

*Józef Pocięcha**

PROBLEMY PROGNOZOWANIA BANKRUCTWA FIRMY METODĄ ANALIZY DYSKRYMINACYJNEJ

1. WSTĘP

Zasadniczy nurt badawczy Profesora Władysława Welfe koncentruje się wokół problematyki modelowania i prognozowania kondycji gospodarki w ujęciu makroekonomicznym [por. np. L. R. Klein, A. Welfe, W. Welfe(1999)]. Na kondycję całej gospodarki składa się sytuacja finansowa tworzących ją firm. Niniejsza praca jest przyczynkiem do badania i prognozowania braku odpowiedniej kondycji finansowej firmy, prowadzącej do jej bankructwa. Przyjmuje więc mikroekonomiczny punkt widzenia, będący pewnym uzupełnieniem podejścia makroekonomicznego, reprezentowanego w pracach Profesora Władysława Welfe.

Bankructwo firmy jest jednym z najbardziej znaczących i drastycznych zdarzeń w gospodarce. Wywołuje ono szereg istotnych konsekwencji dla właścicieli firmy, inwestorów, wierzycieli, banków, kadry zarządzającej oraz pracowników firmy. Z drugiej strony uwzględnienie możliwości i prawne uregulowanie procesu upadłości pozwala na oczyszczanie się gospodarki z firm, które z przyczyn obiektywnych lub subiektywnych, związanych z niewłaściwym ich zarządzaniem, nie znajdują swojego miejsca na rynku.

Zagadnienie prognozowania bankructwa rozpatrywane jest zazwyczaj z trzech punktów widzenia (Pocięcha, 2006a):

- 1) kierownictwa firmy, jako jednej z najważniejszych przesłanek dla podejmowania decyzji,
- 2) banku – w procesie podejmowania decyzji o udzieleniu kredytu,
- 3) biegłego rewidenta – w procesie rewizji sprawozdania finansowego.

W każdym z tych przypadków wygodnym narzędziem oszacowania prawdopodobieństwa bankructwa jest zbudowanie modelu predykcji bankructwa

* Prof. dr hab., Akademia Ekonomiczna w Krakowie.

firmy. Wysokie indywidualne i społeczne koszty bankructwa stanowią o znaczeniu możliwości jego przewidywania, a tym samym możliwości przeciwdziałania temu zdarzeniu, jeśli tylko jest to ekonomicznie uzasadnione.

W teorii i praktyce prognozowania bankructwa sformułowano wiele – rozmaitych typów – modeli predykcji bankructwa. Klasycznym podejściem do predykcji bankructwa jest stosowanie różnych procedur ratingowych, polegających na stosowaniu ważonych lub nieważonych systemów punktowych, oceniających silne i słabe strony ocenianej jednostki. Dla celów predykcji bankructwa wykorzystywanych jest także szereg metod statystycznych, począwszy od jednowymiarowych modeli wskaźnikowych poprzez różnorodne zastosowania metod wielowymiarowej analizy statystycznej, jakimi są modele dyskryminacyjne, regresyjne, logitowe czy probitowe, drzewa decyzyjne, modele hazardu, po metody symulacyjne i sieci neuronowe [por. np. Pocięcha (2006b)]. Kamieniem milowym w zastosowaniach metod wielowymiarowej analizy danych była propozycja zastosowania liniowej funkcji dyskryminacyjnej do prognozowania bankructwa, sformułowana przez Altmana (1968). Odtąd najczęściej stosowanym narzędziem prognozowania upadłości firmy jest wielowymiarowa analiza dyskryminacyjna.

2. PROBLEMY BUDOWY MODELU PREDYKCJI BANKRUCTWA

Jedną z podstawowych trudności przewidywania bankructwa firmy jest brak uniwersalnej, lub przynajmniej szeroko akceptowanej definicji bankructwa. Definicje bankructwa formułowane są na gruncie nauki prawa oraz ekonomii. Z punktu widzenia prawnego bankrutem jest firma która w procesie upadłościowym za taką została uznana¹. Należy tutaj zaznaczyć, że prawo upadłościowe nie jest ujednocicone w skali międzynarodowej, z tego względu dane dotyczące ilości bankructw w poszczególnych krajach nie są w pełni porównywalne. Z punktu widzenia ekonomicznego istotnym jest czy dłużnik dysponuje niezbędnymi środkami lub ma możliwość regulowania swoich wymagalnych zobowiązań czy jej nie ma.

Definicje bankructwa można podzielić także na dwie grupy:

a) ujęcie „wąskie”, „dosłowne” za bankrutów uznaje tylko te firmy, które ogłosiły upadłość, czyli są bankrutami „z mocy prawa” oraz z chwilą ogłoszenia upadłości zaprzestają prowadzenia działalności,

¹ Prawne uznanie firmy za bankruta regulowane jest Ustawą z dnia 28 lutego 2003 roku „Prawo upadłościowe i naprawcze”, Dz. U. Nr 60, poz. 535 z późniejszymi zmianami.

b) ujęcie „szerokie” uznaje bankrutów w sensie „wąskim” oraz te firmy, które rynek uznaje za stanowiące zagrożenie dla uczestników obrotu gospodarczego.

Należy tutaj także wspomnieć o zjawisku bankructwa z przyczyn strategicznych. Polega ono na tym, że z ochrony jaką roztacza prawo upadłościowe korzystają coraz częściej firmy o dobrej kondycji finansowej, aby chronić swój majątek i akcjonariuszy przed ryzykiem i kosztami związanymi z wytaczanymi przeciwko nim procesami sądowymi.

