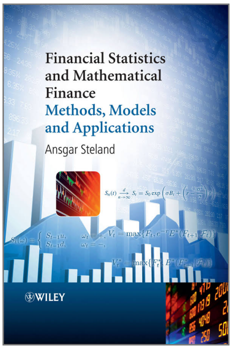
MATHEMATICA APPLICANDA
Vol. 44(2) 2016, p. 321–324
doi: 10.14708/ma.v44i2.3290

On a book
Financial statistics and mathematical finance. Methods, models and applications.
by Ansgar Steland



The book [3][1] under review presents a careful and comprehensive introduction to some of the most important mathematical topics required for a thorough understanding of financial markets and the quantitative methods used to manage the assets there. The author has focused on the arbitrage theory for pricing contingent claims and statistical models and methods to analyze data from financial markets. It is quit a new idea to combine the data analysis methods for mathematical models of founds, options and other derivatives with the modeling technology in one monograph. In contrast to other studies devoted to the modeling of the economic phenomena can be found in the reflection of the author's experience in the study of the phenomena on the capital markets. Particularly valuable are the chapters that are not in the understanding of other specialists and for special statistical procedures as the basis for the creation of methods of technical analysis trading on financial markets. The results are provided in detail, although usually not in their most general form. The presentation allows to learn relatively easy the basic techniques of modeling by those coming to the subject for the first time. This effect is achieved by keeping notations as elementary as possible. Each part of material is enriched with notes and comments on selected references, which may complement the presented material. It is addressed to interdisciplinary graduate/undergraduate students and to interdisciplinary young researchers. Some chapters are available to Bachelor students who have passed introductory courses in probability calculus and statistics.

[1] Ansgar Steland *Financial statistics and mathematical finance. Methods, models and applications.* John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2012, pp. xv, 415

2010 Mathematics Subject Classification[2010]: 62-01; 62P05; 91G70; 00A06.
Key words: Applications of statistics; Actuarial sciences; Financial mathematics; Statistical methods in mathematical finance; Econometrics; Change point detection.

The first chapter covers an introduction to important notions of financial mathematics such as financial instruments (options and derivatives) and related methods of their treatment. The idea of time value of money is studied on an elementary level as well as cash flows, discounting and the term structure of interest rates. The presentation of preliminaries ends with a primer on option pricing and introduces the principle of no-arbitrage, the principle of risk-neutral pricing and the relation of those notions to probability calculus, namely to the existence of an equivalent martingale measure. All these basic concepts are studied in the elementary way.

The next chapter discusses the arbitrage theory and the pricing of contingent claims within a one-period model. At time 0 one sets up a portfolio and at time 1 we look at the result. Within this simple framework, the basic results discussed in Chapter 1 are treated with mathematical rigor and extended from a finite probability space, where only a finite number of scenarios can occur, to a general underlying probability space that models the real financial market. Mathematical separation theorems, which tell us how one can separate a given point from convex sets, are applied in order to establish the equivalence of the exclusion of arbitrage opportunities and the existence of an equivalent martingale measure. For this reason, those separation theorems are explicitly proved. The construction of equivalent martingale measures based on the Esscher transform is discussed as well.

The third chapter provides a careful introduction to stochastic processes in discrete time (time series), covering martingales, martingale differences, linear processes, ARMA and GARCH processes as well as long-memory series. The notion of a martingale is fundamental for mathematical finance. One of the key results asserts that in any financial market that excludes arbitrage, there exists a probability measure such that the discounted price series of a risky asset forms a martingale. Consequently, the pricing of contingent claims can be done by risk-neutral pricing under that measure. These key insights allow us to apply the elaborated mathematical theory of martingales. However, the treatment in Chapter 3 is restricted to the most important findings of that theory, which are really used later. Taking first-order differences of a martingale leads naturally to martingale difference sequences, which form white noise processes and are a common replacement for the unrealistic i.i.d. error terms in stochastic models for financial data and, more generally, economic data. A key empirical insight of the statistical analysis of financial return series is that they can often be assumed to be uncorrelated, but they are usually not independent. However, other series may exhibit substantial serial dependence that has to be taken into account. Appropriate parametric classes of time-series models are ARMA processes, which belong to the more general and infinite-dimensional class of linear processes. Basic approaches to estimate autocovariance functions and the parameters of ARMA models are discussed. Many financial series exhibit the phenomenon of conditional heteroscedasticity, which has given rise to the class of (G)ARCH models. Lastly, fractional differences and longmemory processes are introduced.

