teorii estymacji, a usprawiedliwieniem dla umieszczenia go w rozdziale o testowaniu hipotez jest to, że teoria (jednostajnie) najdokładniejszych

przedziałów ufności jest w istocie rzeczy tylko pewną interpretacją teorii (jednostajnie) najmocniejszych testów. (Przy okazji odnotujemy, że Autor nieprawidłowo używa nazwy "współczynnik ufności" zamiast "poziom ufności" - por. str. 340.) Wykład w całym rozdziale utrzymany jest w tonie klasycznym, ale nie ma w nim żadnej wzmianki na temat tzw. testów istotności.

Dla formalności należy podkreślić, że skrypt zawiera sporą liczbę (36 z rachunku prawdopodobieństwa + 131 ze statystyki matematycznej) ciekawych zadań o różnej skali trudności, notę bibliograficzną, bibliografię (29 pozycji) oraz skorowidz.

A oto kilka ogólniejszych uwag krytycznych.

W skrypcie przewijają się pewne niezręczności dotyczące pojęcia "prawie wszędzie". Oto dwa przykłady: str. 36 (o pochodnej Radona-Nikodyma): "z twierdzenia 1.2 wynika, że istnieje ε -mierzalna funkcja rzeczywista g_X , określona jednoznacznie poza ε -mierzalnym zbiorem miary P zero (p.w. (ε, P)), dla której..."; str. 41 (o różnych wersjach warunkowej wartości oczekiwanej) "Wszystkie wersje różnią się między sobą na $\mathcal{B}$ -mierzalnym zbiorze miary P^Y zero".

Skrypt ma nieadekwatny tytuł, powinien nazywać się raczej "Matematyczne podstawy statystyki matematycznej" lub coś w tym rodzaju. Aktualną wersję tego skryptu można przyrównać do podręcznika "Wykłady z fizyki", w którym nie ma równi pochyłej, wahadła lub ładunku elektrycznego w polu potencjalnym, chociaż bardzo porządnie wyłożone są odpowiednie równania różniczkowe, a nawet przedyskutowane niektóre ich czysto formalne własności. A oto początek pewnego zdania (str. 271) ilustrujący postawę Autora w sprawie statystyka - matematyka: "Aby praktyczna rzeczywistość odpowiadała formalizmowi, należy...".

Sposób ujęcia materiału jest bardzo formalny. Skrypt zawiera zamknięty zbiór zasad i postępowania o określonych własnościach. Każde z rozważanych zagadnień potraktowano jako szczególny przypadek pewnego zadania z teorii prawdopodobieństwa lub teorii gier. W takiej sytuacji staje się praktycznie niemożliwe samodzielne przejście przez Czytelnika do problemów statystycznych nie objętych zakresem skryptu. Na przykład, na podsta-

wie tego wykładu trudno byłoby samodzielnie przejść do metod sekwencyjnych, mających obecnie coraz większe znaczenie praktyczne. Przy nieco odmiennym potraktowaniu materiału metody sekwencyjne pojawiają się w sposób naturalny. Wiadomo bowiem, że na bazie próby o ustalonej liczności niemożliwe są do przeprowadzenia konstrukcje pewnych testów czy też estymatorów.

Wydaje się nam, że w wykładach z danej dziedziny powinno się kłaść co najmniej taki sam nacisk na sformułowanie i omówienie problemów i zadań, jakie się tam pojawiają, jak na przedstawienie narzędzi służących do ich rozwiązywania.

Jeśli chodzi o stronę merytoryczną, to zarówno precyzja sformułowań, poprawność, jak i ścisłość dowodów są na wysokim poziomie. Drobne usterki, omówione wcześniej, są łatwe do usunięcia.

Po zapoznaniu się z treścią skryptu można stwierdzić, że jest to nowość w polskojęzycznej literaturze statystycznej, gdyż do chwili wydania skryptu nie ukazał się żaden podręcznik w teorio-decyzyjnym ujęciu obejmujący zakresem zarówno teorię estymacji, jak i testowanie hipotez.

ANDRZEJ SIEROCIŃSKI
RYSZARD ZIELIŃSKI