Innym ważnym problemem jest wartość i wiarygodność danych zawartych w sprawozdaniach finansowych i danych „zewnątrznych” dla potrzeb przewidywania upadłości. W początkowych badaniach procesu bankructwa wykorzystywano jedynie dane zawarte w sprawozdaniach finansowych. Obecnie uwzględniane są także dane pozafinansowe jak wielkość firmy, sektor działalności firmy itp. Uwzględniane są także dane pochodzące z rynków finansowych, dotyczące koniunktury, konkurencji oraz dane makroekonomiczne. Korzystanie z wielu źródeł danych, aczkolwiek konieczne, powoduje jednak problem z określeniem stopnia ich porównywalności i wiarygodności.

Kolejnym zagadnieniem jest dobór próby do badań. O ile spośród dobrze funkcjonujących przedsiębiorstw można wylosować ich reprezentatywną próbę, to dobór reprezentatywnej próby spośród bankrutów jest utrudniony. Na ogół badacz ma ograniczoną ilość obserwacji dotyczących bankrutów i w praktyce wszystkie rozpatrywane przedsiębiorstwa wchodzi do badanej zbiorowości, nie jest to więc w sensie statystycznym próba a populacja generalna. Powstają więc problemy z zastosowaniem metod wnioskowania statystycznego.

Klasycznym sposobem rozwiązania tego problemu jest zaproponowane przez Beavera (1966) parowanie firm. Polega ono na dopasowywaniu (parowaniu) firm o dobrej kondycji finansowej do obiektów z wyselekcjonowanej grupy bankrutów, przy uwzględnieniu dwóch kryteriów: zgodności branży wielkości firm. Poprzez parowanie uzyskuje się dwie próby, podobne pod względem swoich struktur.

Innym problemem jest niestabilność wartości wskaźników finansowych w czasie. Ponieważ struktura kapitału i relacje pomiędzy przychodami a kosztami zmieniają się zarówno w zależności od branży jak i w czasie, dlatego Altman i Izan (1984) zaproponowali zastąpienie klasycznych wskaźników finansowych poprzez wskaźniki zdefiniowane jako stosunek wskaźnika charakterystycznego dla danej firmy do średniej branżowej. W swoich badaniach wykazali że wykorzystując takie wskaźniki redukuje się zarówno wpływ specyfiki branży jak i wpływ czasu i otrzymuje się stabilne rezultaty klasyfikacji przedsiębiorstw a przez to także bardziej precyzyjną predykcję bankructwa.

Następnym problemem jest dobór predyktorów (zmiennych objaśniających) do modelu bankructwa firmy. Mimo wielu badań nad procesem modelowania

bankructwa nie udało się ustalić ogólnych zasad doboru zmiennych ani też zgromadzić wystarczających dowodów przemawiających za wprowadzeniem do modeli tylko danych finansowych, tylko danych niefinansowych czy obydwu typów danych jednocześnie i w jakich proporcjach. E. I. Altman (2000) stwierdza że bez względu na wykorzystywaną metodę nie są one odporne na czynnik czasu ani nie mogą być wykorzystywane w innych warunkach ekonomiczno-prawnych niż te, na bazie których były zbudowane.

Kluczowym elementem prognozowania bankructwa jest wskazanie momentu w którym przejściowe problemy finansowe zaczynają stanowić realne zagrożenie dla kontynuacji działalności firmy. Ciężko jest bowiem jednoznacznie określić jakie czynniki istotnie determinują fakt, że niektóre firmy przewyciężają problemy z jakimi się one borykają i kontynuują swoją działalność, podczas gdy inne bankrutują. Do takich czynników można zaliczyć wiek i wielkość firmy, sprawność jej zarządu i sprawowanej kontroli przez organa nadzorcze czy sytuacja ekonomiczna branży. Zapewne nie ma na świecie firmy, która nie borykałaby się z jakimiś mniejszymi lub większymi problemami. Kłopoty są nieodłącznym elementem prowadzenia działalności gospodarczej i dotyczą zarówno firm o znaczeniu globalnym jak np. Enron, jak i firm małych. Przymuszczalnie większość problemów można rozwiązać, jeśli tylko wystarczająco wcześnie podejmie się odpowiednie działania.

Z tym wiąże się określenie horyzontu prognozy, definiowanego jako czas w którym przewiduje się, z określonym prawdopodobieństwem że firma upadnie. Jeśli model charakteryzuje się np. dwuletnim horyzontem prognoz to jego współczynniki są szacowane w oparciu o dane opisujące sytuację firm na dwa lata przed upadkiem. E. I. Altman (2000) prowadząc badania nad procesem bankructwa firm metodą analizy dyskryminacyjnej szacował zdolność do poprawnej klasyfikacji budowanych przez siebie modeli. W rezultacie sformułował on stwierdzenie, że wykorzystując metodę funkcji dyskryminacyjnej można badać i prognozować proces bankructwa w horyzoncie rocznym i dwuletnim. Przy dłuższym horyzoncie prognozy otrzymywane wyniki są niepewne.

W metodach dyskryminacyjnych rozważa się dwa rodzaje błędów: błąd klasyfikacji (*ex ante*) oraz błąd predykcji (*ex post*). Błąd klasyfikacji polega na błędnym uznaniu przez zastosowaną metodę niebankruta za bankruta (błąd I rodzaju) lub bankruta za niebankruta (błąd II rodzaju) w badanej próbie przedsiębiorstw. Natomiast błąd predykcji polega na niewłaściwym zaklasyfikowaniu badanej firmy w ustalonym horyzoncie prognozy. Analizę błędów klasyfikacji i predykcji prowadził m. in. Beaver (1966), Platt i Platt (1990) oraz Altman (2000). Wskazali oni na następujące przyczyny różnic pomiędzy zdolnościami klasyfikacyjnymi a predykcyjnymi modeli dyskryminacyjnych:

1. Zmiana wartości oczekiwanych wskaźników w czasie. Jeśli występuje znaczna różnica czasowa pomiędzy okresem z jakiego pochodzą dane zawarte w

próbie podstawowej i testowej, to może ona być przyczyną pojawiania się rozbieżności pomiędzy zdolnością klasyfikacyjną i predyktywną modelu.