In the fourth chapter the arbitrage theory in a discrete-time multiperiod model is discussed. In this case, trading is allowed at a finite number of time points and at each time point the trading strategy can be updated using all available information on market prices. Using the martingale theory in discrete time studied in the third chapter, the pricing of options and other derivatives on arbitrage-free financial markets is investigated (e.g. the Cox–Ross–Rubinstein binomial model is studied and the pricing of European and American claims is studied).

The fifth chapter is devoted to the introduction of stochastic processes in continuous time. Brownian motion will be the random source that governs the price processes of our financial market model in continuous time. Nevertheless, to keep the chapter concise, the presentation of Brownian motion is limited to its definition and the most important properties. Brownian motion has puzzling properties such as continuous paths that are nowhere differentiable or of bounded variation. Advanced models also incorporate fractional Brownian motion and Lévy processes, respectively. Lévy processes inherit independent increments but allow for nonnormal distributions of those increments including heavy tails and jumps. Fractional Brownian motion is a Gaussian process as is Brownian motion, but it allows for long-range dependent increments where temporal correlations die out very slowly.

Chapter 6 is devoted to the theory of stochastic integration assuming that the reader is familiar with integration in the sense of Riemann or Lebesgue. The related calculus is relatively easy and provides a good preparation for the Itô integral. It is also worth mentioning that the stochastic RS-integral definitely suffices to study many issues arising in statistics. However, the problems arising in mathematical finance cannot be treated without the Itô integral. A rich class of processes are Itô processes and the famous Itô formula asserts that smooth functions of Itô processes again yield Itô processes, whose representation as an Itô process can be explicitly calculated. Further, ergodic diffusion processes as an important class of Itô processes are introduced as well as Euler's numerical approximation scheme, which also provides the common basis for statistical estimation and inference of discretely sampled ergodic diffusions.

Chapter 7 contains the Black–Scholes model, the mathematically idealized model to price derivatives which is still the benchmark continuous-time model in practice. Here one may either invest in a risky stock or deposit money in a bank account that pays a fixed interest. The Itô calculus of Chapter 6 provides the theoretical basis to develop the mathematical arbitrage theory in continuous time. The classic Black–Scholes model assumes that the volatility of the stock price is constant with respect to time, which is too restrictive in practice. Te possible extensions are discussed.

Further, chapter 8 studies the asymptotic limit theory for discrete-time processes as required to construct and investigate present-day methods for decision making. It covers procedures for estimation, inference as well as model checking, using financial data in the widest sense (returns, indexes, prices, risk measures, etc.). The methods discussed in greater detail cover the multiple linear regression with stochastic regressors, nonparametric density estimation, nonparametric regression and the estimation of autocovariances and the long-run variance. Those statistical tools are ubiquitous in the analysis of financial data.

The selected topics added in the ninth chapter 9 cover copulas, elements of local linear nonparametric regression and the idea of the change-point detection and monitoring. Copulas have become an important tool for modeling high-dimensional distributions. Local polynomial estimation has important applications to many problems arising in finance such as the estimation of risk-neutral densities conditional volatility or discretely observed diffusion processes. The testing for and detecting of change-points (structural breaks) have become active fields for the current theoretical as well as applied research. A brief discussion of the change-point analysis and detection is included in the chapter. For further studies of the subject one can look at [4].

The author keeps an accompanying website FSMF[2] with additional material such as computer scripts and useful data files.