2. Niestabilność danych związana ze zmieniającą się wielkością inflacji, stóp procentowych czy cyklem koniunkturalnym. Modele predykcji bankructwa są z reguły niestabilne. Podstawową przyczyną niestabilności są wciąż zmieniające się warunki ekonomiczne. Zmiana warunków ekonomicznych w dużym stopniu zdeterminowana jest przez cykl koniunkturalny.

3. Skład próby. Różnice pomiędzy zdolnością klasyfikacyjną i predykcyjną modelu są także związane z doбором do prób firm prowadzących działalność w różnych branżach. Branże z reguły różnią się pod względem wykorzystywanych czynników produkcji, cyklu życia produktów, struktury konkurencji i innych.

Mimo wskazanych tutaj trudności i problemów związanych z prognozowaniem bankructwa zagadnienie to ze względu na swoją wagę i atrakcyjność metodologiczną podejmowane jest przez kolejne generacje ekonomistów i statystyków.

3. METODOLOGIA ANALIZY Dyskryminacyjnej

Liniowa funkcja dyskryminacyjna, jako narzędzie klasyfikacji danych, została sformułowana przez Fishera (1936) i zastosowana w badaniach przyrodniczych. Poniżej przedstawiona zostanie jej zasadnicza idea. W ujęciu klasycznym [patrz np. Christensen (1991), Giri (1996) lub Rencher (1998)] przyjmujemy że mamy dwie populacje. Załóżmy że $X_1 = [x_1, x_2, \dots, x_{n_1}]$ jest wektorem n_1 obserwacji z populacji 1 a $X_2 = [x_{n_1+1}, x_{n_1+2}, \dots, x_{n_1+n_2}]$ jest wektorem n_2 obserwacji pochodzącym z populacji 2. Są to wektory o wymiarach $p \times 1$, gdzie p jest liczbą zmiennych dyskryminujących. Fisher (1936) zaproponował liniową funkcję (dyskryminator) dla zaklasyfikowania wylosowanej obserwacji do jednej z dwóch wyróżnionych populacji. Metoda ta polega na znalezieniu liniowej transformacji oryginalnych zmiennych:

$$l(X) = a^t X \quad (1)$$

tak aby było możliwe ich maksymalne odseparowanie w dwóch populacjach.

Fisher zaproponował znalezienie wektora \hat{a} maksymalizującego funkcję separacji $|S(a)|$, gdzie:

$$S(a) = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{S_y}, \quad (2)$$

\bar{y}_1 oraz \bar{y}_2 są średnimi zmiennych transformowanych Y_1 z populacji 1 oraz Y_2 z populacji 2,

$$S_y = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n_1} (y_i - \bar{y}_1)^2 + \sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} (y_i - \bar{y}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2} \right]^{\frac{1}{2}}, \text{ oraz} \quad (3)$$

$$y_i = a^t x_i, i = 1, 2, \dots, n_1 + n_2. \quad (4)$$

$S(a)$ dane wzorem (2) mierzy różnicę pomiędzy przekształconymi średnimi $\bar{y}_1 - \bar{y}_2$ relatywnie do wielkości odchylenia standardowego z prób (3). Jeśliby zmienne przekształcone y_1, y_2, \dots, y_{n_1} oraz $y_{n_1+1}, y_{n_1+2}, y_{n_1+n_2}$ byłyby całkowicie odseparowane, to $|\bar{y}_1 - \bar{y}_2|$ powinno być możliwie duże.

Wektor \hat{a} maksymalizujący separację $|S(a)|$ jest następujący:

$$\hat{a} = S^{-1}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \quad (5)$$

gdzie:

$$S = \frac{(n_1 - 1)S_1 + (n_2 - 1)S_2}{n_1 + n_2 - 2} \quad (6)$$

$$S_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (x_i - \bar{x}_1)(x_i - \bar{x}_2)}{n_1 - 1} \quad (7)$$

$$S_2 = \frac{\sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} (x_i - \bar{x}_1)(x_i - \bar{x}_2)}{n_2 - 1} \quad (8)$$

oraz \bar{x}_1, \bar{x}_2 są średnimi wektora 1 i 2.

Przyjmijmy że mamy obserwację x_0 . Bazując na funkcji dyskryminacyjnej (1), możemy alokować tą obserwację do odpowiedniej populacji na podstawie następujących reguł klasyfikacyjnych:

– alokuj x_0 do populacji 1 jeśli:

$$\hat{y}_0 = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' S^{-1} x_0 \geq \frac{1}{2} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' S^{-1} (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \quad (9)$$

– alokuj x_0 do populacji 2 jeśli:

$$\hat{y}_0 = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' S^{-1} x_0 < \frac{1}{2} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' S^{-1} (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \quad (10)$$

Innymi słowy, jeśli \hat{y}_0 znajduje się po prawej stronie $\frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_2}{2}$ (bliżej do \bar{y}_1), zaklasyfikuj x_0 do populacji 1 i *vice versa*.

Analiza dyskryminacyjna jest od przeszło 40 lat wykorzystywana do prognozowania upadłości firm, od czasu gdy po raz pierwszy została ona do tego celu zastosowana przez Altmana(1968).

4. MODELE DISKRYMINACYJNE

Metoda analizy dyskryminacyjnej, jako narzędzie prognozowania bankructwa, rozpowszechniona przez E. I. Altmana, znalazła bardzo szerokie światowe zastosowanie w badaniach upadłości przedsiębiorstw w gospodarce rynkowej. Od połowy lat dziewięćdziesiątych znalazła ona zastosowanie także w badaniach procesu upadłości przedsiębiorstw polskich. Przegląd dotychczasowych zastosowań liniowej funkcji dyskryminacyjnej, jako narzędzia prognozowania bankructwa firm w gospodarce polskiej przedstawiono m. in. w pracach: Hołda (2006), Pocięcha (2006c), Prusak (2005).

W niniejszej pracy przedstawiono również pewne oszacowania liniowych funkcji dyskryminacyjnych, dla prognozowania bankructwa polskich przedsiębiorstw, na podstawie ich danych finansowych z roku 2001. W pracy przedstawiono tylko niektóre z rozpatrywanych wariantów modeli dyskryminacyjnych². Jako zmienne objaśniające w tych modelach przyjęto jedynie wskaźniki finansowe obliczone z dostępnych sprawozdań finansowych. Zdolność do poprawnej klasyfikacji badano w próbie podstawowej. Zdolność prognostyczną modeli badano na podstawie próby walidacyjnej (testowej).

² Oszacowania modeli zostały wykonane przez A. Kolibską i zamieszczone w jej pracy magisterskiej pt. „Badanie i predykcja bankructwa metodą wielowymiarowej analizy dyskryminacyjnej” AE w Krakowie, Kraków 2006, maszynopis, napisanej pod moim kierownictwem.

4.1. Dobór wskaźników

Istotnym czynnikiem determinującym zdolność klasyfikacyjną i predykcyjną modelu jest wybór wskaźników jako jego zmiennych objaśniających. Jak o tym już wcześniej wspomniano, modele dyskryminacyjne mogą być budowane przy uwzględnieniu:

- a) jedynie danych finansowych,
- b) danych finansowych i pozafinansowych,
- c) jedynie danych pozafinansowych.

Dyskryminacyjne modele predykcji bankructwa mogą mieć charakter jednobranżowy lub wielobranżowy. Przedstawione poniżej modele predykcji bankructwa mają charakter modeli wielobranżowych, opartych jedynie na danych finansowych. Zbiór danych, na bazie których prowadzona jest analiza dyskryminacyjna, obejmuje wskaźniki finansowe charakteryzujące pięć podstawowych obszarów:

- wskaźniki płynności (P),
- wskaźniki rentowności (R),
- wskaźniki struktury finansowej i majątkowej (SF, SM),
- wskaźniki sprawności zarządzania (SZ),
- wskaźniki zadłużenia (Z).

W tablicach 1 oraz 2 przedstawiono nazwy, oznaczenia i definicje wskaźników wykorzystywanych do budowy modeli dyskryminacyjnych. Przyjęto wstępne założenie, że poprzez włączenie do analizy wskaźników finansowych reprezentujących każdą z pięciu ich podstawowych grup, uchwycone zostaną możliwie wszystkie aspekty procesu bankructwa. W tablicy 1 zdefiniowano 19 różnych wskaźników finansowych, wraz z zaznaczeniem do jakiej grupy należą.

Wybór wskaźników w obrębie każdej z wyróżnionych grup, został dokonany na podstawie wskazań zawartych w krajowej i zagranicznej literaturze przedmiotu. Wbrew pozorom nie jest to łatwy wybór, gdyż brak jest formalnych przesłanek, czy podpartych teorią wytycznych, określających stopień przydatności grup wskaźników a tym bardziej pojedynczych wskaźników, w analizie procesu bankructwa. W obrębie każdej z grup wskaźników wybrano te, które uznaje się za najbardziej reprezentatywne dla danej grupy. Dodatkowo preferowane były wskaźniki charakteryzujące się łatwością obliczania, możliwością uproszczenia sposobu obliczania lub możliwością zastąpienia trudnych do zdobycia danych, wartościami publikowanymi w sprawozdaniach finansowych. Niewątpliwie może to prowadzić do ograniczenia wartości informacyjnej prezentowanej analizy, jednak bardziej szczegółowe i kompleksowe podejście mogłoby spotęgować problemy związane z pozyskaniem i obróbką danych.

Względem niektórych wskaźników dopuszczono kilka nieznacznie różniących się pomiędzy sobą sposobów obliczania ich wartości. W przypadkach, gdy precyzja danych nie jest sprawą najwyższej konieczności, dopuszcza się przybli-

zanie trudnych do uzyskania informacji. Szeroka dyskusja nad jakością informacji zawartych we wskaźnikach finansowych zawarta jest w pracy Wędzki (2006).

Tablica 1

Wskaźniki finansowe wykorzystane w analizie dyskryminacyjnej

Obszar analizy	Nazwa wskaźnika	Symbol wskaźnika	Sposób liczenia
P	Wskaźnik bieżący	WPB	AO/Zkt
P	Wskaźnik szybki	WPSZ	(AO-Z)/Zkt
R	Wskaźnik kosztów operacyjnych	WKOP	(KDO/S)*100%
R	Rentowność operacyjna	WROP	ZS/S
R	Rentowność sprzedaży brutto	WRB	ZB/S
R	Rentowność sprzedaży netto	WRN	ZN/S
R	Rentowność aktywów (ROA)	ROA	ZN/A
R	Rentowność kap. własnego (ROE)	ROE	ZN/KW
R	Dźwignia finansowa	WDF	$(ZN/KW)/((ZN+O-POD)/A)$
SF	Pokrycie majątku kap. własnym	WSF	KW/A
SF	Wsk. kap. własnych do kap. obcych	KOKO	KW/KO
SM	Wskaźnik struktury aktywów	WSA	AT/AO
SZ	Wskaźnik rotacji aktywów	WRA	S/A
SZ	Cykl zapasów	CZ	$Z*(T/KDO)$
SZ	Cykl należności	CN	$N*(T/S)$
Z	Wsk. pokrycia zob. przepł. pieniąż.	WPZPP	$(ZN+AM)/(Zdt+Zkt)$
Z	Wskaźnik zadłużenia ogólnego	WZO	ZO/A
Z	Wskaźnik pokrycia odsetek zyskiem	WPOZ	ZB+O/O
Z	Wsk. zadłużenia kapitału własnego	WZKW	ZO/KW