References

[1] Jacek Jakubowski, Andrzej Palczewski, Marek Rutkowski, and Łukasz Stettner. *Matematyka finansowa, instrumenty pochodne.* Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 2005.

[2] Stanley R. Pliska. *Introduction to Mathematical Finance: Discrete Time Models.* Springer Undergraduate Mathematics Series. Springer, London, 1997. Polish edition: Wprowadzenie do matematyki finansowej, modele z czasem dyskretnym, WNT, Warszawa 2005.

[3] Steland, Ansgar *Financial statistics and mathematical finance. Methods, models and applications.* John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2012, pp. xv, 415 (ISBN 978-0-470-71058-6/hbk; 978-1-118-31656-6/ebook). Zbl 1275.62012

[4] Alexander Tartakovsky, Igor Nikiforov, and Michèle Basseville. *Sequential analysis. Hypothesis testing and changepoint detection.* Boca Raton, FL: CRC Press, 2015.

[5] Aleksander Weron and Rafał Weron. *Inżynieria finansowa.* Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 2009.

[2] http://fsmf.stochastik.rwth-aachen.de/FSMF/

O książce A. Stelanda *„Matematyka finansowa i statystyka finansowa. Metody, modele i zastosowania”*

Streszczenie Przedstawiana tutaj pozycja wydawnicza jest obszernym wprowadzeniem do najważniejszych zagadnień matematycznych niezbędnych do zrozumienia rynków finansowych i metod ilościowych wykorzystywanych do zarządzania aktywami. Autor skupia się na teorii wyceny instrumentów finansowych i metod statystycznych z tym związanych. Takie połączenie metod analizy danych z potrzebami modelowania zagadnień finansowych jest ciekawe i dostarcza kompendium wiedzy potrzebnej do prawidłowego rozumienia modeli matematycznych finansów i ekonomii. Dobór materiału jest odbiciem doświadczenia autora w badaniu zjawisk na rynkach kapitałowych, co przyniosło omówienie zagadnień pomijanych w opracowaniach innych autorów, a ważnych choćby dla zrozumienia niektórych metod analizy technicznej. Wyniki są przedstawione szczegółowo, ale zwykle nie w najogólniejszej formie. Elementarny formalizm powoduje, że materiał mogą przyswoich nie tylko osoby z zaawansowana znajomością wykorzystywanych metod. Komentarze do literatury tematu stanowią znakomite uzupełnienie prezentowanego materiału. Książka powinna być dobrze odebrana przez absolwentów i studentów różnych kierunków studiów rozpoczynających naukowe zgłębianie tematu. Jej wybrane rozdziały są dostępne dla studentów nawet pierwszych semestrów studiów matematycznych i ekonomicznych.

2010 Klasyfikacja tematyczna AMS (2010): 62-01; 62P05; 91G70; 00A06..

Słowa kluczowe: Statystyka stosowana; nauki aktuarialne; matematyka finansowa; statystyka w matematyce finansowej; ekonometria; wykrywanie punktu zmiany..