Tablica 2

Objaśnienia skrótów wykorzystanych do definiowania wskaźników zawartych w tablicy 1

Skrót	Objaśnienie skrótu	Skrót	Objaśnienie skrótu
A	Aktywa ogółem	S	Przychody ze sprzedaży
AM	Amortyzacja	Z	Zapasy
AO	Aktywa obrotowe	ZB	Zysk/strata brutto
AT	Aktywa trwałe	ZN	Zysk/strata netto
KDO	Koszty działalności operacyjnej	ZS	Zysk/strata ze sprzedaży
KW	Kapitał własny	ZO	Zadłużenie ogółem
N	Należności	Zdt	Zobowiązania długoterminowe
O	Odsetki	Zkt	Zobowiązania krótkoterminowe
POD	Podatek dochodowy		

4.2. Wybór próby

Próba podstawowa składa się ze 120 firm, przy czym połowę stanowią bankruci a drugą połowę stanowią firmy kontynuujące działalność (60 + 60). Przyjęto tutaj prawną (wąską) definicję bankructwa. Grupę bankrutów stanowią firmy, których upadłość została ogłoszona w 2003 roku, zaś dane wykorzystane do budowy modelu pochodzą z ich sprawozdań finansowych z roku 2001, czyli przyjęto dwuletni horyzont prognozy. Do grupy bankrutów przyjęto firmy „stare”, czyli prowadzące działalność od dłuższego czasu, w tym przypadku co najmniej od roku 1999.

Zdolność prognostyczną oszacowanych modeli testowano przy pomocy próby walidacyjnej, obejmującej 80 przedsiębiorstw, z których 40 to firmy które zbankrutowały w 2004 roku a 40 firm kontynuowało nieprzerwanie swoją działalność, co najmniej w latach 1999–2006. Wartości wskaźników finansowych dla firm należących do próby testowej otrzymane zostały z ich sprawozdań finansowych z roku 2002.

Wykorzystano zasadę parowania firm, to znaczy do wybranej grupy bankrutów dobrano grupę firm kontynuujących swoją działalność przy uwzględnieniu ich zgodności dotyczącej reprezentowanej branży oraz zbliżonej wielkości firm, mierzonej sumą aktywów. Źródłem danych były sprawozdania finansowe wybranych do badania firm, opublikowane w Monitorze Polskim, seria B.

Próba została dobrana tak aby umożliwiała analizę upadłości w przekroju wielobranżowym. Wprowadzono jednak ograniczenia w postaci pominięcia instytucji pośrednictwa finansowego, gdyż tego typu działalność regulowana jest odrębnymi przepisami. Ustawa o rachunkowości wyróżnia odmienną sprawozdawczość finansową banków i instytucji ubezpieczeniowych. Zebrane dane zostały przetestowane pod względem ich jakości, czyli spełnienia fundamentalnych założeń analizy dyskryminacyjnej.

4.3. Testowanie jakości danych

Testowanie jakości danych polega na określeniu profilu bankrutów i profilu firm kontynuujących swoją działalność oraz na charakterystyce wyróżnionych profili. W ramach analizy profilowej obliczono i porównano wartości oczekiwane każdego ze zdefiniowanych w poprzednim punkcie wskaźników finansowych w dwóch wyodrębnionych populacjach: bankrutów i niebankrutów. Następnie testowano istotność różnic wartości oczekiwanych w populacjach bankrutów i niebankrutów. Wyniki testowania wskazują, że dla czterech zmiennych (CZ, CN, WSA, WZKW) wartości przeciętne nie różnią się istotnie od siebie w wymienionych grupach.

W dalszej kolejności badano istotność różnic wariancji charakteryzujących rozkłady zmiennych w każdej z dwu grup. Przeprowadzone testy wykazały, że jedynie wariancje trzech zmiennych (ROE, CZ, CN) nie różnią się istotnie pomiędzy sobą w grupie bankrutów i niebankrutów.

Kolejnym krokiem jest zbadanie stopnia skorelowania potencjalnych zmiennych dyskryminujących. Im mniejszy jest stopień skorelowania zmiennych, tym większa jest ich wartość informacyjna. Z przeprowadzonej analizy macierzy korelacji wynika, że silna korelacja występuje z reguły pomiędzy wskaźnikami należącymi do tych samych obszarów analizy finansowej i w tym przypadku należy wybierać reprezentanta grupy. Ogólny wniosek jaki można wyciągnąć z przeprowadzonej analizy jest taki, że korelacja pomiędzy zmiennymi dyskryminującymi nie stanowi istotnego zagrożenia dla zdolności klasyfikacyjnych i predyktywnych oszacowanych modeli dyskryminacyjnych. Dla ominięcia trudności związanych ze skorelowaniem zmiennych można wykorzystywać procedurę ich selekcji krokowej.

Z założeń analizy dyskryminacyjnej wynika że wskaźniki finansowe, które mają być wykorzystane w tej analizie powinny posiadać rozkład normalny w populacji bankrutów i niebankrutów. Założenie normalności rozkładów złączono do testowania skośności rozkładu. Z przeprowadzonych testów wynika, że rozkłady zdecydowanej większości zmiennych są silnie skośne, co wynika z istoty przyjętych wskaźników finansowych. Przyjmuje się jednak, że skośność rozkładów nie wpływa w sposób znaczący na zdolności klasyfikacyjne funkcji dyskryminacyjnej, jedynie w większym stopniu na jej zdolności prognostyczne [Barbro, Laitinen, Sere, Wezel (1996)]. Niestety to właśnie jak najlepsze zdolności predyktywne modelu decydują o jego użyteczności praktycznej.

Dość często spotyka się stwierdzenie, że założenie o normalności rozkładu zmiennych dyskryminujących nie jest spełnione w grupie bankrutów. Z przeprowadzonych tutaj analiz wynika jednak, że wyraźnie nie jest ono spełnione także w grupie firm o dobrej kondycji finansowej.

Wielowymiarowa analiza dyskryminacyjna jest wrażliwa na obecność obserwacji nietypowych, które jednak mogą dość często występować w analizie finansowej. Za wartość nietypową uznano taką, która wykracza poza wyznaczony przedział ufności. Wyniki oszacowań oraz prezentacje graficzne dla wszystkich 19 wskaźników finansowych wskazują na istnienie obserwacji nietypowych (średnio 2 maksymalnie 4), najczęściej w jednej z wyróżnionych grup (bankrutów lub niebankrutów). Trudno jednak wyłączyć obserwacje nietypowe, gdyż zmniejszyłoby to i tak niezbyt liczną wielkość prób.

Przeprowadzona w niniejszej pracy analiza profilowa pozwoliła z pierwotnego zbioru zmiennych dyskryminujących (tablica 1) wyłączyć 6 dyskryminatorów (CZ, CN, WSA, WZKW, WRA, WPOZ). W ten sposób z wyjściowego zbioru 19 zmiennych został wyodrębniony podzbiór 13 pozostałych zmiennych,

które w ujęciu jednowymiarowym posiadają zadowalającą zdolność dyskryminacyjną. Okazało się że z dalszych badań wykluczone zostały wszystkie wskaźniki mierzące sprawność zarządzania i strukturę majątku oraz połowa wskaźników opisujących stopień zadłużenia firmy.

4.4. Wybrane modele predykcji bankructwa

W niniejszym punkcie zaprezentowane i przedyskutowane zostaną najbardziej charakterystyczne i użyteczne praktycznie dyskryminacyjne modele bankructwa. Jak to już wcześniej wspomniano, szczegółowa analiza obejmowała wiele innych wariantów, które jak się okazało nie miały większego praktycznego znaczenia.

Przyjmuje się że zdolność klasyfikacyjna i predykcyjna modelu dyskryminacyjnego jest tym lepsza, im więcej obszarów analizy finansowej reprezentują zmienne włączane do modelu. Punktem wyjścia jest zbiór 13 zmiennych dyskryminujących. Ich dobór do przedstawionych poniżej modeli dyskryminacyjnych odbywał się droga selekcji krokowej z poszczególnych grup wskaźników.

Model zbudowany w oparciu o wskaźniki płynności i rentowności

$$Y_1 = -1.843 - 0.486 \text{ ROE} + 1.116 \text{ WKOP} - 0.500 \text{ WPB} \quad (11)$$

Charakteryzuje go 92.50% zdolność do poprawnej klasyfikacji oraz 86.25% zdolność predykcyjna. W próbie podstawowej błąd I rodzaju wynosi 6.67% (4/56) a błąd II rodzaju wynosi 8.33% (5/55). W próbie testowej błąd I rodzaju wynosi 22.50% (9/31) a błąd II rodzaju wynosi 5.00% (2/38). Wystarczyło przyjęcie trzech wymienionych zmiennych dyskryminujących, gdyż włączenie któregokolwiek z pozostałych wskaźników płynności czy rentowności nie poprawia sprawności modelu.

W kolejnym kroku do wskaźników płynności i rentowności włączono wskaźniki z obszaru struktury finansowej. Nie zmieniło to kolejności włączania wskaźników w procedurze selekcji krokowej, a włączony w czwartym kroku wskaźnik WSF nie poprawia sprawności modelu. Również włączenie kolejnego obszaru analizy finansowej, a to zadłużenia, nie zmieniło kolejności włączania wskaźników ani nie poprawiło sprawności modelu.

Obecnie przedstawiony zostanie wariant modelu dyskryminacyjnego w którym nie wykorzystuje się informacji zawartych we wskaźnikach płynności lub rentowności.

Model zbudowany w oparciu o wskaźniki rentowności i zadłużenia

$$Y_2 = -3.063 - 0.487 \text{ ROE} + 1.313 \text{ WKOP} + 0.852 \text{ WZO} - 1.013 \text{ WPZPP} + 1.509 \text{ ROA} \quad (12)$$

Model ten charakteryzuje się 92.50% zdolnością klasyfikacyjną i 86.25% zdolnością predyktywną. W próbie podstawowej oraz w próbie testowej błąd I i II rodzaju są analogicznej wielkości jak w modelu opartym o wskaźniki płynności i rentowności (12).

Jeśli dodatkowo do budowy modelu włączono wskaźniki struktury finansowej, to oszacowany model różni się tylko jedną zmienną.

Model zbudowany w oparciu o wskaźniki rentowności, zadłużenia i struktury finansowej

$$Y_3 = -2.222 - 0.475 \text{ ROE} + 1.291 \text{ WKOP} - 0.877 \text{ WSF} - 0.972 \text{ WPZPP} + 1.429 \text{ ROA} \quad (13)$$

Należy zwrócić uwagę że wartości parametrów tego modelu przy „starych” zmiennych (12) prawie nie różnią się od wartości tych parametrów dla modelu (13). Również jego zdolność do poprawnej klasyfikacji oraz zdolność prognozytyczna są analogiczne jak dla poprzednich modeli.