Niniejsza książka Ansgara Stelanda [3] jest wyjątkowym ujęciem zagadnień modelowania matematycznego zjawisk rynku finansowego i wspomagających to modelowanie metod statystyki. Jej studiowanie pozwala na opanowanie języka matematyki, ekonomii oraz finansów z głębszym jego zrozumieniem. Szczególny nacisk położony jest na metody ilościowe, a te wymagają urealnienia modeli w oparciu o informacje zawarte w notowaniach parametrów instrumentów finansowych, aktywów i zobowiązań. Do uporządkowania tych obserwacji nieodzowne są metody statystyki. Jest wiele opracowań poszczególnych tematów składających się na metody matematyczne modelowania rynków finansowych. W języku polskim są dostępne opracowania takie jak [5], [1] oraz tłumaczenia znakomitych monografii takich jak [2]. To co wyróżnia omawiane opracowanie, to podkreślenie znaczenia metod statystycznych w modelowaniu rynków finansowych i wpływ modelowanego zajwiska na rozwój metod statystycznych. Jest to wpływ doświadczenia autora z pracy przy analizach gospodarki. W szczególności cenne są rozdział trzeci i dziewiąty w których pokazane są matematyczne podstawy pewnych procedur analizy technicznej stosowanej przez inwestorów. Wszystkie prezentowane idee są wyjaśniane w szczegółach, choć nie zawsze problem jest przedstawiany w możliwie ogólny sposób. To jednak jest zaletą dla czytelnika starającego się dopiero poznać tematykę. Efekt ten autor uzyskał stosując oznaczenia tak proste jak to tylko możliwe. Po każdej spójnej części materiału podane są komentarze historyczne i literatura. Można śmiało powiedzieć, że jest to pozycja skierowana do studentów różnych kierunków studiów magisterskich oraz prowadzących badania interdyscyplinarne. Znaczące fragmenty są dostępne dla studentów studiów pierwszego stopnia znających podstawy probabilistyki i statystyki.

W rozdziale pierwszym umieszczone są definicje najważniejszych pojęć matematyki finansowej: instrumenty finansowe (opcje i pochodne), wartość pieniądza w czasie, dyskontowanie i modelowanie stopy zwrotu. Na zakończenie rozdziału wyjaśniona jest wycena opcji i zasada braku arbitrażu. Kolejne rozdziały, drugi do ósmego, rozwijają tematy wprowadzone w rozdziale pierwszym:

- dostarczają wyjaśnień pojęć statystyki rynku kapitałowego oraz jego modelowania;
- wyjaśniają znaczenie wprowadzonych metod statystycznych w ekonometrii i inżynierii finansowej;
- ilustrują znaczenie finansowych instrumentów pochodnych, podaja metody ich wyceny i uzyskane z ich pomoca rezultaty;
- omawiają tematy zaawansowane takie jak teorie martyngałów, procesów stochastycznych i całki stochastycznej.
- wszystkie zagadnienia sa ilustrowane przykładami.

Na podkreślenie zasługują rozdziały trzeci i dziewiąty, gdzie omówione są tematy takie jak: modelowanie zmiennych zależnych za pomoca kopuł, elementy lokanych liniowych nieparametrycznych regresji oraz zagadnienia detekcji i moniotorwania punktu zmiany. Kopuły stały się ważnym narzędziem w modelowaniu wielowymiarowych rozkładów. Testowanie w celu wykrycia punktów zmiany stało się ważnym aktualnym przedmiotem badań. Krótkie wprowadzenie w tą metodologie jest w rozdziale dziewiątym, a dalsze studia tego tematu może ułatwić monografia [4]. Wskazanie na wybrane zagadnienia statystyki danych finansowych jest ciekawym zabiegiem, który wzmacnia praktyczne znaczenie tego podręcznika.

Podsumowując, omawiana książka jest wartościową pozycją adresowaną do czytelnika zajmującego się badaniami interdyscyplinarnymi, zainteresowanego poszerzeniem wiedzy na temat metod stochastycznych w modelowaniu matematycznym rynków finansowych. Zapewne będzie inspirował do dalszego pogłębiania wiedzy zwłaszcza w tematach przedstawionych w rozdziale trzecim i dziewiątym. Część z tych tematów, jak np. sekwencyjne metody statystyczne, można znaleźć w niedawno wydanej monografii [4]. Tematyka rozdziału trzeciego ma bogatą literaturę i jest przedmiotem intensywnych prac badawczych w ostatnim okresie.

Krzysztof Szajowski
Faculty of Pure and Applied Mathematics
University of Science and Technology
ul. Wybrzeże Wyspiańskiego 27, PL-50-370 Wrocław, Poland
E-mail: Krzysztof.Szajowski@pwr.edu.pl

(Received: 23rd of December 2016; revised: 31st of December 2016)