Model zbudowany w oparciu o wskaźniki płynności i zadłużenia

$$Y_4 = 0.053 - 2.522 \text{ WPZPP} + 0.653 \text{ WZO} - 0.687 \text{ WPB} + 0.326 \text{ WPSZ} \quad (14)$$

Model ten charakteryzuje się 88,33% zdolnością do poprawnej klasyfikacji oraz 83.75% zdolnością predyktywną. W próbie podstawowej błąd I rodzaju wynosi 8.33% (5/55) a drugiego rodzaju wynosi 15.0% (9/51). W próbie testowej błąd I rodzaju wynosi 20.0% (8/32) a II rodzaju wynosi 12.5% (5/35).

Model zbudowany w oparciu o wskaźniki płynności i struktury finansowej

$$Y_5 = 1.357 - 0.961 \text{ WPB} - 1.209 \text{ WSF} - 0.193 \text{ WPSZ} - 0.040 \text{ KWKO} \quad (15)$$

Zdolność do poprawnej klasyfikacji wynosi 79.17% a zdolność predyktywna 75.0%. Pozostałe błędy są prawie analogiczne jak w modelu poprzednim.

Model zbudowany w oparciu o wskaźniki płynności, zadłużenia
i struktury finansowej

$$Y_6 = 0.617 - 2.389 \text{ WPZPP} - 0.855 \text{ WSF} - 0.395 \text{ WPB} \quad (16)$$

Model ten charakteryzuje się 91.67% zdolnością do poprawnej klasyfikacji i 83.75% zdolnością predyktywną. W próbie podstawowej błąd I rodzaju wynosi 6.67% (4/56) a drugiego rodzaju 10.0% (6/54). W próbie testowej błąd I rodzaju wynosi 22.5% (9/31) a błąd II rodzaju 10.0% (4/36). Należy zauważyć, że mimo iż model ten nie wykorzystuje wartości informacyjnej zawartej we wskaźnikach rentowności, to jego sprawność jest bardzo zbliżona do sprawności funkcji dyskryminacyjnych wykorzystujących informacje zawarte we wskaźnikach rentowności.

W literaturze [patrz np. Altman (2000)] padają stwierdzenia, że najlepszymi predyktorami bankructwa są wskaźniki płynności, rentowności i wypłacalności. Dla zweryfikowania tej tezy przedstawiono model zbudowany przy wykorzystaniu jedynie wskaźników zadłużenia i struktury finansowej, który w świetle powyższych stwierdzeń powinien dawać gorsze rezultaty klasyfikacji i predykcji bankrutów.

Model zbudowany w oparciu o wskaźniki zadłużenia i struktury finansowej

$$Y_7 = 0.229 - 2.762 \text{ WPZPP} - 1.001 \text{ WSF} \quad (17)$$

Model ten charakteryzuje się 90.0% zdolnością do poprawnej klasyfikacji i 86.25% zdolnością predyktywną. W próbie podstawowej błąd I rodzaju wynosi 13.33% (8/52) a II rodzaju wynosi 6.67% (4/56). W próbie testowej błąd I rodzaju wynosi 20.0% (8/32) a II rodzaju wynosi 7.50% (3/37). Model ten nie potwierdza opinii zawartych w literaturze przedmiotu, gdyż charakteryzuje się lepszą sprawnością niż modele (Y_4) oraz (Y_5) w których włączono wskaźniki płynności.

Na zakończenie należy zaznaczyć, że dla wszystkich modeli przeprowadzona została analiza istotności statystycznej wyznaczonych funkcji dyskryminacyjnych przy wykorzystaniu testu Wilksa, lecz szczegółowe, pozytywne rezultaty nie będą tutaj prezentowane.

5. WNIOSKI KOŃCOWE

W poprzednim punkcie przedstawiono najciekawsze z wielu wyznaczonych funkcji dyskryminacyjnych, w których zmienne dyskryminujące dobierano metodą selekcji krokowej. W przypadku każdego modelu zbiór zmiennych wejściowych dla procedury selekcji krokowej był inny. Zbiór ten był określany

arbitralnie tak, aby za każdym razem włączane były do modelu zmienne pochodzące z określonych obszarów analizy finansowej i ich kombinacji.

Wnioski jakie na podstawie przeprowadzonych badań można sformułować, są następujące:

1. Sprawność klasyfikacyjna i predyktywna modelu ze wszystkimi 13 zmiennymi dyskryminującymi nie była najwyższa jedynie porównywalna ze sprawnością modelu (11), (12). Nie ma więc podstaw aby sądzić, że jeśli do modelu zostaną włączone wskaźniki finansowe reprezentujące wszystkie obszary analizy finansowej, to taki model będzie charakteryzował się najwyższą zdolnością klasyfikacyjną i prognostyczną.

2. Do pewnego stopnia można poprawić sprawność modelu przy pomocy odpowiedniego doboru wskaźników finansowych. Takie podejście wymaga rozwiązania problemu optymalizacyjnego (optymalnego doboru dyskryminatorów).

3. Oszacowane różne warianty modeli dyskryminacyjnych wskazują, że bez względu na ilość i rodzaj włączanych wskaźników finansowych, wykazały się one zasadniczo podobnymi zdolnościami klasyfikacyjnymi (79.19% – 92.5%) oraz predyktywnymi (75.0% – 87.5%).

4. Wskaźniki płynności i rentowności są rzeczywiście ważnymi predyktorami bankructwa firmy, jednak nie włączając do modelu wskaźników pochodzących z jednego z tych obszarów można uzyskać model w zasadzie nie ustępujący pod względem zdolności klasyfikacyjnych i prognostycznych modelowi zawierającemu wskaźniki pochodzące z obydwu grup.

5. Jeśli do modelu były włączone wskaźniki rentowności, to jego zdolność klasyfikacyjna była wysoka (92.5%) jak również zdolność prognostyczna (86.25% – 87.5%). Wskazuje to na fakt iż wskaźniki rentowności są ważnymi predyktorami procesu bankructwa i nie powinny być zastępowane innymi wskaźnikami. Ich pominięcie doprowadzało do obniżenia sprawności szacowanych modeli bankructwa.

6. W przypadku pozostałych grup wskaźników, a to płynności, zadłużenia i struktury finansowej, istnieje możliwość ich wzajemnego zastępowania, bez szkody dla sprawności modelu.

Reasumując należy zauważyć, że na poziom wskaźników płynności i rentowności wpływa między innymi branża w której działa firma. Jednak pomijając ten efekt, firmy dążą do osiągania jak najlepszych wskaźników rentowności, czyli maksymalizują ich wartość. Czynią to oczywiście w obszarze wyznaczonym przez inne parametry charakteryzujące prowadzoną przez nie działalność. W odróżnieniu od rentowności, poziom płynności jest optymalizowany, gdyż z utrzymaniem wyższej płynności łączy się wyższy koszt jej utrzymania. Optymalny poziom płynności można wyznaczyć dla pojedynczej firmy, natomiast na poziomie branży sektora czy całej gospodarki można jedynie policzyć średni jej poziom i nie da się określić w jakiej ona pozostaje relacji do poziomu optymal-

nego. Funkcja dyskryminacyjna wykorzystuje średnią jako bazę porównawczą a wielkość odchylenia pojedynczego wskaźnika od średniej traktuje jako miarę kondycji finansowej firmy. Słusznym zatem jest stwierdzenie, że wskaźniki rentowności charakteryzują się większą wartością informacyjną, niż wskaźniki należące do pozostałych grup, jeśli proces bankructwa analizowany jest za pomocą funkcji dyskryminacyjnej. Na zakończenie należy stwierdzić, że stosowanie analizy jednowymiarowej, jako metody preselekcji zmiennych dyskryminujących może być istotnym etapem budowy wielowymiarowych modeli dyskryminacyjnych bankructwa.

Przedstawione w niniejszej pracy przemyślenia i wykonane badania empiryczne mogą, zdaniem autora pracy, być znaczącym przyczynkiem do modnej i istotnej z praktycznego punktu widzenia problematyki prognozowania bankructwa przedsiębiorstw, działających w coraz bardziej konkurencyjnej rynkowej gospodarce polskiej.

LITERATURA

- Altman E. I. (1968); Financial Ratios, Discriminant Analysis and Prediction of Corporate Bankruptcy, *The Journal of Finance*, Vol. 23, September.
- Altman E. I. (2000); Predicting Financial Distress of Companies: Revisiting the Z-Score and ZETA® Models, <http://pages.stern.nyu.edu/~ealtman/Zscores.PDF>.
- Altman E.I., Izan H. (1984); Identifying Corporate Distress in Australia: An Industry Relative Analysis, New York University Press, New York.
- Barbro B., Laitinen T., Sere K., Wezel M. (1996); Choosing Bankruptcy Predictors Using Discriminant Analysis, Logit Analysis and Genetic Algorithms, Turku Centre for Computer Science, technical Report No 40, September.
- Beaver W. H. (1966); Financial Ratios as Predictors of Failure, *Journal of Accounting Research* 4, Supplement.
- Christensen R. (1991); Linear Models for Multivariate, Time Series, and Spatial Data, Springer, New York.
- Fisher R. A. (1936); The use of multiple measurements in taxonomic problems, *Annals of Eugenics* 7.
- Giri N. C. (1996); Multivariate Statistical Analysis, Dekker, New York.
- Holda A. (2006); Zasada kontynuacji działalności i prognozowanie upadłości w polskich realiach gospodarczych, Wyd. AE w Krakowie, Kraków, 2006.
- Klein L. R., Welfe A., Welfe W. (1999); Principles of Macroeconometric Modelling, North Holland, Amsterdam.
- Platt H. D., Platt M. B. (1990); Development of a Class of Stable Predictive Variables: the Case of Bankruptcy Prediction, *Journal of Business Finance & Accounting* 17(1), Spring.
- Pocięcha J. (2006a); Dyskryminacyjne metody klasyfikacji danych w prognozowaniu bankructwa firmy, *Taksonomia* 13, Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania

- wania, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu nr 1126, Wrocław 2006.
- Pociecha J. (2006b); Funkcja dyskryminacyjna jako narzędzie prognozowania bankructwa firmy – metoda oraz rezultaty praktyczne; w.: *Matematyka język uniwersalny*, Wyd. AE w Krakowie, Kraków, 2006.
- Pociecha J. (2006c); *Metody analizy danych jako narzędzie prognozowania bankructwa*, Wyd. AE w Krakowie, Kraków, 2006 (w druku).
- Prusak B. (2005); *Nowoczesne metody prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstw*, Difin, Warszawa.
- Rencher A. C. (1998); *Multivariate Statistical Inference and Applications*, Wiley, New York.
- Wędzki D. (2006); *Analiza wskaźnikowa sprawozdania finansowego*, Walters Kluwer Polska, Kraków.

Józef Pociecha

PROBLEMS OF BANKRUPTCY FORECASTING USING DISCRIMINANT ANALYSIS

Discriminant analysis consists of assigning an individual to two or more distinct populations, on the basis of observations on several characters of the individuals and a sample of observations on these characters from the populations. R. A. Fisher suggested a linear function of variables representing different characters, called linear discriminant function, for classifying an individual into one of two populations. E. I. Altman adopted this approach to identify bankruptcy risk of corporations. Altman's model of bankruptcy was estimated for various countries, thereby for Polish economy. Some results of estimation and interpretation of linear discriminant function estimated by the author are presented in the paper. Methodological problems of bankruptcy prediction, especially fulfilling of the basic assumptions and stability of the model and estimation problems are also discussed.